

T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ  
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI



ROBUST REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNE YÖNELİK  
YENİ BİR YAKLAŞIM

Doktora Tezi

Ahmet TOY

Danışman

Doç. Dr. Erol TERZİ

SAMSUN  
2022

## TEZ KABUL VE ONAYI

Ahmet TOY tarafından, Doç. Dr. Erol TERZİ danışmanlığında hazırlanan “ROBUST REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNE YÖNELİK YENİ BİR YAKLAŞIM ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 4.8.2022 tarihinde yapılan sınav sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı Adı Soyadı Üniversitesi Ana Bilim/Ana Sanat Dalı	İmza	Sonuç
Başkan	Doç. Dr. Nesrin ALKAN Akdeniz Üniversitesi İşletme Ana Bilim Dalı		<input checked="" type="checkbox"/> Kabul <input type="checkbox"/> Ret
Üye	Doç. Dr. Erol TERZİ Ondokuz Mayıs Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalı		<input checked="" type="checkbox"/> Kabul <input type="checkbox"/> Ret
Üye	Doç. Dr. Nihat ALTINIŞIK Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik Ana Bilim Dalı		<input checked="" type="checkbox"/> Kabul <input type="checkbox"/> Ret
Üye	Doç. Dr. Tolga ZAMAN Çankırı Karatekin Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalı		<input checked="" type="checkbox"/> Kabul <input type="checkbox"/> Ret
Üye	Doç. Dr. Hasan BULUT Ondokuz Mayıs Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalı		<input checked="" type="checkbox"/> Kabul <input type="checkbox"/> Ret

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen ve yukarıda adları yazılı jüri üyeleri tarafından uygun görülmüştür.

ONAY

... / ... / ...

Prof. Dr. Ali BOLAT  
Enstitü Müdürü

## BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım Doktora tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

Etik Kurul Gerekli mi ?

Evet

Hayır

23/06/2022  
Ahmet TOY

## TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

**Tez Başlığı :** ROBUST REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNE YÖNELİK YENİ BİR YAKLAŞIM

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından 23.06.2022 tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 2

Tek kaynak oranı : % 1 çıkmıştır.

23/06/2022  
Doç. Dr. Erol TERZİ

## ÖZET

### ROBUST REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNE YÖNELİK YENİ BİR YAKLAŞIM

Ahmet TOY

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İstatistik Ana Bilim Dalı

Doktora, Haziran/2022

Danışman: Doç. Dr. Erol TERZİ

Regresyon analizi yöntemleri içerisinde en çok kullanılan en küçük kareler yöntemi, doğrusal regresyon modeli varsayımları sağlandığında en iyi parametre tahminini gerçekleştirmektedir. Fakat model varsayımlarının bozulmasına neden olan bazı etkenler vardır. Bu etkenlerden birisi veri setinin aykırı değer içermesidir. Veri setindeki diğer gözlemlerden uzak bir şekilde konumlanan aykırı değerler, parametre tahminini olumsuz anlamda etkilemektedir. Bu yüzden aykırı değerlere karşı dirençli olan robust regresyon tahmin edicileri geliştirilmiştir. Robust regresyon tahmin edicileri içerisinde en çok tercih edilen yöntemlerden birisi M-tahmin edicilerdir. M-tahmin ediciler veri setinde bulunan aykırı değerlerin etkisini azaltarak veya aykırı değeri veri setinden çıkartarak parametre tahminini gerçekleştirir.

Bu çalışmada veri setinde bulunan gözlem değerlerinin genetik algoritmayla ağırlıklandırıldığı, yeni bir robust yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem ile M-tahmin ediciler hem simülasyon çalışması yapılarak hem de gerçek veri seti kullanılarak hata kareler ortalamasının karekökü (HKOK) performans kriterine göre karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda önerilen yöntemin M-tahmin edicilerden daha iyi performans sergilediği gözlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Robust regresyon, M-tahmin ediciler, Genetik algoritma

# ABSTRACT

## A NEW APPROACH TO ROBUST REGRESSION ESTIMATORS

Ahmet TOY

Ondokuz Mayıs University  
Institute of Graduate Studies  
Department of Statistics

Ph.D., June/2022

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Erol TERZİ

The least-squares method, which is the commonly used one among the regression analysis methods, performs the best parameter estimation when linear regression model assumptions are made. However, some factors cause the deterioration of model assumptions. One of these factors is inclusion of outliers by the data set. Outliers located far from other observations in the data set negatively affect the parameter estimation. Therefore, robust regression estimators that are resistant to outliers have been developed. One of the most preferred methods among robust regression estimators is M-estimators. M-estimators make parameter estimation by reducing the effect of the outlier in the data set or by removing the outlier from the data set.

In this study, a new robust method is recommended in which the observation values in the data set are weighted by genetic algorithm. With the proposed method, M-estimators are compared according to the root mean square error (RMSE) performance criterion, both by performing a simulation study and using the real data set. As a result of the comparison, it is observed that the proposed method outperformed the M-estimators.

**Keywords:** Robust regression, M-estimators, Genetic algorithm

## **ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR**

Doktora çalışmam süresince bilgi ve tecrübesini esirgemeyen değerli hocam Sayın Doç. Dr. Erol TERZİ'ye teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Doktora çalışmama değerli fikirleriyle katkı sağlayan Sayın Doç. Dr. Nihat ALTINIŞIK ve Sayın Doç. Dr. Hasan BULUT hocalarıma teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Her fedakarlığı gösteren kıymetli AİLEM'e sonsuz sevgilerimi sunarım.

Ahmet TOY

# İÇİNDEKİLER

<b>TEZ KABUL VE ONAYI</b> .....	<b>i</b>
<b>BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI</b> .....	<b>ii</b>
<b>ÖZET</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iv</b>
<b>ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR</b> .....	<b>v</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>vi</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> .....	<b>vii</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>TABLolar DİZİNİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. M-TAHMİN EDİCİLER</b> .....	<b>7</b>
2.1. Monoton M-Tahmin Ediciler .....	9
2.1.1. Huber.....	9
2.1.2. Fair .....	10
2.1.3. Logistic .....	11
2.2. Azalan M-Tahmin Ediciler .....	11
2.2.1. Yavaş Azalan M-Tahmin Ediciler .....	12
2.2.1.1. Cauchy .....	12
2.2.1.2. Welsch .....	13
2.2.2. Hızlı Azalan M-Tahmin Ediciler .....	14
2.2.2.1. Andrews .....	14
2.2.2.2. Hampel.....	15
2.2.2.3. Tukey .....	17
<b>3. GENETİK ALGORİTMA</b> .....	<b>18</b>
3.1. Genetik Algoritmanın Temel Kavramları .....	18
3.1.1. Gen.....	18
3.1.2. Kromozom .....	19
3.1.3. Popülasyon.....	19
3.2. Genetik Algoritma Operatörleri .....	20
3.2.1. Seçim.....	20
3.2.2. Çaprazlama .....	22
3.2.3. Mutasyon.....	23
3.3. Uygunluk Değeri.....	23
3.4. Durdurma Kriteri .....	24
3.5. Genetik Algoritmanın Çalışma Prensipleri .....	24
<b>4. ROBUST REGRESYON İÇİN YENİ BİR GENETİK ALGORİTMA YAKLAŞIMI</b> .....	<b>26</b>
<b>5. UYGULAMA</b> .....	<b>28</b>
5.1. Simülasyon Çalışması .....	28
5.2. Stack Loss Verisi .....	85
<b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER</b> .....	<b>89</b>
<b>KAYNAKÇA</b> .....	<b>92</b>
<b>ÖZ GEÇMİŞ</b> .....	<b>97</b>

## SİMGELER VE KISALTMALAR

$G_i$	: $i$ . Gözleme ait toplam gen sayısı
$G_{min}$	: Minimum toplam gen sayısı
$G_{max}$	: Maksimum toplam gen sayısı
$y_i$	: $i$ . Bağımlı değişken değeri
$y_{i_v}$	: $i$ . Bağımlı değişkenin yeni değeri
AEKK	: Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler
EKK	: En Küçük Kareler
GA	: Genetik Algoritma
GARR	: Genetic Algorithm for Robust Regression
HKOK	: Hata Kareler Ortalamasının Karekökü
$L_1$	: En Küçük Mutlak Sapmalar

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Huber M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ - $r$ grafiği .....	7
Şekil 2.2. Yöntemlere ait $\psi(r)$ - $r$ grafikleri .....	8
Şekil 2.3. Huber M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	9
Şekil 2.4. Fair M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	10
Şekil 2.5. Logistic M tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	11
Şekil 2.6. Cauchy M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	13
Şekil 2.7. Welsch M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	14
Şekil 2.8. Andrews M tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	15
Şekil 2.9. Hampel M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	16
Şekil 2.10. Tukey M-tahmin edicisinin $\rho(r)$ , $\psi(r)$ ve $w(r)$ fonksiyonları .....	17
Şekil 3.1. İkili kodlama uygulanan kromozomlar .....	19
Şekil 3.2. Popülasyon yapısı .....	20
Şekil 3.3. Tek nokta çaprazlama .....	22
Şekil 3.4. Çift nokta çaprazlama .....	22
Şekil 3.5. Tek nokta çaprazlama ile çift nokta çaprazlama tasarısı (Morgan, 1916) .....	23
Şekil 3.6. Mutasyon işlemi .....	23
Şekil 3.7. Genetik algoritmanın akış diyagramı .....	25
Şekil 5.1. $n=10$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	30
Şekil 5.2. $n=10$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	30
Şekil 5.3. $n=10$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	30
Şekil 5.4. $n=20$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	32
Şekil 5.5. $n=20$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	32
Şekil 5.6. $n=20$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	32
Şekil 5.7. $n=30$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	34
Şekil 5.8. $n=30$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	34
Şekil 5.9. $n=30$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	34
Şekil 5.10. $n=40$ , $\sigma_1=1$ , $\sigma_2=1$ , $\sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri .....	36

Şekil 5.11. $n=40, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	36
Şekil 5.12. $n=40, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	36
Şekil 5.13. $n=50, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	38
Şekil 5.14. $n=50, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	38
Şekil 5.15. $n=50, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	38
Şekil 5.16. $n=100, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	40
Şekil 5.17. $n=100, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	40
Şekil 5.18. $n=100, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	40
Şekil 5.19. $n=300, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	42
Şekil 5.20. $n=300, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	42
Şekil 5.21. $n=300, \sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	42
Şekil 5.22. $n=10, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	44
Şekil 5.23. $n=10, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	44
Şekil 5.24. $n=10, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	44
Şekil 5.25. $n=20, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	46
Şekil 5.26. $n=20, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	46
Şekil 5.27. $n=20, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	46
Şekil 5.28. $n=30, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	48
Şekil 5.29. $n=30, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	48
Şekil 5.30. $n=30, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	48
Şekil 5.31. $n=40, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	50
Şekil 5.32. $n=40, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	50

Şekil 5.33. $n=40, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	50
Şekil 5.34. $n=50, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	52
Şekil 5.35. $n=50, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	52
Şekil 5.36. $n=50, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	52
Şekil 5.37. $n=100, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	54
Şekil 5.38. $n=100, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	54
Şekil 5.39. $n=100, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	54
Şekil 5.40. $n=300, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	56
Şekil 5.41. $n=300, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	56
Şekil 5.42. $n=300, \sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	56
Şekil 5.43. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	58
Şekil 5.44. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	58
Şekil 5.45. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	58
Şekil 5.46. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	60
Şekil 5.47. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	60
Şekil 5.48. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	60
Şekil 5.49. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	62
Şekil 5.50. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	62
Şekil 5.51. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	62
Şekil 5.52. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	64
Şekil 5.53. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	64
Şekil 5.54. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	64

Şekil 5.55. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	66
Şekil 5.56. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	66
Şekil 5.57. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	66
Şekil 5.58. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	68
Şekil 5.59. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	68
Şekil 5.60. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	68
Şekil 5.61. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	70
Şekil 5.62. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	70
Şekil 5.63. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	70
Şekil 5.64. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	72
Şekil 5.65. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	72
Şekil 5.66. $n=10, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	72
Şekil 5.67. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	74
Şekil 5.68. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	74
Şekil 5.69. $n=20, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	74
Şekil 5.70. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	76
Şekil 5.71. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	76
Şekil 5.72. $n=30, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	76
Şekil 5.73. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	78
Şekil 5.74. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	78
Şekil 5.75. $n=40, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	78
Şekil 5.76. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	80

Şekil 5.77. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	80
Şekil 5.78. $n=50, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	80
Şekil 5.79. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	82
Şekil 5.80. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	82
Şekil 5.81. $n=100, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	82
Şekil 5.82. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	84
Şekil 5.83. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	84
Şekil 5.84. $n=300, \sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri.....	84
Şekil 5.85. Yöntemlere ait ağırlıklar .....	88

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 5.1. $n=10$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	29
Tablo 5.2. $n=20$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	31
Tablo 5.3. $n=30$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	33
Tablo 5.4. $n=40$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	35
Tablo 5.5. $n=50$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	37
Tablo 5.6. $n=100$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	39
Tablo 5.7. $n=300$ ve $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	41
Tablo 5.8. $n=10$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	43
Tablo 5.9. $n=20$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	45
Tablo 5.10. $n=30$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	47
Tablo 5.11. $n=40$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	49
Tablo 5.12. $n=50$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	51
Tablo 5.13. $n=100$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	53
Tablo 5.14. $n=300$ ve $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	55
Tablo 5.15. $n=10$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	57
Tablo 5.16. $n=20$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	59
Tablo 5.17. $n=30$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	61
Tablo 5.18. $n=40$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	63
Tablo 5.19. $n=50$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	65
Tablo 5.20. $n=100$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	67
Tablo 5.21. $n=300$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	69
Tablo 5.22. $n=10$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	71
Tablo 5.23. $n=20$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	73
Tablo 5.24. $n=30$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	75
Tablo 5.25. $n=40$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	77
Tablo 5.26. $n=50$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	79
Tablo 5.27. $n=100$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	81
Tablo 5.28. $n=300$ ve $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$ iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri .....	83
Tablo 5.29. Stack loss verisi .....	85
Tablo 5.30. Yöntemlere ait parametre tahminleri .....	86
Tablo 5.31. Yöntemlere ait artıklar .....	86
Tablo 5.32. Yöntemlere ait ağırlıklar .....	87

# 1. GİRİŞ

Regresyon terimi 1886 yılında Francis Galton tarafından kullanılmıştır. Galton makalesinde, boyları uzun olan ebeveynlerin uzun boylu çocuklara, boyları kısa olan ebeveynlerin kısa boylu çocuklara sahip olma eğilimi olmasına rağmen, uzun veya kısa boylu ebeveynlerin çocuklarının, popülasyonun ortalama boy uzunluğuna “gerileme-regress” eğiliminde olduğunu göstermiştir. Galton'un bu evrensel regresyon yasası, binden fazla baba ve oğulun boy kaydını toplayan Karl Pearson tarafından 1903 yılında doğrulanmıştır. Pearson, hem uzun hem de kısa boylu oğulların, tüm erkeklerin ortalama boyuna doğru “gerilediğini-regressing” göstermiştir. Galton bu durumu, "sıradanlığa geri dönüş (regresyon-regression)" olarak ifade etmiştir (Gujarati ve Porter, 2009).

Regresyon analizi değişkenler arasındaki ilişkiyi modelleyen bir yöntemdir. Doğrusal regresyon analizi, basit doğrusal regresyon analizi ve çoklu doğrusal regresyon analizi olarak ele alınmaktadır. Regresyon modelinde, bağımlı (açıklanan) değişken sayısı ile bağımsız (açıklayıcı) değişken sayısı 1 ise basit doğrusal regresyon analizi, bağımlı değişken sayısı 1 iken bağımsız değişken sayısı 1'den çok ise çoklu doğrusal regresyon analizi kullanılmaktadır. Çoklu doğrusal regresyon modeli;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_t X_{ti} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.1)$$

şeklinde gösterilir. Burada  $n$  örneklem büyüklüğünü,  $Y$  bağımlı değişkeni,  $X_1, X_2, \dots, X_t$  bağımsız değişkenleri,  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_t$  model parametrelerini ve  $\varepsilon$  hata terimini göstermektedir.

Doğrusal regresyon modelinin bazı önemli varsayımları vardır. Bu varsayımlar; hata terimleri arasında ilişki olmaması (otokorelasyonun olmaması), hata terimlerinin normal dağılımlı olması, hata terimlerinin sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı olması (homoscedasticity) ve çoklu bağlantının olmaması şeklinde ifade edilebilir. Doğrusal regresyon varsayımları sağlandığında en iyi parametre tahmini en küçük kareler (EKK) yöntemi ile elde edilmektedir. Bu nedenle EKK yöntemi sıklıkla kullanılmaktadır.

En küçük kareler yöntemi Carl Frederich Gauss'a atfedilmektedir (Gujarati ve Porter, 2009). En küçük kareler yönteminde amaç, regresyon modelindeki gerçek  $Y_i$  değerleri ile tahmin  $\hat{Y}_i$  değerleri arasındaki farkların kareleri toplamını minimum yapmaktır.  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$   $i = 1, 2, \dots, n$  olmak üzere;

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \quad (1.2)$$

$$Y_i = \hat{Y}_i + e_i \quad (1.3)$$

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (1.4)$$

şeklinde  $e_i$  artıkları elde edilir. EKK yöntemi ile eşitlik 1.5'i minimum yapacak  $\hat{\beta}_0$  ve  $\hat{\beta}_1$  değerlerinin elde edilmesi amaçlanmaktadır.

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)^2 \quad (1.5)$$

$\beta'$ 'nin EKK tahmin edicileri eşitlik 1.6 ile elde edilmektedir.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (1.6)$$

Regresyon analizi yöntemlerinden EKK yöntemi ile birlikte en çok kullanılan bir diğer yöntem de en çok olabilirlik (maximum likelihood) yöntemidir. En çok olabilirlik yöntemi, 1912-1922 yılları arasında R.A. Fisher tarafından ortaya konulmuştur (Aldrich, 1997; Edwards, 1997). En çok olabilirlik tahmin prensibi, istenen olasılık dağılımının, gözlemlenen veriyi "en olası" yapan olduğunu belirtir ki bu da olabilirlik fonksiyonunu maksimize eden parametre vektörü değerinin aranması gerektiği anlamına gelmektedir (Myung, 2003).

Klasik istatistikler parametrik model varsayımları altında optimal yöntemler geliştirir (Ronchetti, 2006). Sağlam (robust) istatistik teorisi ise model varsayımlarından sapmalarla ilgilenerken, modelin çevresinde hala güvenilir, verimli olan istatistiksel yöntemlerin geliştirilmesini amaçlar. Bu nedenle sağlam istatistik teorisi, Fisher parametrik yaklaşımı ile tam parametrik olmayan yaklaşım arasında bir köprü olarak görülebilir. Yani parametrik modelin zorluğu ile tam parametrik olmayan modelin yorumlanmasının potansiyel zorlukları arasında bir uzlaşmadır (Ronchetti, 2006).

İstatistikçiler, "Sağlam-Robust" kelimesinin istatistiksel anlamda kullanımlarını, George Box'un 1953'te yayımlanan makalesine dayandırmaktadır (Stigler, 2010). On sekizinci yüzyılda, "robust" kelimesi, güçlü ancak kaba birine atıfta bulunmak için kullanılırken, Box kelimeyi istatistiksel anlamda ilk kez kullanarak kelimenin olumsuz çağrışımını ortadan kaldırdı ve artık robust kelimesi sağlıklı olma ve hayatın zorluklarına dayanabilme anlamına gelmeye başladı (Stigler, 1973). Her ne kadar Box sağlamlık terimini vermiş olsa da, çoğu insan sağlamlığın esas olarak John W. Tukey ve Peter J. Huber'in oluşturduğu konusunda hemfikirler. Tukey, küçük oranda kirletilmiş bir dağılımın tahmin sonuçları ile normal dağılımın tahmin sonuçları arasındaki önemli farkı ortaya koyarak dikkatleri istatistikte sağlamlık konusunun üzerine çekmiştir ve bu durum, o dönem istatistikçilerinin çoğunu şaşırtmıştır. Ayrıca Tukey, küçük oranda bir kirlenmenin tahmin sonuçlarında bu kadar etkili olabileceğini yalnızca R. A. Fisher'ın öngördüğünü ifade etmiştir (Stigler, 2010).

Peter J. Huber istatistikte sağlamlık konusunu 1964'te yayımlanan makalesi ile ele almıştır. Huber'den önce sağlamlık terimi uygulamalı istatistikçilerin kabul etmesi gereken, ancak teorisyenlerin görmezden gelebilecekleri bir durumdu. Fakat Huber yayımlanan makalesi ile bu durumu değiştirdi. Sonraki büyük adımlar da çok uzun sürmedi ve 1968 yılında Frank Hampel, sağlamlık kavramını Huber'in yaklaştığı şekliyle ele alarak bir tahmin edicinin fonksiyonel bir türevi ile *Etki Eğrisi-Influence Curve* kavramını tanıttı (Stigler, 2010). Daha sonra 1981 yılında Huber'in "*Sağlam İstatistik-Robust Statistics*" kitabı yayımlandı. Huber bu kitabı ile daha önceden incelenen çeşitli belirsiz fikirleri, ortaya çıkan teorileri bir araya getirdi (Morgenthaler, 2007).

Robust regresyon tahmin edicilerinin üzerinde durduğu en önemli kavramlardan birisi aykırı değer (outlier) kavramıdır. Bunun nedeni aykırı değerlerin doğrusal regresyon modeli varsayımlarını bozarak yanıltıcı çıkarımlara neden olmasıdır. Aykırı değer, veri setindeki diğer gözlemlerden belirgin bir şekilde sapan gözlem değeridir (Jajo, 2005). Aykırı değer içeren veri setleri için farklı robust regresyon tahmin edicileri geliştirilmiştir. Bu tahmin edicilerin bazıları aykırı değerleri veri setinden dışlayarak parametre tahmini yaparken bazıları da aykırı değerlerin etkilerini azaltarak parametre tahmini yaparlar. Aykırı değerlerin etkisini azaltarak parametre tahmini yapmanın nedenlerinden birisi gözlemlerin veri setinde

kalmasını sağlamaktır çünkü bazen aykırı değer olduğu düşünölen bir gözlem değeri araştırma konusu ile ilgili önemli bilgiler verebilmektedir. Bu nedenle aykırılığı tartışmaya açık olan bir gözlem değerinin etkisini azaltarak veri setinde kalmasını sağlamak güvenilir bir parametre tahmini için daha doğru olacaktır. Bazı durumlarda da veri setindeki gözlemlerin hangisinin aykırı değer olup olmadığını tespit etmek zordur. Dolayısıyla aykırı değerlere olan bu farklı yaklaşımlar farklı robust regresyon tahmin edicilerinin geliştirilmesine neden olmuştur. Aykırı değer içeren veri setlerinde etkin parametre tahmini için geliştirilen en önemli tahmin edicilerden birisi adını en çok olabilirlik yönteminden alan robust regresyon M-tahmin edicilerdir. M-tahmin ediciler bağımlı değişkendeki aykırı değerlere karşı dirençli olduklarından robust bir yöntem olarak ele alınmaktadır. M-tahmin ediciler en küçük kereler yöntemindeki toplam hata karelerin minimizasyonu yerine önerilen bir  $\rho$  fonksiyonunun minimizasyonunu sağlamaya çalışmaktadır. M-tahmin edicilerde  $\rho$  fonksiyonunun türevi  $\psi$  etki fonksiyonunu temsil etmektedir. M-tahmin ediciler etki fonksiyonunun yapısına bağlı olarak monoton ve azalan M-tahmin ediciler olarak ele alınmaktadır. Azalan M-tahmin ediciler de yavaş azalan ve hızlı azalan M-tahmin ediciler olarak ele alınmaktadır. Monoton M-tahmin ediciler aykırı değerleri veri setinden dışlamayarak ağırlıklarını azaltmaktadır. Oysa azalan M-tahmin ediciler belirlenen aralık dışında aykırı değer olarak tespit edilen gözlem değerlerini veri setinden dışlayarak parametre tahminini gerçekleştirirler. Bu yönüyle M-tahmin edicilerin hem aykırı değerlerin etkisini azaltabilen hem de aykırı değerleri dışlayabilen bir tahmin edici olduğu söylenebilir. Bu çalışmada M-tahmin edicilerin incelenmesi için monoton M-tahmin edicilerden Huber, Fair, Logistic, yavaş azalan M-tahmin edicilerden Cauchy, Welsch, hızlı azalan M-tahmin edicilerden Andrews, Hampel ve Tukey M-tahmin edicileri ele alınmıştır.

M-tahmin ediciler farklı alanlarda kullanılmaktadır. Bu çalışmalardan bazılarına aşağıda değinilmiştir.

Wu ve Wu (2005), 20 uydunun simüle edilmiş optik verilerini işleyerek yörünge iyileştirmesinin doğruluğunu sağlayan bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem Huber M-tahmin edicisini iki kez kullanmaktan ve ardından yakınsamaya kadar Hampel M-tahmin edicisini yinelemekten oluşmaktadır.

Guerard (2016), küresel piyasalardaki hisse senetlerinin risk ve getirisini analiz ettiği çalışmasında, hisse senedi seçim modellerinin üretiminde robust regresyon tekniklerinin çeşitli uygulamalarını yapmıştır.

Hu vd. (2017), mutlak gravimetre verilerini incelemek için aykırı değerlere karşı duyarsız olan, M-tahmin edicilerini kullanmıştır. Robust regresyon için hem sıradan en küçük kareler hem de farklı yaklaşımlarla elde edilen gravite değerlerini karşılaştırmıştır. Sonuçlar, yerçekimi verilerinin doğruluğunun, zaman-mesafe çiftlerinin uygun bir ağırlıklandırma işlevine yapılan ayarlamalar yoluyla, belirli aykırı değerlerin reddedilmesiyle geliştirilebileceğini göstermiştir. Ayrıca çalışmada aykırı değerleri ağırlıklarına göre tanımlamanın bir yöntemi de sunulmaktadır.

Leoni vd. (2018), ileriye dönük elektrik fiyatlarının şekillendirme katsayılarını tahmin etmek için M-regresyon yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntem ile şekillendirme katsayıları aynı anda ele alınarak model arbitrajının temel düzeyde göz ardı edilebildiği ifade edilmiştir. Ayrıca yöntem, aykırı değerlere karşı dayanıklı olduğundan, yöntemin stabil sonuçlar verdiği ve piyasadaki farklı durumlara karşı da etkili olduğu ifade edilmiştir.

Su vd. (2019), farmakoloji alanındaki çalışmaları ile bir döner tablet presinde, tablet ağırlığı ile ana sıkıştırma kuvveti arasındaki korelasyona bağlı olarak, tablet ağırlığının ölçümü için yeni bir veri uzlaştırma stratejisi önermişlerdir. Bu strateji ile kusurlu tablet ağırlığı ölçümünün çok daha kesin ana sıkıştırma kuvveti ölçümü ile uzlaştırılabileceği ifade edilmiştir. Çalışmada ölçüm brüt hatalarını reddetmek için robust Welsch M-tahmin edicisi kullanılmıştır. Tablet ağırlığı ölçümünün güvenilir performansı, pilot üretim çalışmalarında ve tablet ağırlığının kalite kontrolünde kullanılmıştır.

Genetik Algoritma (GA) Charles Darwin'in doğal seçim teorisine dayanan biyolojik evrim modelidir (Yang, 2021). GA, tesadüfi arama yöntemleri ile sonuç elde etmeye çalışan ve doğal seleksiyon ile genetiğe dayalı olan sezgisel arama algoritmaları şeklinde tanımlanmaktadır (Goldberg, 1989). GA bu yönüyle birçok farklı çalışma alanında kullanılmıştır. Robust regresyon bu çalışma alanlarından birisidir. Bu çalışmalardan bazılarında aşağıda değinilmiştir.

Vankeerberghen vd. (1995), doğrusal olmayan modeller için Least Median Squares (LMS) parametrelerini elde etmek için genetik algoritma kullanılabileceğini

ifade ederek kalibrasyon ve farmakokinetik verilerdeki aykırı değerler üzerine çalışma yapmışlardır.

Algamal ve Thabet (2013), aykırı değerleri ele aldıkları çalışmalarında Akaike bilgi kriteri (AIC), Bayes bilgi kriteri (BIC) ve Hannan-Quinn bilgi kriteri (HQIC) olmak üzere üç tip amaç fonksiyonuna sahip genetik algoritmayı kullanmışlardır.

Duraj ve Chomatek (2017), genetik algoritmaya dayalı aykırı değer tanımlamaya yönelik yeni bir yaklaşım sunmuşlardır. alışmaları ile, yaklaşımın performansını değerlendirerek çok amaçlı genetik algoritmanın özelliklerini incelemişlerdir.

Bu tez çalışmasının amacı genetik algoritmaya dayalı yeni bir robust regresyon yaklaşımının ortaya konulmasıdır.

Bu tez çalışmasında ele alınan bölümler aşağıda verilmiştir.

Birinci bölümde tez çalışmasının temel konularına değinilerek bazı kavramlar üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde M-tahmin ediciler konusu ele alınmıştır. Ayrıca M-tahmin edicilerin çalışma prensibi incelenerek çalışmada kullanılan M-tahmin edicilerin amaç, etki ve ağırlık fonksiyonlarına yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde genetik algoritma konusu üzerinde durularak genetik algoritmanın çalışma prensibi ile seçim işleminde kullanılan K-Medoids yönteminden bahsedilmiştir.

Dördüncü bölümde robust regresyon tahmin edicilerine yönelik yeni bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen yöntem ayrıntılarıyla ele alınarak algoritma adımlarına yer verilmiştir.

Beşinci bölümde M-tahmin ediciler ile önerilen yöntemin karşılaştırılması için uygulama çalışması yapılmıştır. Bu karşılaştırma hem simülasyon çalışması yapılarak hem de gerçek veri seti kullanılarak yapılmıştır.

Altıncı bölümde uygulama sonuçlarından elde edilen bulgulara yer verilerek sonuçlar incelenmiştir.

## 2. M-TAHMİN EDİCİLER

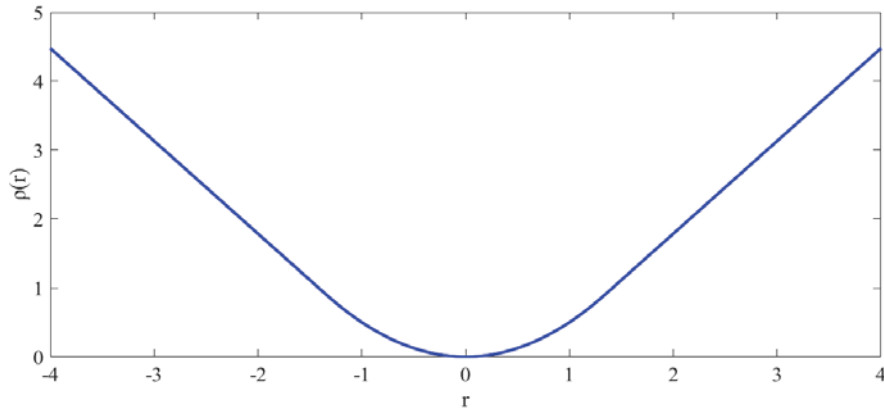
Peter J. Huber 1964 yılında M-tahmin edicisini özellikleriyle birlikte tanıtmıştır. Bu özelliklerin ele alınması modern sağlam istatistiklerin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamıştır. Godambe (1960) yaptığı bir çalışma ile M-tahmin edicisi bağlamında optimum tahmin fonksiyonu kavramını ortaya koymuştur ve bu nedenle M-tahmin edicisi yaklaşımının öncüsü olarak ifade edilebilir (Stefanski ve Boos, 2002). M tahmin edicisi,

$$\min_{\hat{\beta}} \sum_{i=1}^n \rho(r_i) \quad (2.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada  $\rho$ , 0'da minimum değeri alan, simetrik bir fonksiyondur (Rousseeuw ve Leroy, 1987).

Uygun bir  $\rho(r)$  fonksiyonun sahip olması gereken bazı özellikleri aşağıdaki gibidir (Maronna vd., 2006; Pennacchi, 2008).

- I.  $\rho(r) \geq 0$
- II.  $\rho(0) = 0$
- III.  $\rho$  simetriktir;  $\rho(r) = \rho(-r)$
- IV.  $|r_i| > |r_{i'}|$  için  $\rho(r_i) \geq \rho(r_{i'})$

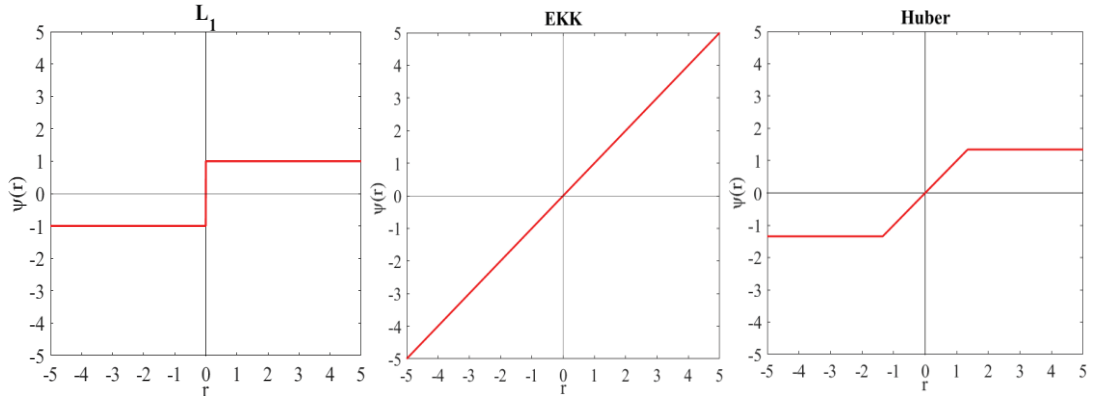


Şekil 2.1. Huber M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ - $r$  grafiği

M-tahmin edicisi, en küçük mutlak sapmalar ( $L_1$ ) yöntemi  $\sum|r_i|$  ile EKK yönteminin  $\sum r_i^2$  avantajlarını bir araya getirmektedir (Birkes ve Dodge, 1993). M-tahmin edicisinde  $\rho$  fonksiyonunun türevi alınarak etki fonksiyonu  $\psi = \rho'$  elde edilir (Maronna vd., 2006).

M-tahmin edicisinde  $\psi(r)$  etki fonksiyonunun sahip olması gereken bazı özellikleri aşağıdaki gibidir (Bell, 1980).

- I.  $\psi$  asimetriktir;  $\psi(-r) = -\psi(r)$
- II.  $r \geq 0$  için  $\psi(r) \geq 0$
- III.  $\psi(r)$  sürekli ve türevlenebilir bir fonksiyondur.
- IV.  $\psi'(0) = 1$
- V.  $\psi''(0) = 0$
- VI.  $\psi'''(0) < 0$



Şekil 2.2. Yöntemlere ait  $\psi(r)$ - $r$  grafikleri

Özellikler incelendiğinde şekil 2.1'de  $\rho(r)$  fonksiyonunun simetrik, şekil 2.2'de  $\psi(r)$  etki fonksiyonunun asimetrik olduğu görülmektedir.  $\psi(r)$  etki fonksiyonunun artığa oranıyla da  $w(r)$  ağırlık fonksiyonu elde edilir. Ağırlık fonksiyonları elde edilen M-tahmin edicileri ile tahmin, yinelemeli yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler (*iteratively reweighted least squares*) yöntemi kullanılarak yapılabilir (Holland ve Welsch, 1977). Parametre tahmini için kullanılacak olan ölçek  $\sigma = [\text{Median}(|r_i - \text{Median}(r_i)|)]/0.6745$  olmak üzere gerçekleştirilmesi gereken basamaklar aşağıdaki gibidir (Fox, 2002).

- i. İlk  $\hat{\beta}$ 'lar, EKK tahmin edicisi ile elde edilerek artıklar ( $r_i$ ) hesaplanır.
- ii.  $\sigma = [\text{Median}(|r_i - \text{Median}(r_i)|)]/0.6745$  ile ağırlıklar elde edilir.
- iii. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler  $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y}$  ile bir sonraki  $\hat{\beta}$ 'lar elde edilir. Burada  $\mathbf{W}$  köşegen elemanları ağırlık olan diagonal matristir.
- iv. İterasyonlar sonucunda  $\hat{\beta}$ 'lar arasındaki fark yakınsama sağlanıncaya kadar tekrar edilir.

## 2.1. Monoton M-Tahmin Ediciler

M-tahmin edicisinin  $\psi(r)$  etki fonksiyonu azalmayan bir fonksiyon ise monoton M-tahmin edici olarak ele alınmaktadır. Bu çalışmada monoton M-tahmin edicilerden Huber, Fair ve Logistic M-tahmin edicisi ele alınmıştır.

### 2.1.1. Huber

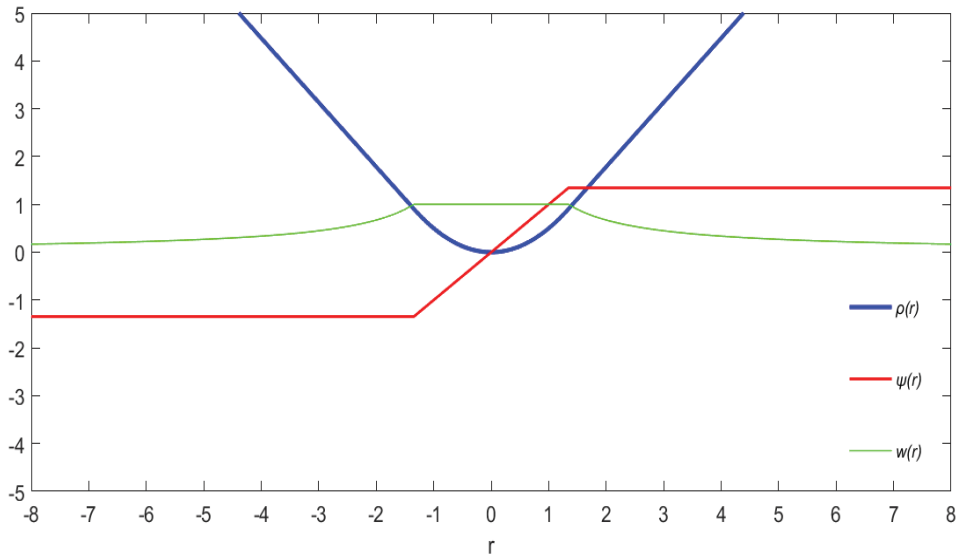
Peter J. Huber tarafından 1964 yılında ortaya konulan Huber M-tahmin edicisi ilk M-tahmin edicidir. Huber M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.2-2.4'de tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \begin{cases} r^2/2 & |r| \leq c_H \\ c_H|r| - c_H^2/2 & |r| > c_H \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} r & |r| \leq c_H \\ c_H \text{sign}(r) & |r| > c_H \end{cases} \quad (2.3)$$

$$w(r) = \begin{cases} 1 & |r| \leq c_H \\ c_H/|r| & |r| > c_H \end{cases} \quad (2.4)$$

Huber M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_H=1.345$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983; Birkes ve Dodge, 1993; Zhang, 1997; Pennacchi, 2008). Huber M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.3'de gösterilmektedir.



Şekil 2.3. Huber M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.1.2. Fair

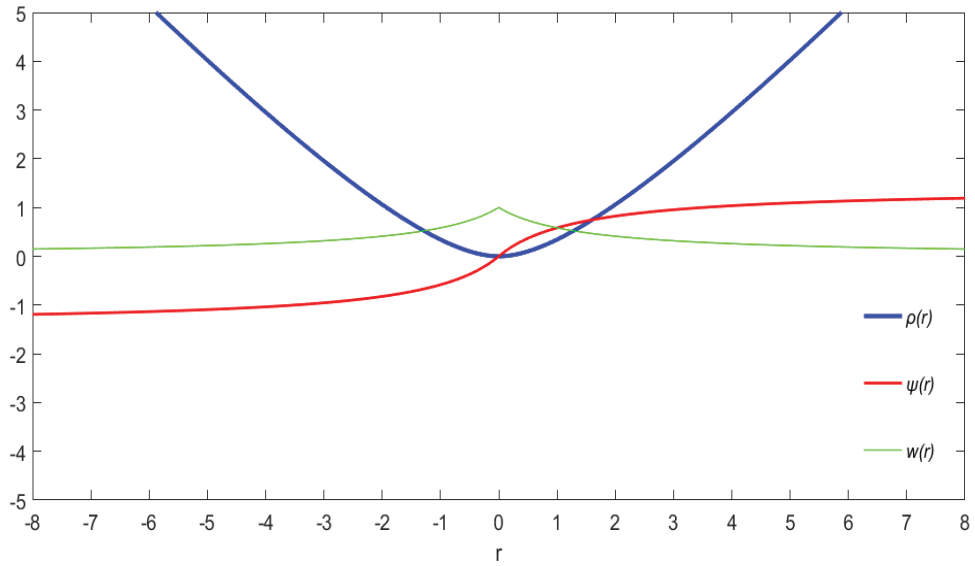
Fair M-tahmin edicisi Ray C. Fair tarafından 1974 yılında ortaya konulmuştur. Fair M-tahmin edicisi, doğrusal olmayan modeller için en küçük mutlak sapmalar yönteminin bir yaklaşımı olarak sunulmuştur, ancak doğrusal modellerde de iyi sonuçlar verebilmektedir (Holland ve Welsch 1977). Fair M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.5-2.7'de tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \left\{ c_F^2 \left[ \frac{|r|}{c_F} - \log \left( 1 + \frac{|r|}{c_F} \right) \right] \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.5)$$

$$\psi(r) = \left\{ \frac{r}{\left( 1 + \frac{|r|}{c_F} \right)} \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.6)$$

$$w(r) = \left\{ \frac{1}{\left( 1 + \frac{|r|}{c_F} \right)} \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.7)$$

Fair M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_F=1.3998$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983; Zhang, 1997; Özyurt ve Pike, 2004; Pennacchi, 2008). Fair M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.4'de gösterilmektedir.



Şekil 2.4. Fair M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.1.3. Logistic

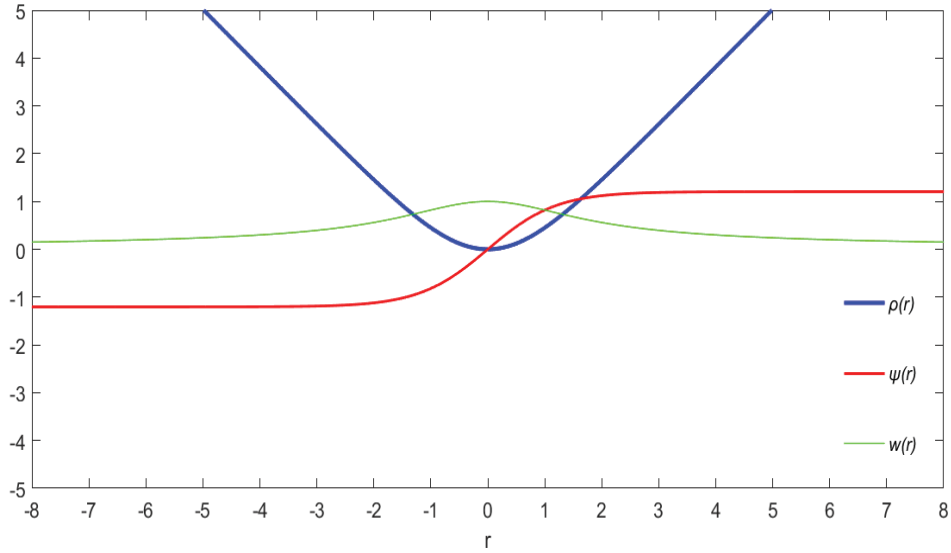
Holland ve Welsch 1977 yılında Verhulst'un (1838) çalışmasını yeniden ele alarak Logistic M-tahmin edicisini öne sürmüşlerdir. Logistic M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.8-2.10'da tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \left\{ c_L^2 \log \left[ \cosh \left( \frac{r}{c_L} \right) \right] \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.8)$$

$$\psi(r) = \left\{ c_L \tanh \left( \frac{r}{c_L} \right) \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.9)$$

$$w(r) = \left\{ \left( \frac{c_L}{r} \right) \tanh \left( \frac{r}{c_L} \right) \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.10)$$

Logistic M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_L=1.205$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977). Logistic M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.5'de gösterilmektedir.



Şekil 2.5. Logistic M tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.2. Azalan M-Tahmin Ediciler

Bir M-tahmin edicisinin  $\psi$  etki fonksiyonu azalan bir fonksiyon ise bu M-tahmin edicisine, azalan (redescending) M-tahmin edici denir. Azalan M-tahmin

edicileri iki şekilde ele alınmaktadır. Bunlar yavaş ve hızlı azalan M-tahmin edicilerdir.

### 2.2.1. Yavaş Azalan M-Tahmin Ediciler

Yavaş azalan (soft redescending) M-tahmin ediciler aykırı değerlerin etkilerini azaltma yönünde bir durum sergilerler ki etki fonksiyonun gösterimi  $\psi(r) \rightarrow 0$  şeklinde olur. Dolayısıyla yavaş azalan M-tahmin ediciler tahmini de bu doğrultuda gerçekleştirilir. Bu çalışmada yavaş azalan M-tahmin edicilerden Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi ele alınmıştır.

#### 2.2.1.1. Cauchy

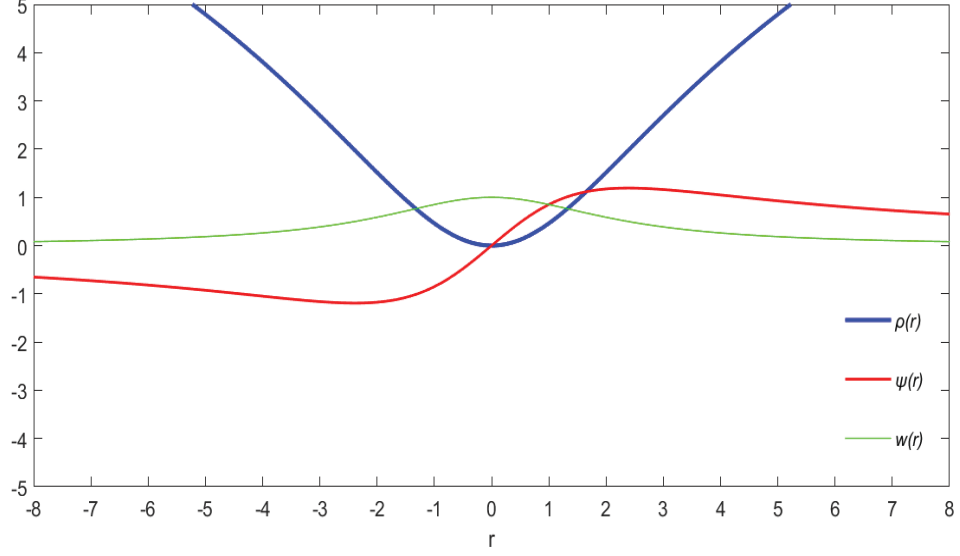
Simeon Denis Poisson (1781-1840), Laplace'ın çalışmalarını yeniden inceleyerek 1824 yılında spesifik özelliklere sahip, yoğunluğu  $\{\pi(1+x^2)\}^{-1}$  olan bir olasılık dağılımı ortaya koymuştur. Augustin Louis Cauchy (1789-1857) 1853 yılında *Comptes Rendus*'ta bu olasılık dağılımını ile ilgili farklı çalışmalar yapmıştır. Bu yüzden bu olasılık dağılımı, çağrışımından dolayı 'Cauchy' dağılımı olarak ifade edilmektedir (Stigler, 1974). Cauchy M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.11-2.13'de tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \left\{ \left( \frac{c_C^2}{2} \right) \log \left( 1 + \left( \frac{r}{c_C} \right)^2 \right) \right\}^{-1} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.11)$$

$$\psi(r) = \left\{ \frac{r}{\left( 1 + \left( \frac{r}{c_C} \right)^2 \right)} \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.12)$$

$$w(r) = \left\{ \frac{1}{\left( 1 + \left( \frac{r}{c_C} \right)^2 \right)} \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.13)$$

Cauchy M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_C=2.3849$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983; Zhang, 1997; Özyurt ve Pike, 2004; Pennacchi, 2008). Cauchy M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.6'da gösterilmektedir.



Şekil 2.6. Cauchy M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.2.1.2. Welsch

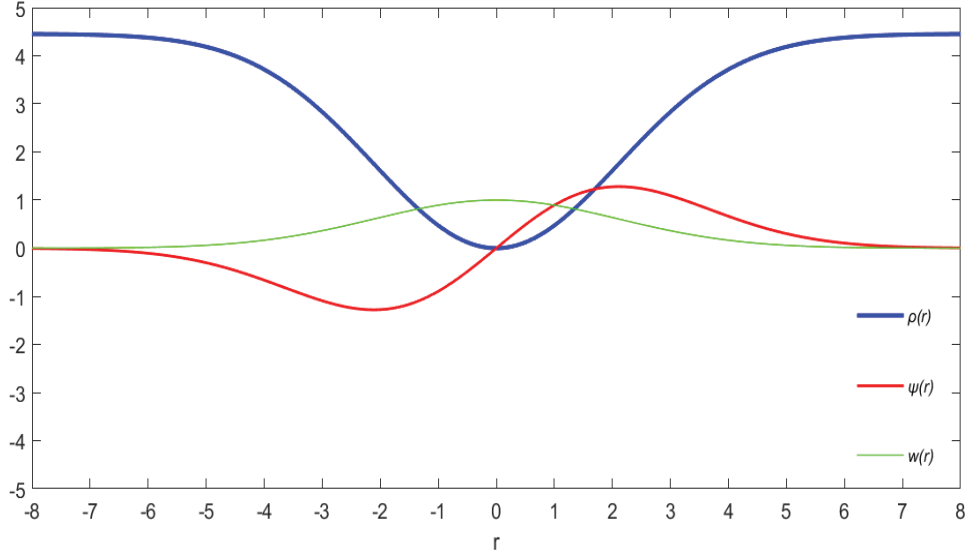
Dennis ve Welsch 1976 yılında doğrusal olmayan regresyon modeli için en küçük kareler ile sağlam regresyon tekniklerini ele aldıkları bir çalışmada Welsch M-tahmin edicisini sunmuşlardır. Welsch M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.14-2.16’da tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \left\{ \frac{c_W^2}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{c_W^2}\right) \right] \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.14)$$

$$\psi(r) = \left\{ r \exp\left(-\frac{r^2}{c_W^2}\right) \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.15)$$

$$w(r) = \left\{ \exp\left(-\frac{r^2}{c_W^2}\right) \right\} \quad r \in \mathbb{R} \quad (2.16)$$

Welsch M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_W=2.9846$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983; Zhang, 1997; Pennacchi, 2008). Welsch M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.7’de gösterilmektedir.



Şekil 2.7. Welsch M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

## 2.2.2. Hızlı Azalan M-Tahmin Ediciler

Hızlı azalan (hard redescending) M-tahmin ediciler, belirlenen aralık dışında, aykırı değer olarak tespit edilen gözlemi veri setinden dışlayarak parametre tahminini gerçekleştirirler. Hızlı azalan M-tahmin edicilerin etki fonksiyonu belirlenen aralık dışında 0 değerini almaktadır ve eşitlik 2.17’de olduğu gibi

$$\psi_c = \{\psi(r) : \psi(r) = 0 \quad |r| \geq c \quad (2.17)$$

ifade edilmektedir. Burada  $c$  ayar sabitidir (Hampel vd., 1986). Bu çalışmada hızlı azalan M-tahmin edicilerden Andrews, Hampel ve Tukey M tahmin edicisi ele alınmıştır.

### 2.2.2.1. Andrews

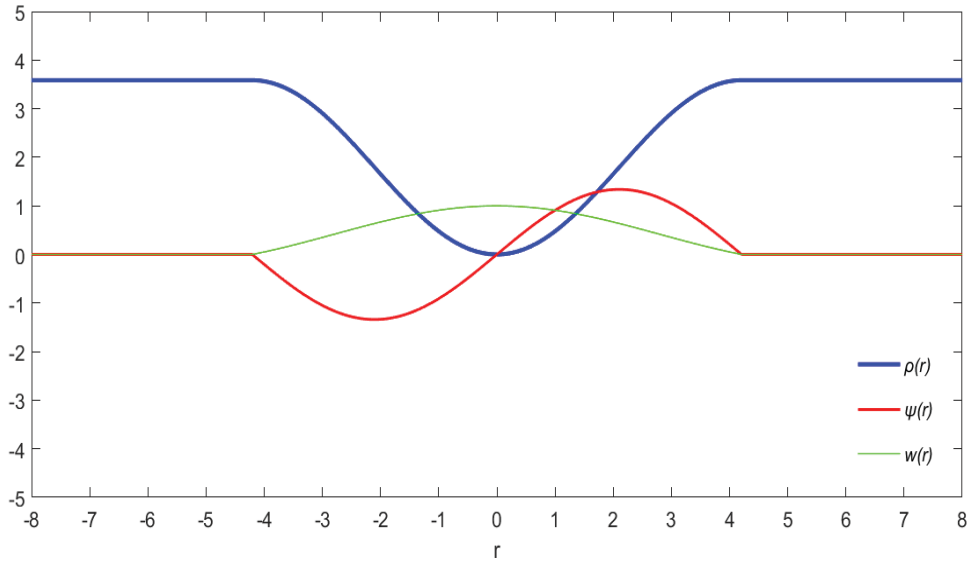
Andrews M-tahmin edicisi 1972 yılında tanıtılmıştır (Andrews vd., 1972; Andrews, 1974). Andrews M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.18-2.20’de tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \begin{cases} c_A^2 \left(1 - \cos\left(\frac{r}{c_A}\right)\right) & |r| \leq \pi c_A \\ 2c_A^2 & |r| > \pi c_A \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} c_A \sin\left(\frac{r}{c_A}\right) & |r| \leq \pi c_A \\ 0 & |r| > \pi c_A \end{cases} \quad (2.19)$$

$$w(r) = \begin{cases} \left(\frac{c_A}{r}\right) \sin\left(\frac{r}{c_A}\right) & |r| \leq \pi c_A \\ 0 & |r| > \pi c_A \end{cases} \quad (2.20)$$

Andrews M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_A=1.338$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983). Andrews M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.8'de gösterilmektedir.



Şekil 2.8. Andrews M tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.2.2.2. Hampel

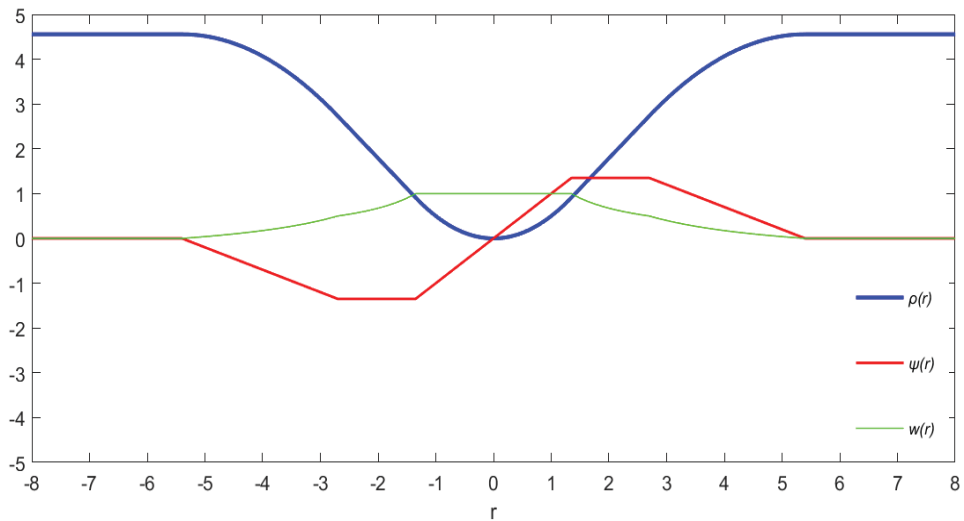
Hampel M-tahmin edicisi 1972 yılında tanıtılmıştır (Andrews vd., 1972). Hampel M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.21-2.23'de tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{r^2}{2} & |r| \leq a \\ a|r| - \frac{a^2}{2} & a < |r| \leq b \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a(c-b)}{2} \left[ 1 - \left( \frac{c-|r|}{c-b} \right)^2 \right] & b < |r| \leq c \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a(c-b)}{2} & |r| > c \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} r & |r| \leq a \\ a \operatorname{sign}(r) & a < |r| \leq b \\ \frac{a(c-|r|)}{c-b} \operatorname{sign}(r) & b < |r| \leq c \\ 0 & |r| > c \end{cases} \quad (2.22)$$

$$w(r) = \begin{cases} 1 & |r| \leq a \\ \frac{a}{|r|} & a < |r| \leq b \\ \frac{a(c-|r|)}{(c-b)|r|} & b < |r| \leq c \\ 0 & |r| > c \end{cases} \quad (2.23)$$

Hampel M-tahmin edicisinin ayar sabitleri  $a = 1.35$ ,  $b = 2.7$  ve  $c = 5.4$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Özyurt ve Pike 2004). Hampel M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.9'da gösterilmektedir.



Şekil 2.9. Hampel M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### 2.2.2.3. Tukey

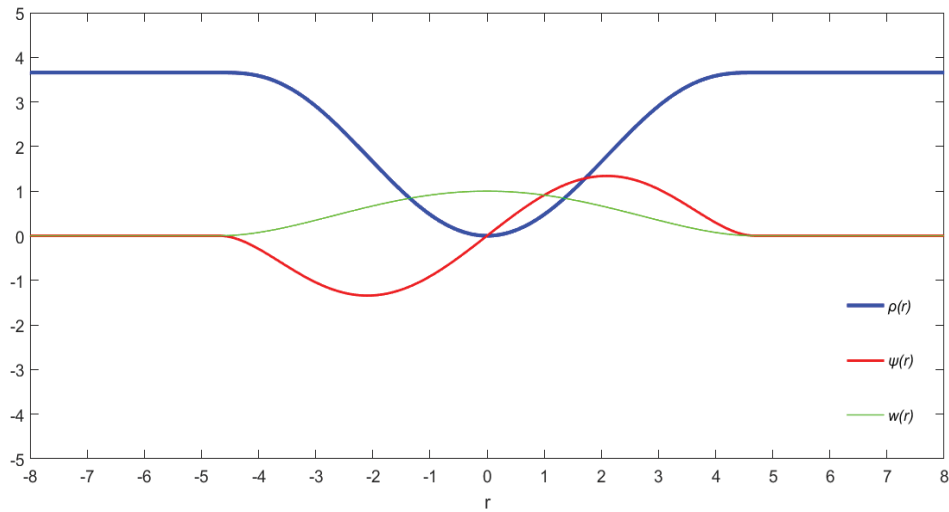
Tukey M-tahmin edicisi, 1974 yılında Beaton ve Tukey tarafından yapılan bir çalışma ile ortaya konmuştur. Bu tahmin edici “biweight-çift ağırlıklı, bisquare-çift kare” tahmin edici olarak da ifade edilmektedir. Tukey M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonu eşitlik 2.24-2.26’da tanımlanmaktadır.

$$\rho(r) = \begin{cases} \left(\frac{c_B^2}{6}\right) \left(1 - \left(1 - \left(\frac{r}{c_B}\right)^2\right)^3\right) & |r| \leq c_B \\ \left(\frac{c_B^2}{6}\right) & |r| > c_B \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} \left(r \left(1 - \left(\frac{r}{c_B}\right)^2\right)^2\right) & |r| \leq c_B \\ 0 & |r| > c_B \end{cases} \quad (2.25)$$

$$w(r) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{r}{c_B}\right)^2\right)^2 & |r| \leq c_B \\ 0 & |r| > c_B \end{cases} \quad (2.26)$$

Tukey M-tahmin edicisinin ayar sabiti  $c_T=4.6851$  standart normal dağılımda %95 asimptotik etkinlik sağlamaktadır (Holland ve Welsch, 1977; Rey, 1983; Zhang, 1997; Pennacchi, 2008). Tukey M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonuna ait grafik şekil 2.10’da gösterilmektedir.



Şekil 2.10. Tukey M-tahmin edicisinin  $\rho(r)$ ,  $\psi(r)$  ve  $w(r)$  fonksiyonları

### **3. GENETİK ALGORİTMA**

Genetik algoritma (GA), 1970'lerin başında John Holland tarafından tanıtılmıştır. GA yaklaşımı, popülasyon genetiğine dayalı buluşsal bir arama yöntemidir (Kumar vd., 2010). Bu yaklaşım Charles Darwin'in 19. yüzyılda ileri sürdüğü "en sağlam bireylerin hayatta kalması" prensibine dayanmaktadır (Michalewicz ve Schoenauer, 1996). GA, büyük arama uzaylarını ele alarak ömür boyu başka türlü bulanamayacak çözümlerin optimal kombinasyonlarını aramak için bu uzaylarda araştırma yapmaktadır (Yang, 2014).

GA'nın başlıca unsurlarından birisi kromozomlardır. Çözüm uzayındaki noktaları temsil eden kromozomlar, genellikle 0 ve 1 gibi iki olası alele (genlerin varyant formları) sahip lokuslardan (kromozom üzerindeki spesifik pozisyon) oluşmaktadır. Ayrıca daha iyi kromozomları elde etmek adına genetik operatörler ile işlenen kromozomlar, popülasyonu yinelemeli olarak değiştirmektedir. GA'nın diğer başlıca unsurları uygunluk fonksiyonu ile biyolojik yapıdan esinlenen operatörlerdir. Uygunluk fonksiyonu, popülasyonu oluşturan her kromozoma değer atamak için kullanılmaktadır. GA'da biyolojik yapıdan esinlenen operatörler ise seçim, çaprazlama ve mutasyondur. Seçim işleminde, kromozomlar, uygunluk değerlerine göre seçilir. Çaprazlama operatörü kromozomlar arasındaki dizileri değiştirerek yeni bireyleri oluşturur. Mutasyon operatörü ise kromozomlarda bulunan bazı genleri değiştirir (Holland, 1975; Michalewicz, 1992; Michalewicz ve Schoenauer, 1996; Katoch vd., 2021).

Bir popülasyonu oluşturan bireylerin tamamı jenerasyon (nesil) olarak ifade edilmektedir. GA'da her yeni jenerasyon daha iyi uygunluk değerine sahip bireyleri elde etmek içindir. Bu amaç doğrultusunda, iterasyonlar gerçekleştirilerek optimum değer elde edilir.

#### **3.1. Genetik Algoritmanın Temel Kavramları**

##### **3.1.1. Gen**

Bir bireyin karakteristik özelliklerini ortaya koyarak nesilden nesile aktarımını sağlayan kalıtım değerlerine gen denir. Genetik algoritmada gen sayısı araştırılan konudaki karar değişkeni sayısı kadardır.

### 3.1.2. Kromozom

Genlerin bir araya gelmesiyle oluşan yapılara kromozom denir. Genlerden oluşan her kromozom birey olarak ifade edilmektedir. Genetik algoritma ile elde edilen her birey muhtemel sonuç kromozomu olarak ele alınmaktadır.

Genetik algoritma yaklaşımı ile bireylerin elde edilmesinin ilk aşaması kodlamadır. Araştırmaya konu olan problemlerin çeşitliliği, ikili kodlama, permütasyon kodlama ve değer kodlama gibi farklı kodlama yöntemlerinin öne sürülmesine neden olmuştur.

İkili kodlama genetik algoritma yönteminin tanıtılmasından bu yana yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Çünkü birçok probleme kolay bir şekilde uyum sağlayabilmektedir. Bu kodlamada genler 0 ve 1 değerlerini almaktadır.

Permütasyon kodlama en kısa rota, gezgin satıcı problemi gibi optimizasyon çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Bu kodlamada sıralama şeklinde kodlama yapıldığından kullanılan bir değer tekrar kullanılmamaktadır.

Değer kodlama, harf, karakter veya gerçek sayı gibi kompleks değerlere sahip problemlerde kullanılmaktadır.

Kromozom <sub>1</sub>	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Kromozom <sub>2</sub>	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1

Şekil 3.1. İkili kodlama uygulanan kromozomlar

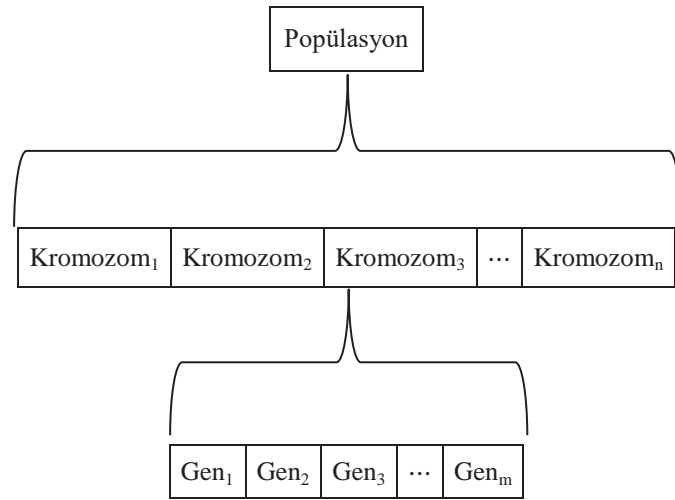
### 3.1.3. Popülasyon

Klasik terminolojiye göre, ele alınan bir problemin çözümüne birey denir. Ele alınan bireylerin oluşturduğu kümeye ise popülasyon denir (Kumar, vd., 2010). Genetik algoritmada popülasyon, kromozomların bulunduğu yer olarak ifade edilir. Bu yüzden popülasyon genişliğini kromozom sayısı belirlemektedir.

Genetik algoritmada optimum kromozom sayısını belirleyebilmek için farklı kromozom sayıları üzerine çalışmalar yapılmıştır (De Jong, 1975; Goldberg, 1985; Grefenstette, 1986; Schaffer vd., 1989; Alander, 1992; Odetaya, 1993; Whitley vd., 1999; Pelikan vd., 2000; Espinoza vd., 2003; Piszcz ve Soule, 2006). Çünkü popülasyon genişliğinin büyük veya küçük olması genetik algoritmanın işleyişini değiştirmektedir. Popülasyon genişliği büyük olduğunda, arama uzayında bulunan farklı sonuçlara ulaşmak mümkün olabilir, fakat bu durumda işlem süresi uzun

olacaktır. Eğer popülasyon genişliği küçük olursa bu seferde istenilen sonuca ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu yüzden problem için uygun olan kromozom sayısını belirlemek için farklı kromozom sayıları ile çalışılmalıdır.

Grefenstette, genetik algorithmada kullanılacak olan kontrol parametrelerinin en uygun ayarları için, De Jong'un çalışmasında kullandığı test fonksiyonlarını kullanarak bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma sonucunda en iyi genetik algoritma performansı için popülasyon genişliğinin 30-100 arasında olması gerektiğini ifade etmiştir (Grefenstette, 1986).



Şekil 3.2. Popülasyon yapısı

## 3.2. Genetik Algoritma Operatörleri

### 3.2.1. Seçim

Seçim işlemi kromozomlardan elde edilen uygunluk değerlerinin incelendiği bir aşamadır. Bu aşamada iyi uygunluk değerine sahip olan kromozomların bir sonraki jenerasyonda da yer alması amaçlanmaktadır. Bu amaçla seçim işlemi için sıralama, rulet tekerleği ve turnuva gibi çeşitli yöntemler ileri sürülmüştür.

Sıralama yönteminde, popülasyonu oluşturan kromozomların tamamı uygunluk değerlerine göre sıralanır. Daha sonra bu sıralamaya göre iyi uygunluk değerine sahip kromozomlar bir sonraki jenerasyona seçilir. Elenen kromozomların yerine ise tesadüfi olarak yeni kromozomlar eklenerek popülasyon güncelleştirilir.

Rulet çarkı yönteminde popülasyonda bulunan tüm kromozomların uygunluk değerleri toplanır. Daha sonra her kromozomun uygunluk değerinin toplam uygunluk değerine oranlanmasıyla her kromozomun bir sonraki jenerasyona seçilme olasılığı

elde edilir. Kromozomların her biri seçilme olasılıklara göre rulet çarkında yerini alır ve seçim işlemi gerçekleştirilir.

Turnuva seçim yönteminde, popülasyondan rasgele seçilen kromozom çiftleri kendi aralarında turnuvaya girerler ve uygunluk değeri daha iyi olan kromozomlar turnuvayı kazanarak seçilirler. Bu şekilde daha iyi kromozomlardan oluşan yeni jenerasyon elde edilmiş olur.

Bu çalışmada seçim işlemi için K-Medoids yöntemi kullanılmıştır. K-Medoids kümeleme (cluster) yöntemi Kaufman ve Rousseeuw tarafından 1987 yılında tanıtılmıştır. K-Medoids yöntemi, veri setini medoid adı verilen k küme şeklinde oluştururken, her kümenin kendi içerisindeki benzerliklerinin maksimum, kümeler arasındaki benzerliklerinin ise minimum seviyelerde olmasını amaçlamaktadır (Han vd. 2012).

K-Medoids yöntemi, her kümenin kendi elemanlarının arasındaki toplam mesafeyi minimum yapmaya çalışır. Bu amaç doğrultusunda algoritma medoidi tespit etmek için kümedeki elemanların ortalamasını almak yerine kümenin merkezine en az mesafede bulunan elemanı küme medoidi olarak ele alır. Bu işlem ile aykırı küme elemanlarının, küme merkezini sınırlara doğru çekmesi önlenmiş olur. Bu yüzden K-Medoids robust bir kümeleme yöntemi olarak ele alınmaktadır.

K-Medoids yönteminin algoritma adımları:

**Adım 1.** İlk medoidler için k elemanları keyfi olarak seçilir

**Adım 2.** Medoidler güncellenir

- a. Kalan her eleman en yakın medoid kümeye atanır
- b. Medoid olmayan bir eleman rastgele seçilir
- c. Eski medoid elemanı yeni seçilen medoid olmayan elemanla değiştirmenin toplam uzaklığı hesaplanır
- d. Toplam değişim sıfırdan küçükse, yeni k-medoid kümesini oluşturmak için bu değişim işlemi gerçekleştirilir

**Adım 3.** Değişiklik olmayıncaya kadar **Adım 2.** tekrarlanır (Balabantaray vd., 2013).

### 3.2.2. Çaprazlama

Genetik alıritmada yeni bireylerin oluşması için çaprazlama işleminin uygulanması gerekmektedir. Çaprazlama işlemi için popülasyonda bulunan kromozomlar tesadüfi olarak eşleştirilir. Eşleştirilen kromozom çiftlerinin bulunduğu konum eşleştirme havuzu olarak ifade edilir.

Eşleştirme havuzunda bulunan her kromozom çiftine çaprazlama işlemi uygulanmayabilir. Çaprazlama işleminin uygulanabilmesi için daha önceden belirlenen çaprazlama oranı, her kromozom çifti için tesadüfi olarak üretilen  $[0,1]$  aralığındaki değerler ile karşılaştırılır. Eğer kromozom çifti için üretilen sayı, çaprazlama oranından küçükse çaprazlama işlemi uygulanır, değilse uygulanmaz.

Çaprazlama işlemi uygulanacak olan kromozom çiftleri için tesadüfi olarak çaprazlama noktaları tayin edilir. Çaprazlama işlemi uygulanacak kromozom çiftleri için çaprazlama nokta sayısı, tek ise tek nokta çaprazlama, çift ise çift nokta çaprazlama işlemi gerçekleştirilir.

Çaprazlama İşlemi Uygulanan Kromozom <sub>k</sub>	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
Çaprazlama İşlemi Uygulanan Kromozom <sub>l</sub>	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1

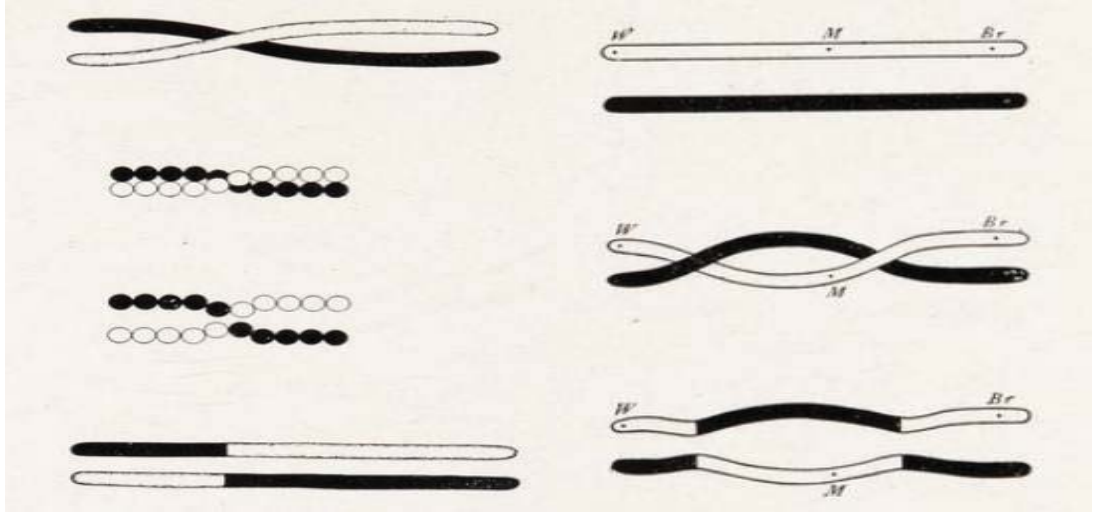
Tek Nokta Çaprazlama Sonrası Yeni Kromozom <sub>m</sub>	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
Tek Nokta Çaprazlama Sonrası Yeni Kromozom <sub>n</sub>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1

Şekil 3.3. Tek nokta çaprazlama

Çaprazlama İşlemi Uygulanan Kromozom <sub>k</sub>	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
Çaprazlama İşlemi Uygulanan Kromozom <sub>l</sub>	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1

Çift Nokta Çaprazlama Sonrası Yeni Kromozom <sub>p</sub>	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
Çift Nokta Çaprazlama Sonrası Yeni Kromozom <sub>r</sub>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1

Şekil 3.4. Çift nokta çaprazlama



Şekil 3.5. Tek nokta çaprazlama ile çift nokta çaprazlama tasarısı (Morgan, 1916)

### 3.2.3. Mutasyon

Kromozomlar arasında çaprazlama işlemi yapılarak farklı kromozomların elde edilmesi amaçlanmaktadır. Çaprazlama işleminden sonra aynı kromozomlara rastlamamak ve arama uzayında bulunan farklı kromozomlara hızlı bir şekilde ulaşmak için mutasyon işlemi uygulanır. Mutasyon işlemi kromozomlardaki genlere uygulanır. Bir gene mutasyon işleminin uygulanabilmesi için daha önceden belirlenen mutasyon oranı, tesadüfi olarak üretilen  $[0,1]$  aralığındaki değer ile karşılaştırılır. Karşılaştırma sonrası üretilen sayı, mutasyon oranından küçükse mutasyon işlemi uygulanmakta, değilse uygulanmamaktadır.

Mutasyon Öncesi Kromozom	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1
Mutasyon Sonrası Kromozom	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1

Şekil 3.6. Mutasyon işlemi

### 3.3. Uygunluk Değeri

Uygunluk değeri, ele alınan problemin optimal sonucunu elde etmek için araştırmacı tarafından tanımlanan fonksiyon değeridir. Uygunluk fonksiyonu problemlere göre değişkenlik göstermektedir. Örneğin bir problemde optimal değer en küçük değer (minimum-maliyet vb.) iken bir problemde en büyük değer (maksimum-kar vb.) olabilir. Bu yüzden problemin iyi bir şekilde ele alınarak uygunluk değerinin belirlenmesi gerekmektedir.

### 3.4. Durdurma Kriteri

Seçim, çaprazlama ve mutasyon işlemlerinin uygulanması ile yeni nesil elde edilmektedir. Her yeni nesil için uygunluk değerleri hesaplanarak seçim, çaprazlama ve mutasyon işlemleri tekrar uygulanır. Durdurma kriteri ise bu adımların ne kadar sürmesi gerektiğine karar vermektedir. Şayet durdurma kriteri ortaya konulmazsa evrim tamamlanmayacak ve bu yüzden bu işlemler daima devam edecektir.

Genetik algorithmada durdurma kriteri için iterasyon sayısı, en uygun hedef ve en düşük iyileşme gibi çeşitli yöntemler ileri sürülmüştür. Bu çalışmada iterasyon sayısı durdurma kriteri olarak kullanılmıştır. Bu yöntemde işlemler belirlenen iterasyon sayısı kadar devam ettirilir ve belirlenen iterasyon sayısına ulaşıldığında program durdurulur.

### 3.5. Genetik Algoritmanın Çalışma Prensibi

Genetik algoritmanın işleyişinde öncelik başlangıç popülasyonunun oluşturulmasıdır. Daha sonra bu popülasyon havuzundan üreme için bir çift "ebeveyn" çözüm seçilir. Çaprazlama ve mutasyon yöntemleri kullanılarak bir "alt" çözüm üretilir ve tipik olarak "ebeveynlerinin" birçok özelliğini paylaşan yeni bir çözüm oluşturulur. Her yeni bireyin elde edilmesi için yeni ebeveyn çifti seçilir ve bu süreç, uygun büyüklükte yeni bir çözüm popülasyonu elde edilinceye kadar sürer. Bu süreçler sonucunda, ilk nesilden farklı olan yeni nesil kromozom popülasyonu elde edilir. Genel olarak genetik algoritma, üreme için uygunluğu az olan çözümlerin küçük bir oranı ile birlikte, önceki nesilden yalnızca en iyi olanları seçeceğinden, popülasyon için uygulanan prosedür ortalama uygunluğu arttıracaktır (Kumar vd., 2010).

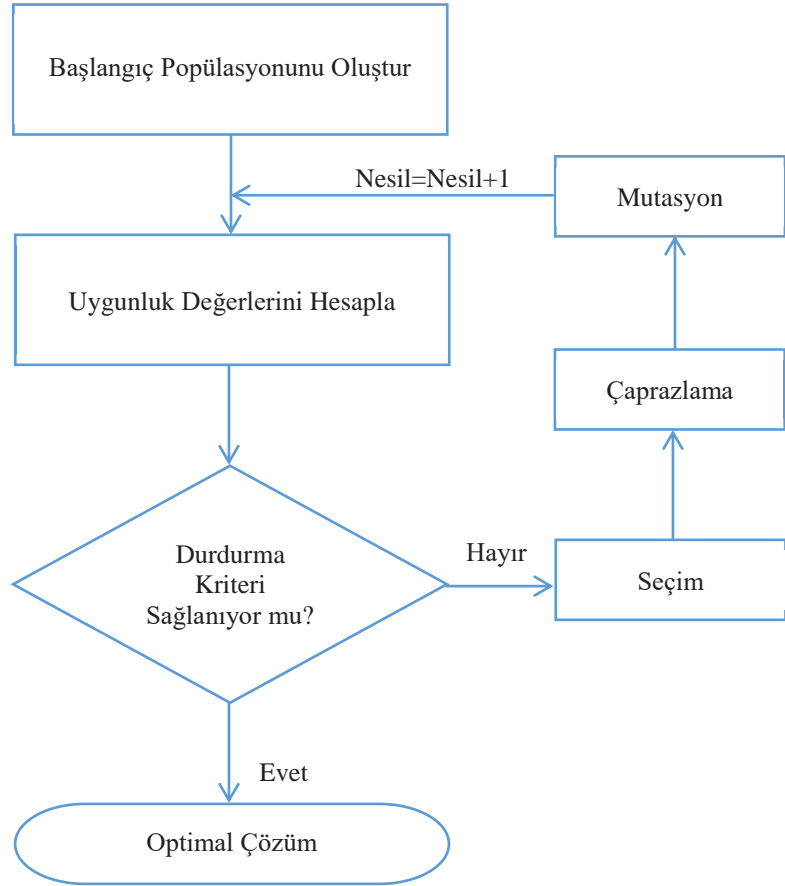
Genetik algoritmanın adımları şu şekilde özetlenebilir (Kim ve Han, 2000; Koza, 1992):

1. Bireylerden oluşan popülasyon başlatılır. Bu işlem sabit uzunluktaki karakter dizileriyle temsil edilen belirli sayıdaki bireyin rastgele oluşturulmasıyla olabilir. Sonraki adımlar (2–4), durdurma kriteri karşılanana kadar yinelemeli olarak gerçekleştirilir.

2. Popülasyondaki her birey için, belirli bir olasılıkla bir mutasyon meydana gelebilir. Başka bir deyişle, birey tesadüfi bir şekilde kısmen değişebilir.

3. Bireyler (muhtemelen değişen), yine tesadüfi bir şekilde, kendi aralarında çiftler halinde bölünür ve değişir. Bu bölünmeler yeni bireyleri oluşturur (çaprazlama). Adım 2 ve 3'ün bir sonucu olarak popülasyon değişmiş olur.

4. Yeni elde edilen popülasyondaki her bireyin uygunluğu değerlendirilir. Buna dayanarak, tüm bireylerin yalnızca bir kısmı bir sonraki adıma (Adım 2) geçer veya uygunluk değeri elde edildiyse, prosedür durdurulur (Drachal ve Pawlowski, 2021).



Şekil 3.7. Genetik algoritmanın akış diyagramı

## 4. ROBUST REGRESYON İÇİN YENİ BİR GENETİK ALGORİTMA YAKLAŞIMI

Doğrusal regresyon analizinde parametre kestirimi için genellikle EKK tahmin edicisi kullanılmaktadır. EKK tahmin edicisi doğrusal regresyon modeli varsayımları sağlandığında en iyi sonuçları vermektedir. Fakat bu varsayımlar çoğu zaman sağlanmamaktadır. Bu yüzden varsayımlardan sapmalar olduğunda kullanılabilecek alternatif yöntemler geliştirilmiştir. Bunlardan birisi ağırlıklandırılmış en küçük kareler (AEKK) yöntemidir.  $\beta'$ 'nin AEKK tahmin edicileri eşitlik 4.1 ile elde edilmektedir.

$$\hat{\beta} = (X'WX)^{-1}X'WY \quad (4.1)$$

Eşitlik 4.1'de ağırlıkları temsil eden  $W$  değerleri 1 olduğunda  $\beta'$ 'nin EKK tahmin edicileri elde edilmektedir. Bu yüzden aykırı değer içeren veri setinde ağırlıkların 1 olması yanıltıcı sonuçlara neden olmaktadır. Burada önemli olan aykırı değerlerin veri setine uygun bir şekilde ağırlıklandırılmasını sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda robust regresyon için optimum ağırlıkların genetik algoritma ile elde edildiği Genetic Algorithm for Robust Regresyon (GARR) yöntemi önerilmiştir.

Önerilen GARR yönteminin algoritma adımları şu şekildedir;

**Adım 1.** Genetik algortmada kullanılacak olan kontrol parametreleri belirlenir.

Bu çalışmada kullanılacak olan GARR yönteminin kontrol parametreleri, kromozom sayısı=100, çaprazlama oranı=0.9, mutasyon oranı=0.001 ve iterasyon sayısı=1000 olarak alınmıştır.

**Adım 2.** Başlangıç popülasyonu ikili kodlama ile oluşturulur.

Genler 0 veya 1 olarak türetilir. 0, gözlem değerinin kromozoma dahil olmadığını, 1 ise dahil olduğunu göstermektedir.

**Adım 3.** Uygunluk değeri hesaplanır.

Kromozomların HKOK değerleri hesaplanır.

$$HKOK = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n e_i^2\right)/n} \quad (4.2)$$

**Adım 4.** Seçim işlemi uygulanır.

Kromozomlardan elde edilen HKOK değerlerine K-Medoids yöntemi uygulanır. HKOK değerleri küçük olan kümedeki kromozomlar bir sonraki nesil için seçilir.

**Adım 5.** Çaprazlama işlemi uygulanır.

**Adım 6.** Mutasyon işlemi uygulanır.

**Adım 7.** Durdurma kriteri uygulanır.

**Adım 3. – Adım 6.** arasındaki işlemler iterasyon sayısınca tekrarlanır. HKOK değerleri küçük olan kümelerdeki genlerin toplam sayılarına eşitlik 4.3'deki Min-Max normalleştirme dönüşümü uygulanır. Elde edilen  $G_{i_v}$  değerlerinin karesi alınarak  $W_i$  ağırlıkları elde edilir.

$$W_i = \frac{G_i - G_{min}}{G_{max} - G_{min}} \quad (4.3)$$

## 5. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde M-tahmin ediciler ile GARR yöntemi simülasyon çalışması ve gerçek veri seti kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bu çalışmalardaki bulgular MATLAB programı ile elde edilmiştir.

### 5.1. Simülasyon Çalışması

Simülasyon çalışmasında yöntemlerin karşılaştırılması için üç bağımsız değişken ile çoklu doğrusal regresyon analizi yapılmıştır. Simülasyon çalışması için kurulan çoklu doğrusal regresyon modeli eşitlik 5.1'de gösterilmektedir.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon \quad (5.1)$$

Eşitlik 5.1'de  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  ve  $\beta_3$ , 1 olarak alınmıştır. Bağımsız değişkenler  $x_1 \sim N(5, \sigma_1)$ ,  $x_2 \sim N(10, \sigma_2)$ ,  $x_3 \sim N(20, \sigma_3)$ , 4 farklı şekilde,

$x_1 \sim N(5,1), x_2 \sim N(10,1), x_3 \sim N(20,1)$
$x_1 \sim N(5,3), x_2 \sim N(10,3), x_3 \sim N(20,3)$
$x_1 \sim N(5,5), x_2 \sim N(10,5), x_3 \sim N(20,5)$
$x_1 \sim N(5,5), x_2 \sim N(10,3), x_3 \sim N(20,1)$

hata terimi  $\varepsilon \sim N(0,1)$  olarak türetilmiştir. Çalışmada, örneklem büyüklüğü  $n = [10, 20, 30, 40, 50, 100, 300]$  ve aykırı değer sayısı 1,2 ve 3 olarak alınmıştır. Aykırı değerler herhangi bir  $i$ . bağımlı değişken değerinin  $y_{i_v} = y_i * 10$  şeklinde değiştirilmesi ile oluşturulmuştur. Ayrıca simülasyon çalışması ile %1, %2, %5 ve %10 aykırı değer yüzdesine sahip farklı örneklem büyüklükleri incelenmiştir. Simülasyon çalışması için 1000 ( $T$ ) farklı veri seti türetilmiştir. Yöntemlerin parametre tahminlerine yönelik ortalama değerleri eşitlik 5.2 ile elde edilmiştir. Yöntemlerin karşılaştırılması ise eşitlik 5.3 kullanılarak yapılmıştır.

$$\text{Ortalama} = \left( \sum_{i=1}^T \hat{\beta}_i \right) / T \quad (5.2)$$

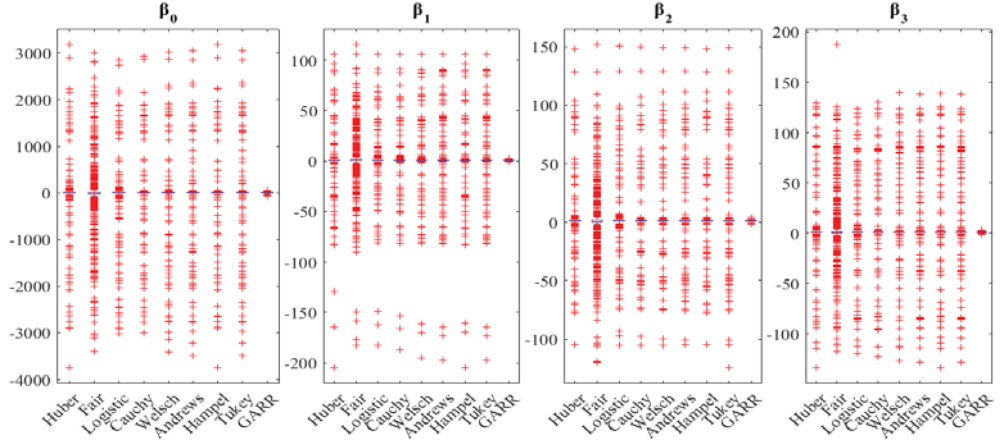
$$\text{HKOK} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^T (\beta_i - \hat{\beta}_i)^2 \right) / T} \quad (5.3)$$

Alınan simülasyon sonuçlarına göre yöntemler incelenerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

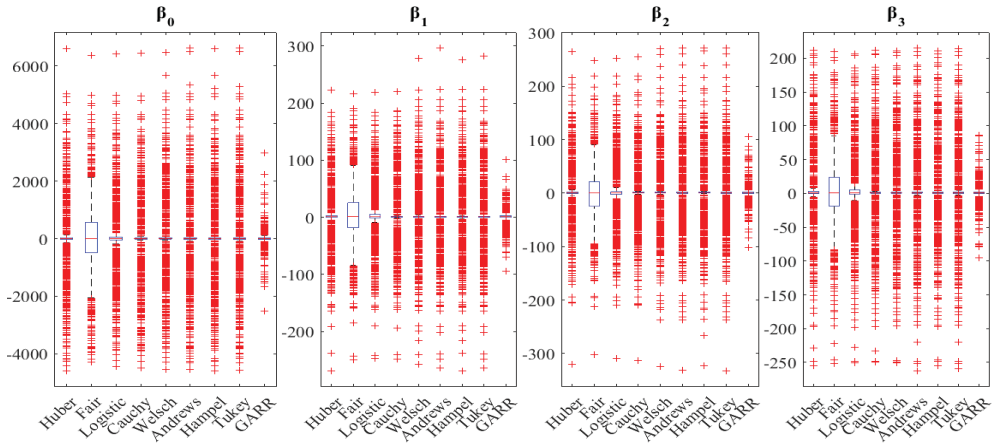
Tablo 5.1.  $n=10$  ve  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	-9.6324	0.5902	1.1962	1.6353	392.5448	14.6194	14.1672	17.3744
	Fair	-42.6492	0.8397	1.2299	3.3756	581.8229	21.2561	22.3143	25.2931
	Logistic	-17.6753	0.6599	1.3278	1.9756	422.6410	14.9235	15.2288	18.1107
	Cauchy	-11.4377	0.5216	1.3723	1.6398	371.0572	14.2857	14.0673	16.5497
	Welsch	-22.7321	0.8193	1.5330	2.0679	426.0604	15.4184	15.1233	18.5952
	Andrews	-22.8438	0.7855	1.4759	2.1239	434.7434	16.4825	15.6212	18.9030
	Hampel	-10.7168	0.6228	1.2622	1.6384	395.2647	15.0786	14.2029	17.7170
	Tukey	-21.1113	0.7018	1.3953	2.0923	436.6015	16.2483	16.0596	18.8888
	GARR	0.7202	0.9824	0.9907	1.0233	12.4400	0.5066	0.5348	0.5444
2	Huber	-9.2949	2.0548	-0.6840	3.4177	1257.0233	49.8307	52.3702	53.0935
	Fair	13.0669	3.4627	-0.7029	2.4881	1311.7629	53.2064	54.6494	55.5604
	Logistic	-16.8943	2.6225	-0.6183	3.6753	1249.6710	50.2936	52.2902	52.6884
	Cauchy	-11.1834	2.4941	-0.8784	3.4346	1252.2076	50.3209	52.5854	52.8345
	Welsch	0.5802	2.4485	-0.8540	2.8425	1285.8919	52.5579	53.9559	54.4202
	Andrews	3.0874	2.1601	-1.7226	3.2520	1321.5905	53.3736	55.3539	55.6210
	Hampel	-1.7295	2.7143	-0.8054	2.8657	1297.0604	52.8098	54.4566	54.7583
	Tukey	5.5580	2.1482	-1.7969	3.1685	1317.8204	53.2746	55.3017	55.4382
	GARR	8.9476	0.9305	0.4385	1.0890	291.2161	12.0157	13.0519	12.6153
3	Huber	-36.1423	2.6677	3.5859	5.0179	1744.5878	75.9535	74.2688	76.0973
	Fair	-31.8608	2.5152	3.7817	5.0622	1738.6066	74.8724	73.4599	75.7928
	Logistic	-37.0166	2.7852	3.2644	5.2607	1748.9527	76.1068	74.0722	76.2900
	Cauchy	-36.1211	2.2585	3.4581	5.1767	1785.9370	78.5329	76.9028	77.8047
	Welsch	-41.7497	2.0618	3.7932	5.3484	1842.8324	81.6310	80.6968	80.1440
	Andrews	-43.2101	1.6866	4.0043	5.4158	1868.0488	82.1982	81.6400	80.9292
	Hampel	-36.4271	1.9387	3.3637	5.3062	1836.5789	81.6623	80.3648	79.7814
	Tukey	-46.3634	1.9335	4.1144	5.4591	1869.2203	82.2310	81.2991	80.9613
	GARR	-31.1660	1.1063	1.6761	3.7249	981.3951	48.5398	46.1863	42.6243

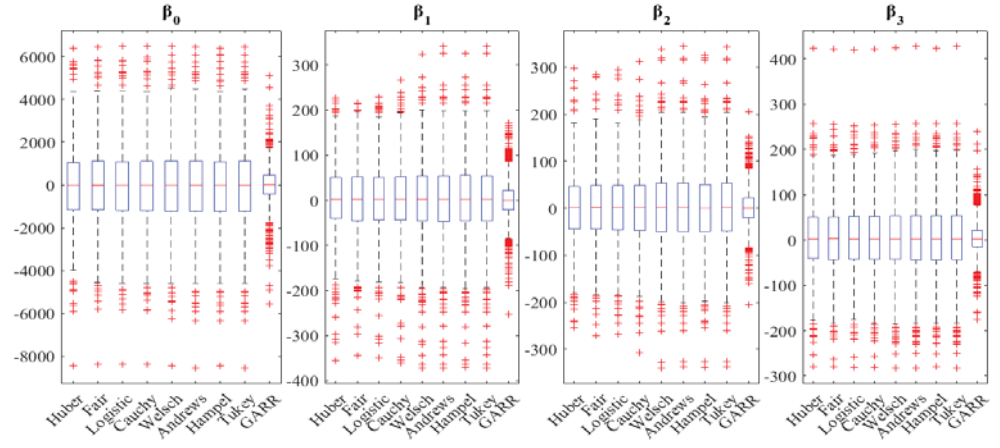
Tablo 5.1 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1, 2 ve 3 aykırı değer için sırasıyla Cauchy, Logistic ve Fair M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri Şekil 5.1-5.3’de verilmiştir.



Şekil 5.1.  $n=10$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.2.  $n=10$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



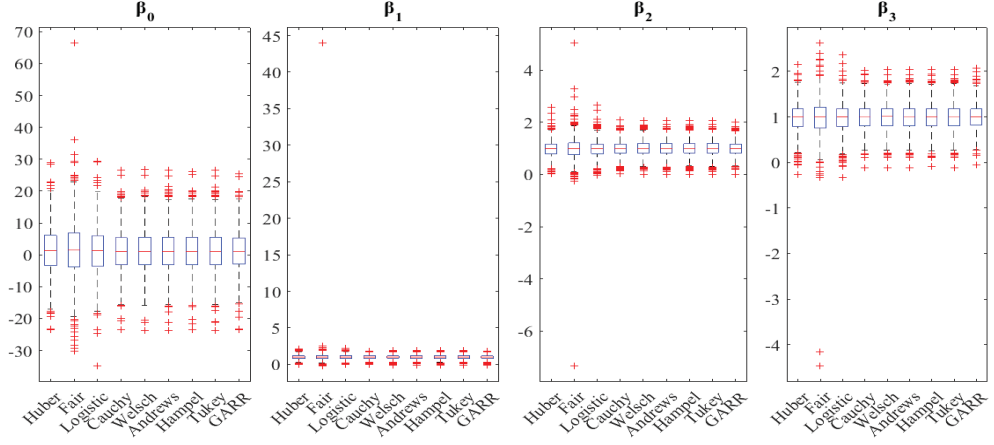
Şekil 5.3.  $n=10$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.1 incelendiğinde M-tahmin edicilerin parametre tahminlerinin 1'den uzak olmasına rağmen GARR yönteminin parametre tahminlerinin 1'e yakın olduğu görülmektedir. Şekil 5.2-5.3 incelendiğinde de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

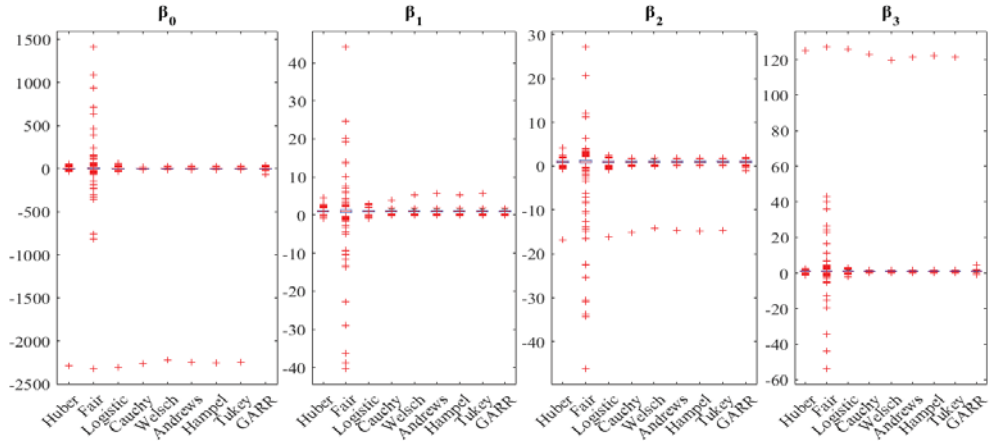
Tablo 5.2.  $n=20$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.3831	1.0015	0.9905	0.9905	7.1358	0.2964	0.3147	0.3112
	Fair	1.6573	1.0440	0.9817	0.9760	8.8266	1.4042	0.4838	0.4444
	Logistic	1.4308	0.9999	0.9905	0.9890	7.3393	0.3014	0.3212	0.3191
	Cauchy	1.1287	0.9981	0.9950	0.9970	6.5590	0.2728	0.2791	0.2832
	Welsch	1.1366	0.9983	0.9956	0.9961	6.6693	0.2804	0.2837	0.2873
	Andrews	1.1376	0.9973	0.9962	0.9959	6.7143	0.2799	0.2864	0.2904
	Hampel	1.1331	0.9978	0.9961	0.9962	6.6709	0.2781	0.2846	0.2873
	Tukey	1.1379	0.9968	0.9964	0.9960	6.7063	0.2798	0.2860	0.2902
	GARR	1.0979	0.9956	0.9934	0.9999	6.4096	0.2682	0.2711	0.2743
2	Huber	-1.1177	1.0184	0.9866	1.1205	72.7936	0.3842	0.6800	3.9420
	Fair	2.0238	0.9218	0.7161	1.1519	113.2042	3.3526	3.4517	5.4945
	Logistic	-1.0408	1.0143	0.9801	1.1218	73.4317	0.3877	0.6629	3.9617
	Cauchy	-1.1793	1.0099	0.9837	1.1156	71.8653	0.2997	0.5787	3.8624
	Welsch	-1.1546	1.0117	0.9856	1.1127	70.4744	0.3164	0.5542	3.7665
	Andrews	-1.1922	1.0119	0.9866	1.1141	71.4074	0.3240	0.5670	3.8178
	Hampel	-1.1914	1.0118	0.9854	1.1146	71.6792	0.3159	0.5728	3.8380
	Tukey	-1.1832	1.0115	0.9861	1.1139	71.3605	0.3229	0.5671	3.8156
	GARR	1.0430	1.0063	0.9964	0.9977	6.7151	0.2873	0.2866	0.2948
3	Huber	5.2696	1.1315	0.9793	0.8095	81.6574	5.7908	6.3414	4.9241
	Fair	-1.1553	1.5681	1.0875	1.1458	223.2773	11.8177	11.9012	10.0228
	Logistic	4.4544	1.2305	0.9080	0.8742	93.0766	6.3775	6.3849	5.2873
	Cauchy	2.1021	1.2984	1.0922	0.8442	67.5431	4.8068	5.2278	4.4348
	Welsch	2.2991	1.2234	1.0816	0.8593	82.3034	5.6119	5.4096	5.0776
	Andrews	2.6402	1.3205	1.0857	0.8182	84.5495	6.5185	5.3982	5.3381
	Hampel	3.4270	1.2647	1.0880	0.7879	76.2829	6.1410	5.4305	4.7695
	Tukey	2.6476	1.3202	1.0855	0.8180	84.5911	6.5184	5.4019	5.3405
	GARR	1.1642	1.0037	1.0035	0.9901	6.7269	0.2944	0.2790	0.2952

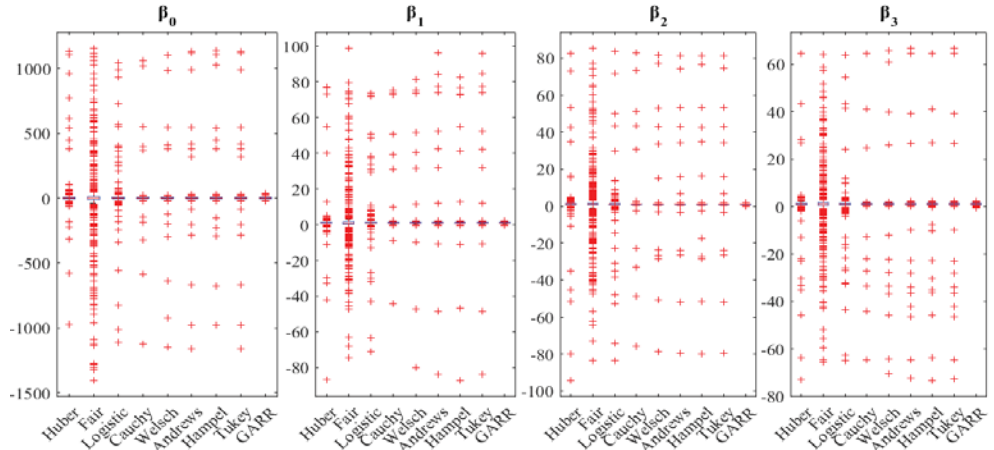
Tablo 5.2 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1, 2 ve 3 aykırı değer için sırasıyla Cauchy, Welsch ve Cauchy M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.4-5.6'da verilmiştir.



Şekil 5.4.  $n=20$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.5.  $n=20$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



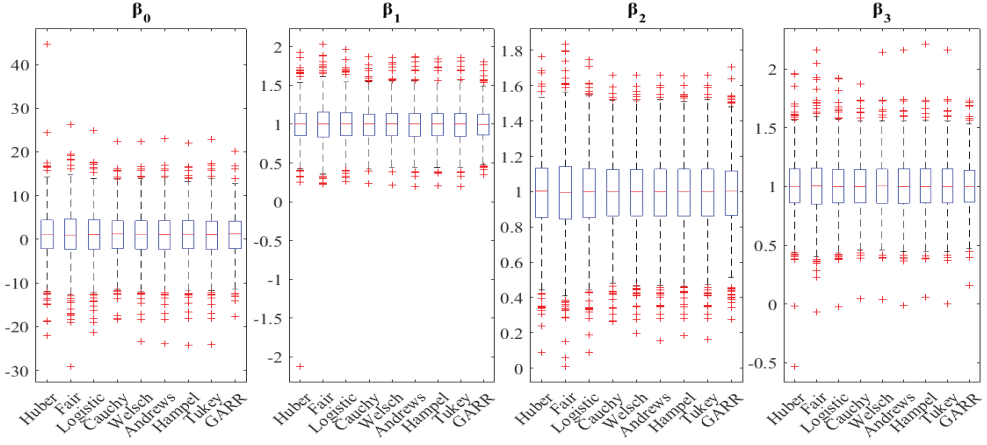
Şekil 5.6.  $n=20$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.4-5.5 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Şekil 5.6 incelendiğinde ise GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.4-5.5'deki parametre tahminlerinden daha iyi performans sergilediği görülmektedir.

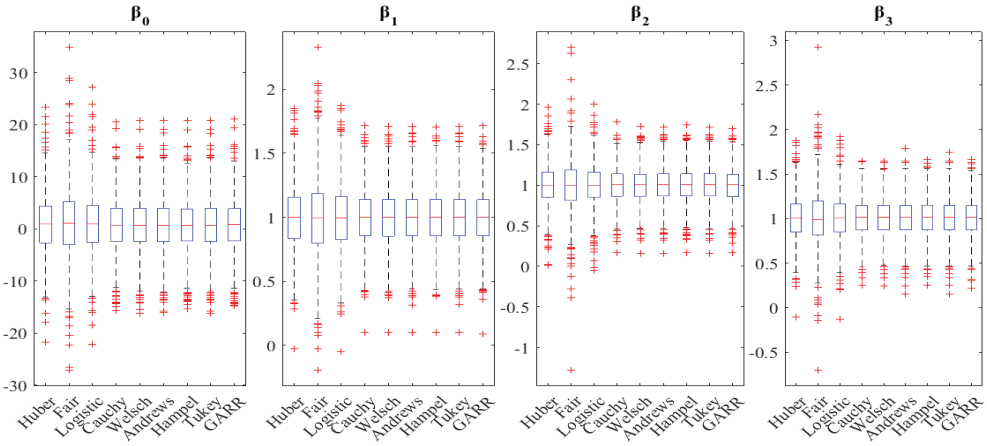
Tablo 5.3.  $n=30$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0931	0.9918	0.9914	1.0047	5.3762	0.2454	0.2251	0.2337
	Fair	1.0596	0.9982	0.9900	1.0078	5.7216	0.2479	0.2463	0.2521
	Logistic	1.0410	0.9962	0.9914	1.0065	5.2277	0.2272	0.2263	0.2297
	Cauchy	1.0478	0.9934	0.9910	1.0039	4.9142	0.2137	0.2129	0.2137
	Welsch	1.0267	0.9938	0.9913	1.0046	4.9907	0.2153	0.2145	0.2174
	Andrews	1.0248	0.9940	0.9914	1.0046	5.0319	0.2174	0.2154	0.2203
	Hampel	1.0233	0.9930	0.9916	1.0048	4.9967	0.2144	0.2144	0.2181
	Tukey	1.0214	0.9940	0.9913	1.0048	5.0306	0.2175	0.2154	0.2201
	GARR	1.0743	0.9938	0.9922	1.0019	4.7372	0.2066	0.2062	0.2054
2	Huber	0.9155	0.9958	1.0021	1.0101	5.4544	0.2500	0.2491	0.2338
	Fair	1.0678	0.9962	0.9964	1.0104	6.7807	0.3129	0.3220	0.2997
	Logistic	0.9725	0.9947	0.9994	1.0096	5.6147	0.2563	0.2553	0.2404
	Cauchy	0.7756	0.9958	1.0047	1.0094	4.9471	0.2200	0.2129	0.2066
	Welsch	0.7547	0.9954	1.0054	1.0101	4.9806	0.2212	0.2139	0.2077
	Andrews	0.7574	0.9952	1.0058	1.0098	5.0230	0.2225	0.2144	0.2104
	Hampel	0.7486	0.9951	1.0061	1.0101	4.9675	0.2208	0.2147	0.2074
	Tukey	0.7585	0.9953	1.0057	1.0097	5.0183	0.2225	0.2145	0.2102
	GARR	0.8146	0.9955	1.0034	1.0080	4.9016	0.2196	0.2116	0.2051
3	Huber	1.1097	0.9926	0.9895	1.0124	6.5681	0.2784	0.3736	0.2635
	Fair	1.6334	0.9782	1.0171	0.9870	21.2641	0.4667	0.7206	1.1711
	Logistic	1.0385	0.9890	0.9985	1.0131	6.3940	0.2776	0.3007	0.2740
	Cauchy	0.9442	0.9983	0.9929	1.0067	4.9419	0.2158	0.2321	0.2144
	Welsch	0.9524	0.9982	0.9928	1.0061	4.9503	0.2164	0.2329	0.2153
	Andrews	0.9737	0.9984	0.9929	1.0050	4.9775	0.2178	0.2340	0.2170
	Hampel	0.9591	0.9980	0.9931	1.0057	4.9635	0.2173	0.2329	0.2158
	Tukey	0.9723	0.9983	0.9930	1.0050	4.9732	0.2177	0.2336	0.2167
	GARR	0.9919	0.9984	0.9923	1.0043	4.7879	0.2112	0.2233	0.2103

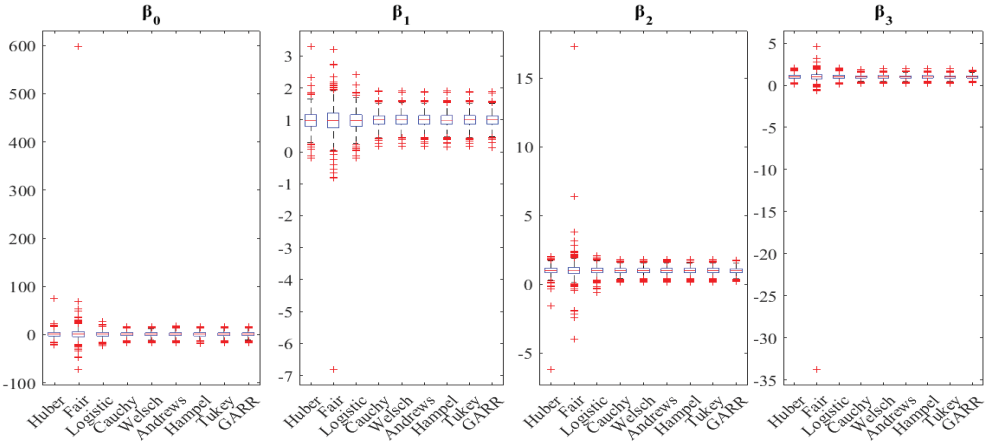
Tablo 5.3 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri Şekil 5.7-5.9'da verilmiştir.



Şekil 5.7.  $n=30$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.8.  $n=30$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



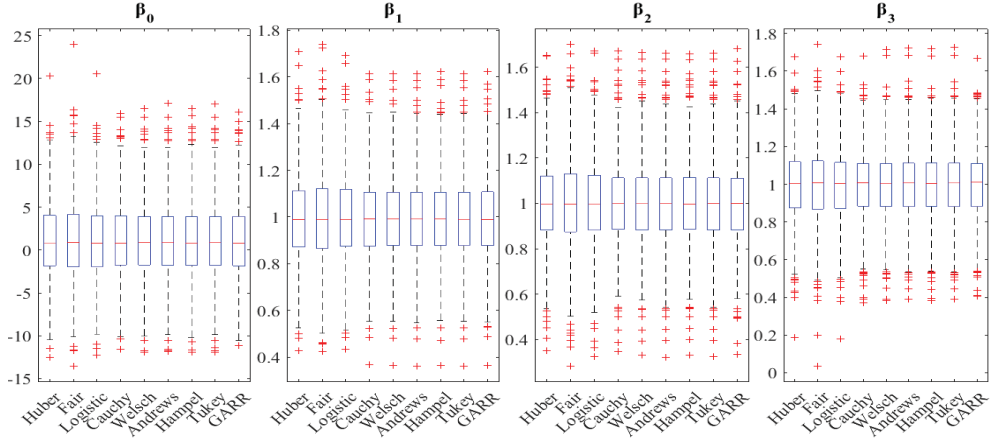
Şekil 5.9.  $n=30$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.7-5.9 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %10 olduğu Şekil 5.1, Şekil 5.5 ve Şekil 5.9'da GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.1'de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

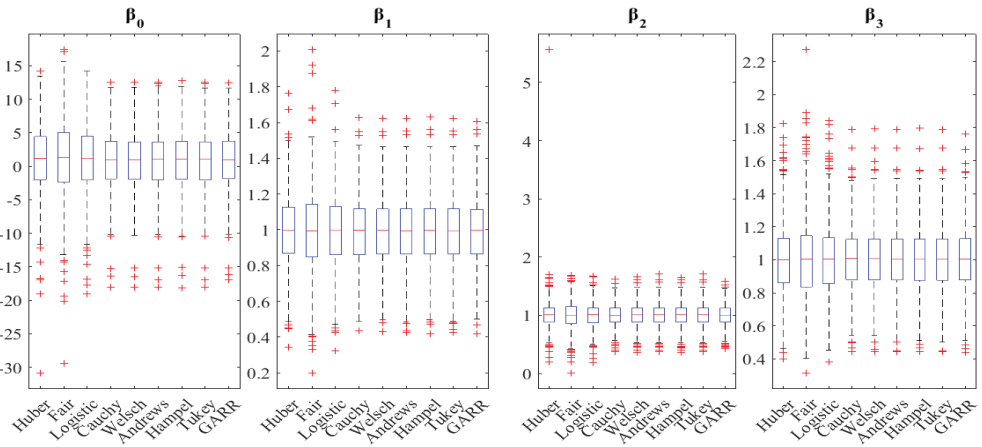
Tablo 5.4.  $n=40$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0529	0.9955	1.0025	0.9996	4.2912	0.1813	0.1900	0.1860
	Fair	1.1131	0.9957	1.0027	0.9982	4.5979	0.1961	0.2029	0.2007
	Logistic	1.0569	0.9956	1.0032	0.9993	4.3170	0.1821	0.1911	0.1876
	Cauchy	0.9972	0.9953	1.0018	1.0007	4.1519	0.1719	0.1835	0.1801
	Welsch	0.9837	0.9947	1.0020	1.0013	4.1647	0.1734	0.1840	0.1805
	Andrews	0.9870	0.9941	1.0019	1.0014	4.1993	0.1750	0.1847	0.1820
	Hampel	0.9818	0.9945	1.0020	1.0015	4.1818	0.1737	0.1841	0.1810
	Tukey	0.9893	0.9940	1.0019	1.0013	4.2018	0.1750	0.1847	0.1820
	GARR	0.9879	0.9960	1.0019	1.0008	4.1436	0.1717	0.1832	0.1797
2	Huber	1.0491	0.9939	1.0086	0.9998	4.7796	0.1959	0.2426	0.2028
	Fair	1.1477	0.9951	1.0044	0.9999	5.4685	0.2257	0.2236	0.2361
	Logistic	1.0792	0.9937	1.0038	1.0010	4.7625	0.2000	0.1971	0.2071
	Cauchy	0.9464	0.9917	1.0028	1.0037	4.2020	0.1857	0.1799	0.1829
	Welsch	0.9335	0.9918	1.0031	1.0041	4.2159	0.1856	0.1812	0.1837
	Andrews	0.9319	0.9915	1.0032	1.0042	4.2419	0.1868	0.1828	0.1849
	Hampel	0.9433	0.9916	1.0035	1.0034	4.2090	0.1861	0.1818	0.1835
	Tukey	0.9341	0.9915	1.0033	1.0040	4.2378	0.1864	0.1826	0.1846
	GARR	0.9320	0.9910	1.0023	1.0047	4.1415	0.1823	0.1774	0.1808
3	Huber	1.2637	1.0002	0.9944	0.9968	4.7768	0.2038	0.2092	0.2021
	Fair	1.3042	1.0005	0.9997	0.9981	6.3895	0.2524	0.2921	0.2650
	Logistic	1.2939	1.0006	0.9944	0.9959	4.8896	0.2080	0.2149	0.2069
	Cauchy	1.1105	1.0001	0.9928	0.9981	4.1169	0.1818	0.1819	0.1778
	Welsch	1.1001	1.0000	0.9927	0.9985	4.1272	0.1817	0.1820	0.1787
	Andrews	1.0908	1.0001	0.9929	0.9988	4.1395	0.1825	0.1823	0.1792
	Hampel	1.0875	0.9997	0.9926	0.9992	4.1407	0.1819	0.1821	0.1790
	Tukey	1.0941	1.0000	0.9929	0.9987	4.1378	0.1825	0.1823	0.1791
	GARR	1.0638	0.9973	0.9943	1.0001	4.0005	0.1786	0.1772	0.1745

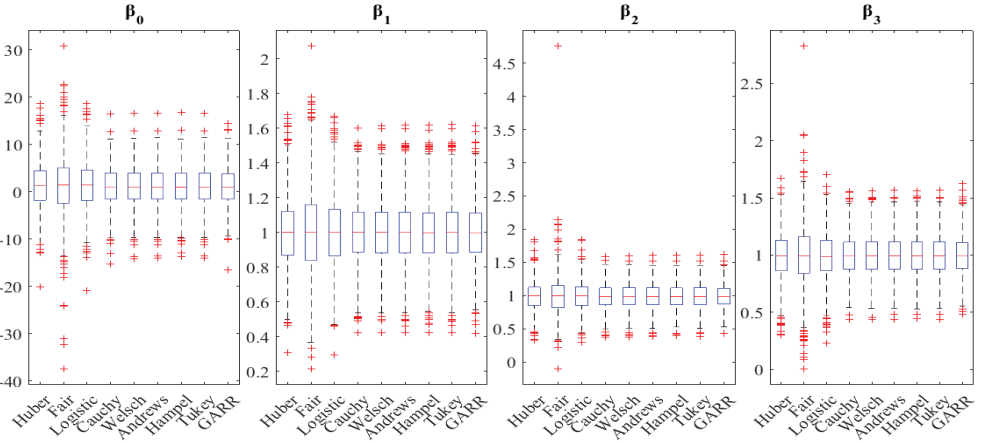
Tablo 5.4 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.10-5.12’de verilmiştir.



Şekil 5.10.  $n=40$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.11.  $n=40$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



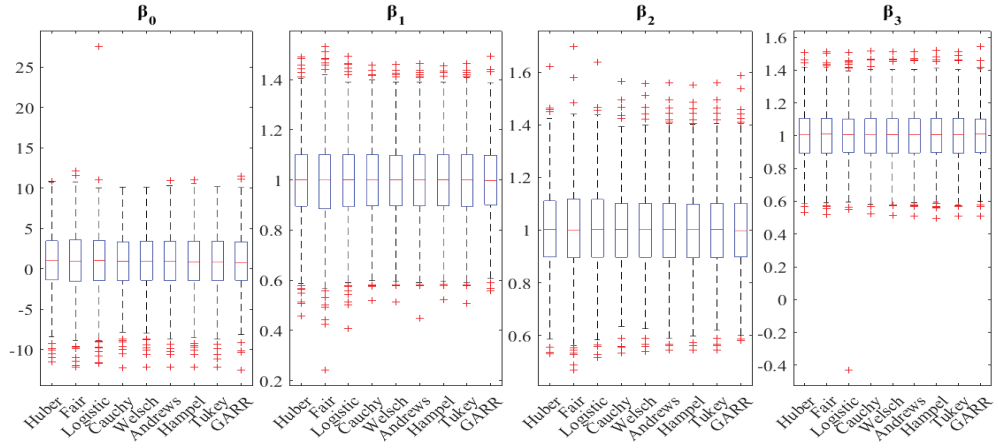
Şekil 5.12.  $n=40$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.10-5.12 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %5 olduğu Şekil 5.4 ve Şekil 5.11 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.4'de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

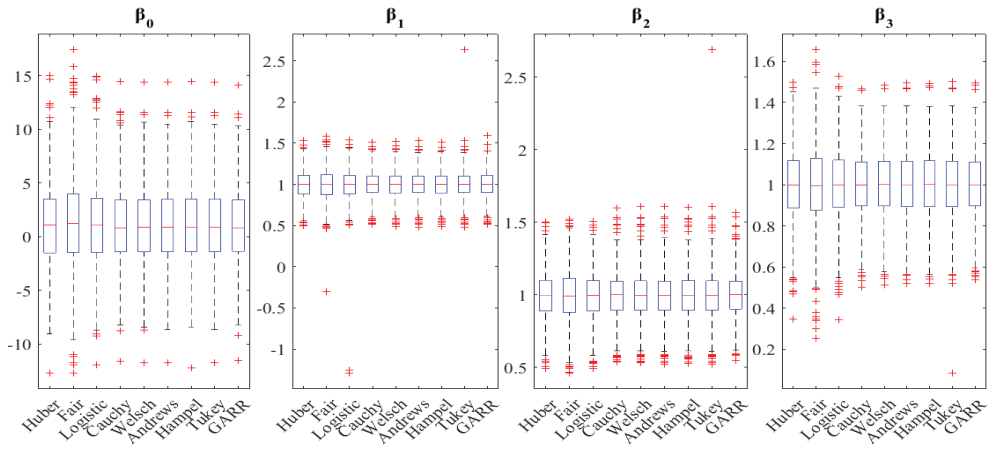
Tablo 5.5.  $n=50$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9881	0.9972	1.0035	1.0008	3.6233	0.1629	0.1575	0.1553
	Fair	0.9905	0.9953	1.0045	1.0021	3.8296	0.1750	0.1691	0.1630
	Logistic	0.9966	0.9968	1.0048	1.0001	3.7284	0.1650	0.1596	0.1617
	Cauchy	0.9627	0.9980	1.0036	1.0002	3.5161	0.1561	0.1524	0.1521
	Welsch	0.9635	0.9988	1.0038	0.9998	3.5263	0.1562	0.1528	0.1528
	Andrews	0.9700	0.9988	1.0036	0.9995	3.5401	0.1567	0.1531	0.1535
	Hampel	0.9633	0.9991	1.0033	1.0000	3.5379	0.1567	0.1528	0.1534
	Tukey	0.9679	0.9989	1.0037	0.9996	3.5370	0.1566	0.1531	0.1534
	GARR	0.9592	0.9977	1.0024	1.0010	3.4552	0.1522	0.1489	0.1487
2	Huber	1.1485	0.9973	0.9964	0.9990	3.8684	0.1624	0.1611	0.1714
	Fair	1.2253	0.9965	0.9955	0.9986	4.3405	0.1866	0.1806	0.1929
	Logistic	1.1647	0.9928	0.9973	0.9994	3.9497	0.1937	0.1636	0.1732
	Cauchy	1.0207	0.9984	0.9993	1.0001	3.6112	0.1553	0.1524	0.1593
	Welsch	1.0188	0.9979	0.9990	1.0003	3.6152	0.1558	0.1525	0.1594
	Andrews	1.0246	0.9978	0.9986	1.0003	3.6237	0.1564	0.1532	0.1599
	Hampel	1.0262	0.9979	0.9987	1.0001	3.6320	0.1557	0.1529	0.1603
	Tukey	1.0239	0.9994	1.0002	0.9993	3.6229	0.1645	0.1621	0.1625
	GARR	1.0131	0.9994	0.9995	1.0000	3.5392	0.1529	0.1505	0.1563
3	Huber	1.2161	1.0083	0.9985	0.9938	4.7637	0.2557	0.2191	0.1803
	Fair	1.4200	1.0045	0.9930	0.9915	5.0837	0.2141	0.2162	0.2155
	Logistic	1.3811	1.0021	0.9934	0.9902	5.2601	0.1849	0.2019	0.2116
	Cauchy	1.1052	0.9993	0.9978	0.9962	3.7280	0.1619	0.1666	0.1602
	Welsch	1.1025	0.9992	0.9976	0.9963	3.7327	0.1615	0.1667	0.1603
	Andrews	1.0947	0.9995	0.9975	0.9967	3.7446	0.1617	0.1674	0.1605
	Hampel	1.0968	0.9993	0.9976	0.9966	3.7398	0.1615	0.1670	0.1605
	Tukey	1.0964	0.9995	0.9976	0.9966	3.7454	0.1616	0.1673	0.1605
	GARR	1.1160	0.9992	0.9973	0.9959	3.6370	0.1582	0.1637	0.1569

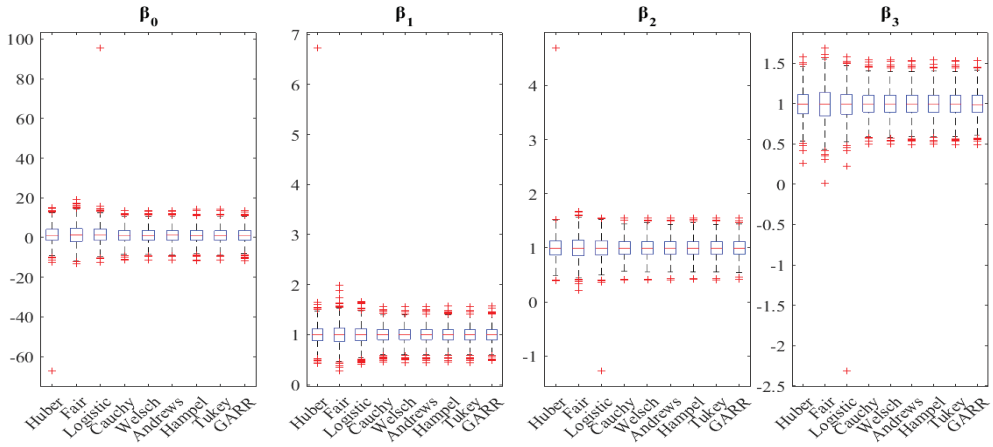
Tablo 5.5 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.13-5.15'de verilmiştir.



Şekil 5.13.  $n=50$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.14.  $n=50$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



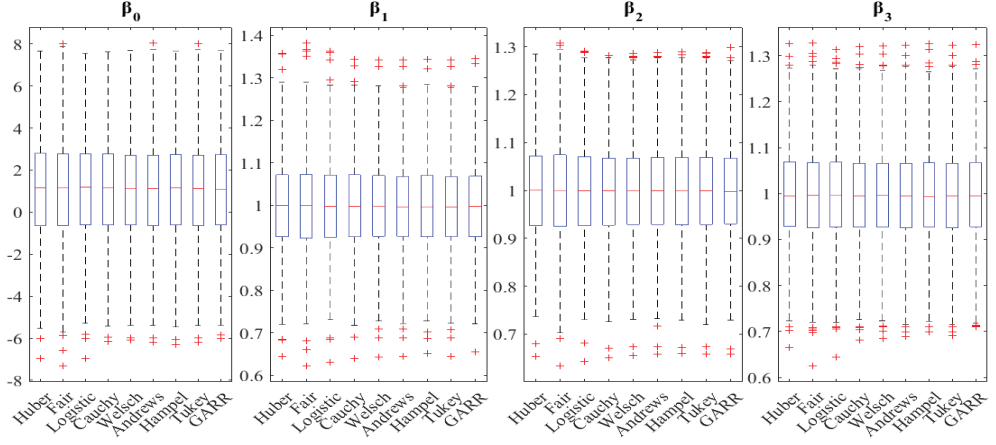
Şekil 5.15.  $n=50$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.13-5.15 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

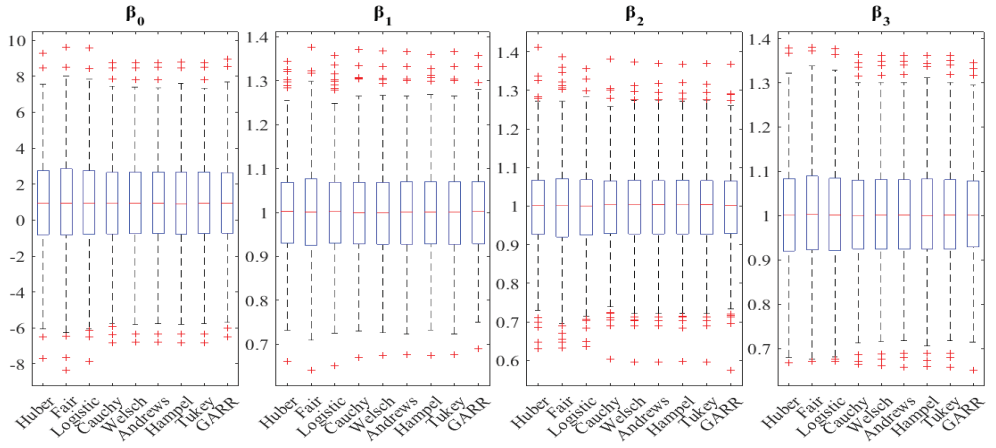
Tablo 5.6.  $n=100$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0760	0.9988	0.9996	0.9977	2.4292	0.1052	0.1060	0.1051
	Fair	1.0859	0.9987	1.0001	0.9977	2.5096	0.1084	0.1097	0.1079
	Logistic	1.0857	0.9987	0.9995	0.9974	2.4408	0.1052	0.1066	0.1053
	Cauchy	1.0739	0.9988	0.9993	0.9971	2.3925	0.1031	0.1048	0.1035
	Welsch	1.0705	0.9988	0.9995	0.9972	2.3933	0.1031	0.1049	0.1036
	Andrews	1.0718	0.9987	0.9995	0.9971	2.3968	0.1031	0.1051	0.1038
	Hampel	1.0750	0.9987	0.9995	0.9970	2.3963	0.1034	0.1051	0.1039
	Tukey	1.0717	0.9987	0.9995	0.9972	2.3966	0.1031	0.1052	0.1038
	GARR	1.0616	0.9990	0.9996	0.9975	2.3580	0.1014	0.1034	0.1019
2	Huber	0.9559	1.0005	0.9990	1.0045	2.5558	0.1062	0.1058	0.1107
	Fair	0.9691	1.0013	0.9987	1.0052	2.6957	0.1134	0.1125	0.1162
	Logistic	0.9619	1.0004	0.9985	1.0047	2.5708	0.1075	0.1062	0.1112
	Cauchy	0.9445	0.9993	0.9981	1.0042	2.5066	0.1039	0.1025	0.1089
	Welsch	0.9424	0.9993	0.9982	1.0042	2.5083	0.1039	0.1025	0.1089
	Andrews	0.9467	0.9993	0.9981	1.0040	2.5104	0.1041	0.1024	0.1089
	Hampel	0.9414	0.9994	0.9985	1.0041	2.5163	0.1039	0.1025	0.1094
	Tukey	0.9443	0.9993	0.9982	1.0041	2.5094	0.1041	0.1024	0.1090
	GARR	0.9347	0.9997	0.9983	1.0043	2.4690	0.1016	0.1011	0.1068
3	Huber	0.9378	1.0028	1.0057	1.0025	2.6403	0.1103	0.1128	0.1156
	Fair	1.0108	1.0026	1.0068	1.0004	2.8189	0.1184	0.1227	0.1230
	Logistic	0.9517	1.0022	1.0061	1.0020	2.6421	0.1110	0.1137	0.1158
	Cauchy	0.8834	1.0023	1.0045	1.0034	2.5049	0.1071	0.1065	0.1099
	Welsch	0.8764	1.0023	1.0045	1.0037	2.5008	0.1072	0.1066	0.1098
	Andrews	0.8752	1.0024	1.0045	1.0037	2.5057	0.1074	0.1068	0.1099
	Hampel	0.8809	1.0025	1.0040	1.0036	2.5093	0.1078	0.1069	0.1100
	Tukey	0.8749	1.0024	1.0045	1.0037	2.5050	0.1072	0.1068	0.1099
	GARR	0.8636	1.0033	1.0041	1.0041	2.4405	0.1030	0.1040	0.1078

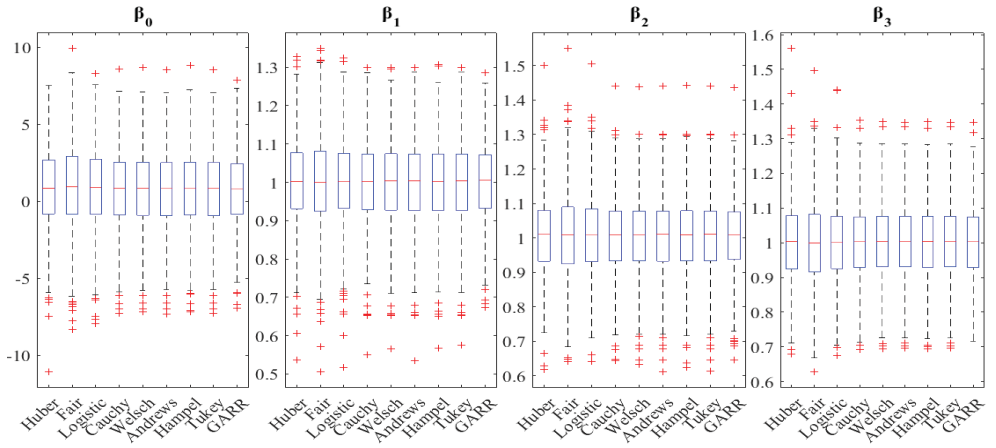
Tablo 5.6 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.16-5.18’de verilmiştir.



Şekil 5.16.  $n=100$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.17.  $n=100$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



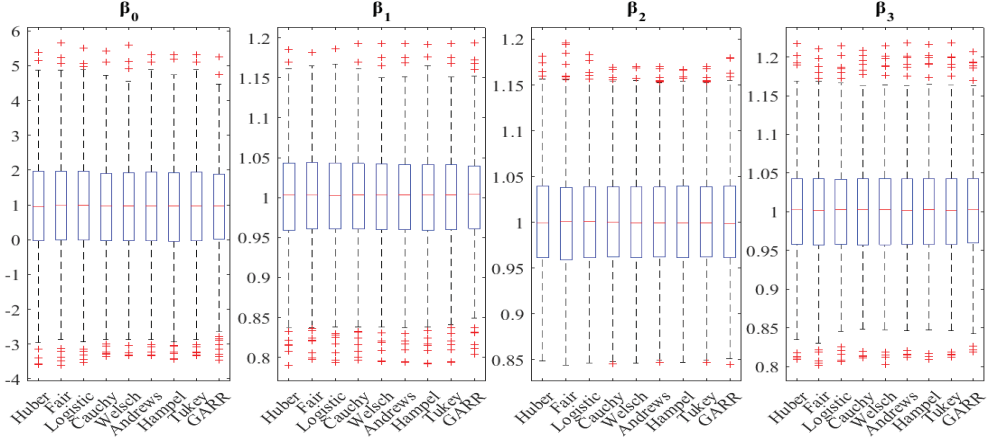
Şekil 5.18.  $n=100$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.16-5.18 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %2 olduğu Şekil 5.13 ve Şekil 5.17 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.13'de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

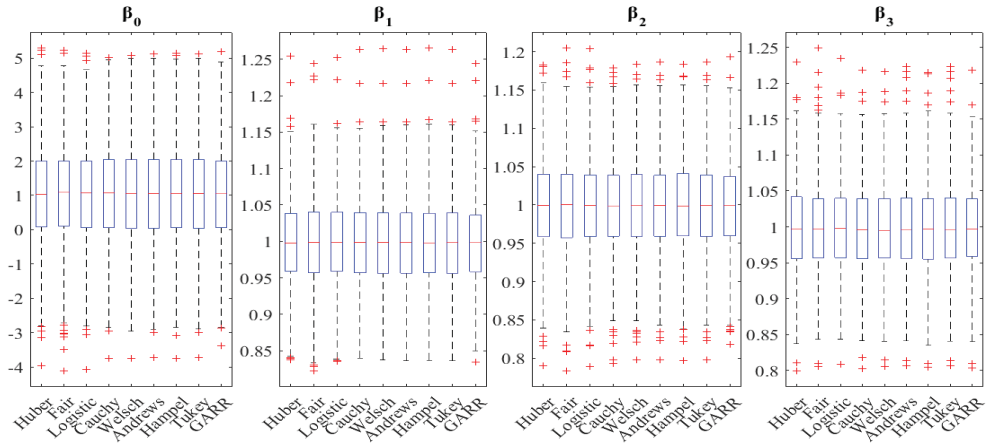
Tablo 5.7.  $n=300$  ve  $\sigma_1=1, \sigma_2=1, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9461	1.0014	1.0016	1.0017	1.4277	0.0608	0.0574	0.0619
	Fair	0.9662	1.0014	1.0016	1.0010	1.4349	0.0618	0.0586	0.0624
	Logistic	0.9585	1.0014	1.0012	1.0014	1.4259	0.0610	0.0577	0.0618
	Cauchy	0.9491	1.0014	1.0010	1.0016	1.4093	0.0605	0.0571	0.0612
	Welsch	0.9492	1.0012	1.0008	1.0018	1.4150	0.0604	0.0573	0.0614
	Andrews	0.9452	1.0013	1.0010	1.0018	1.4167	0.0604	0.0571	0.0615
	Hampel	0.9410	1.0014	1.0012	1.0019	1.4209	0.0605	0.0572	0.0618
	Tukey	0.9456	1.0013	1.0010	1.0018	1.4180	0.0605	0.0571	0.0616
	GARR	0.9356	1.0016	1.0008	1.0023	1.3840	0.0592	0.0559	0.0601
2	Huber	1.0485	0.9989	1.0004	0.9983	1.3974	0.0592	0.0594	0.0619
	Fair	1.0608	0.9991	1.0007	0.9981	1.4239	0.0611	0.0610	0.0629
	Logistic	1.0513	0.9990	1.0003	0.9983	1.3988	0.0597	0.0597	0.0618
	Cauchy	1.0511	0.9989	0.9995	0.9981	1.3826	0.0588	0.0588	0.0612
	Welsch	1.0466	0.9989	0.9998	0.9982	1.3819	0.0589	0.0585	0.0614
	Andrews	1.0447	0.9989	0.9998	0.9982	1.3876	0.0588	0.0586	0.0619
	Hampel	1.0479	0.9988	0.9996	0.9982	1.3918	0.0590	0.0587	0.0618
	Tukey	1.0437	0.9989	0.9998	0.9983	1.3866	0.0588	0.0586	0.0619
	GARR	1.0443	0.9989	0.9999	0.9981	1.3474	0.0568	0.0573	0.0600
3	Huber	0.9506	0.9986	1.0000	1.0038	1.4205	0.0607	0.0621	0.0602
	Fair	0.9615	0.9985	1.0004	1.0039	1.4551	0.0625	0.0634	0.0619
	Logistic	0.9516	0.9985	1.0003	1.0037	1.4153	0.0610	0.0620	0.0601
	Cauchy	0.9387	0.9984	1.0001	1.0037	1.3938	0.0605	0.0610	0.0592
	Welsch	0.9373	0.9986	0.9999	1.0037	1.3958	0.0604	0.0612	0.0593
	Andrews	0.9360	0.9984	0.9998	1.0039	1.3975	0.0606	0.0615	0.0594
	Hampel	0.9366	0.9986	0.9997	1.0038	1.4038	0.0605	0.0614	0.0596
	Tukey	0.9348	0.9984	0.9998	1.0039	1.3962	0.0605	0.0614	0.0594
	GARR	0.9434	0.9984	0.9996	1.0035	1.3633	0.0594	0.0604	0.0581

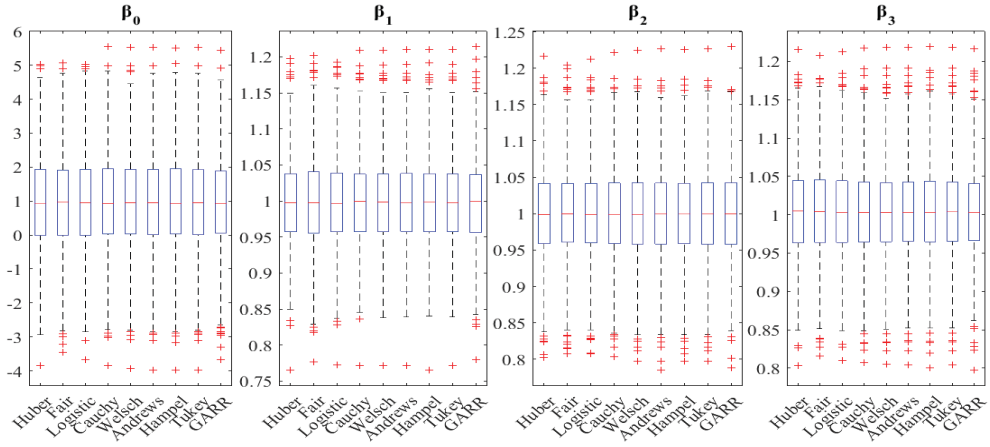
Tablo 5.7 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.19-5.21’de verilmiştir.



Şekil 5.19.  $n=300$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.20.  $n=300$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



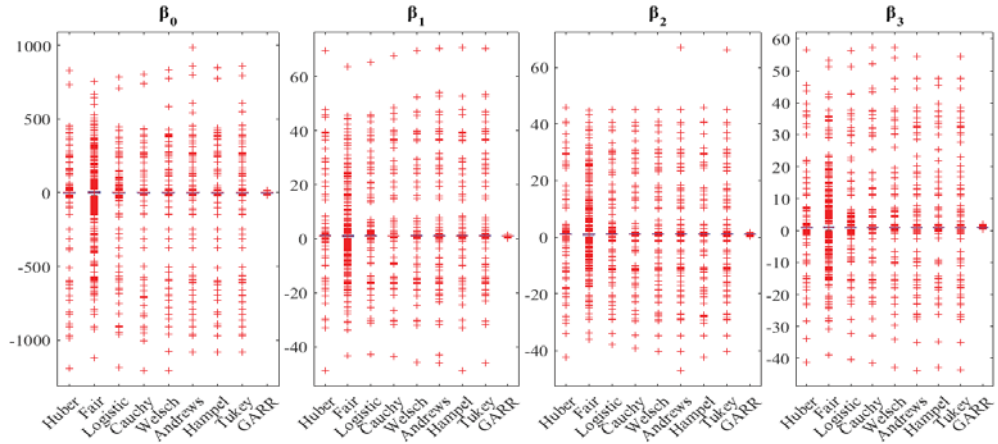
Şekil 5.21.  $n=300$ ,  $\sigma_1=1$ ,  $\sigma_2=1$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.19-5.21 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %1 olduğu Şekil 5.16 ve Şekil 5.21 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.16’da en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

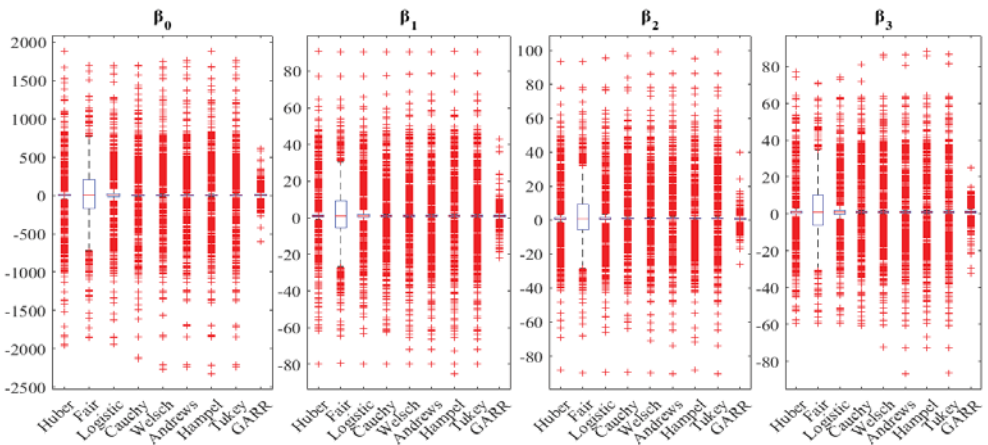
Tablo 5.8.  $n=10$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	-3.9119	1.2860	1.0698	1.2594	115.3861	5.9011	5.1221	5.1826
	Fair	-7.6156	1.3953	1.4092	1.4207	170.7504	7.8697	7.2457	7.2283
	Logistic	-5.0365	1.2672	1.1061	1.3178	118.0351	5.8443	5.1255	5.3540
	Cauchy	-4.4817	1.2680	1.0521	1.2859	117.4423	5.7811	5.0642	5.3662
	Welsch	-4.1367	1.2814	1.0465	1.2801	122.5179	6.0237	5.1849	5.5627
	Andrews	-2.4094	1.3488	1.0732	1.1831	126.9066	6.7606	5.9126	5.6175
	Hampel	-2.6577	1.3666	1.0249	1.1804	109.7482	5.9434	5.0609	4.8923
	Tukey	-3.3914	1.3624	1.1393	1.1920	123.0305	6.5508	5.6700	5.5198
	GARR	1.0866	0.9926	0.9952	1.0006	3.7409	0.1622	0.1619	0.1648
2	Huber	-1.1534	1.6871	2.1063	1.6053	385.3282	16.4018	16.9837	16.2269
	Fair	-2.5600	1.8889	2.1294	2.2464	417.5447	17.6597	18.2369	17.6947
	Logistic	2.4106	1.7610	1.9622	1.5594	386.6607	16.4657	17.0618	16.2442
	Cauchy	-0.6209	1.5579	1.9730	1.6456	390.5064	16.5600	17.1810	16.4306
	Welsch	1.9957	1.6738	2.1771	1.3803	401.2505	16.8347	17.5169	16.8892
	Andrews	-1.1604	1.6961	2.2531	1.5238	403.8162	17.1793	17.6424	17.1360
	Hampel	2.2898	1.5052	2.1714	1.4136	405.7185	17.2464	17.6608	17.0187
	Tukey	-1.9783	1.7742	2.2318	1.5487	403.6913	17.1354	17.6039	17.1346
	GARR	10.3545	0.9191	0.9300	0.7614	72.0594	4.0108	3.2866	3.4690
3	Huber	-26.9384	4.4189	2.8941	4.2182	549.9778	25.0655	23.9884	24.1113
	Fair	-22.9887	4.6362	2.8544	4.3830	552.7374	24.8363	24.2986	24.2905
	Logistic	-24.9382	4.5119	2.7226	4.2816	553.4201	25.0765	24.2679	24.3095
	Cauchy	-27.0752	4.5840	2.9261	4.1920	563.2918	25.6281	24.6471	24.6593
	Welsch	-26.1515	4.7542	2.7136	4.2044	583.1551	26.7660	25.2965	25.6071
	Andrews	-21.7417	4.6497	2.7003	4.0469	593.6559	27.2367	25.4279	25.9872
	Hampel	-26.0705	4.7371	2.7548	4.1720	583.7953	26.7801	25.0573	25.6735
	Tukey	-23.8641	4.6333	2.7494	4.1345	593.3283	27.2312	25.3785	26.0172
	GARR	22.2380	1.8068	0.3026	1.4006	294.3057	15.5781	14.2580	13.3089

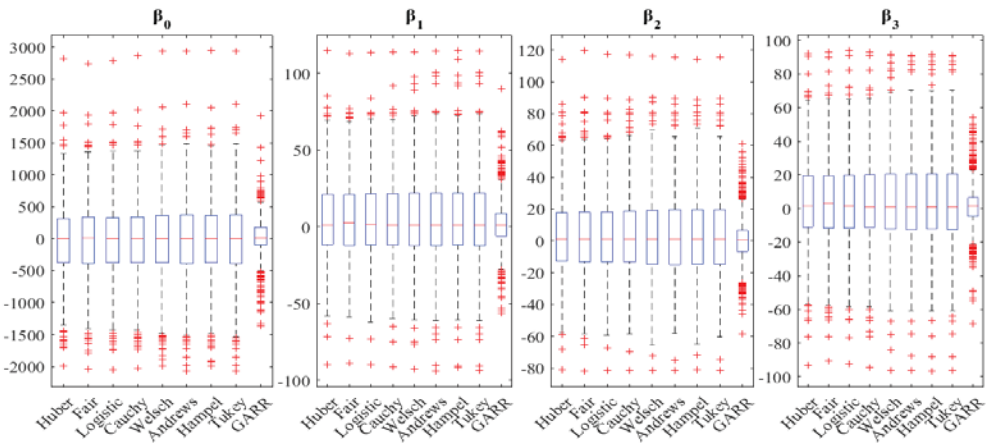
Tablo 5.8 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1 aykırı değer için Hampel M-tahmin edicisi, 2 ve 3 aykırı değer için Huber M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.22-5.24'de verilmiştir.



Şekil 5.22.  $n=10$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.23.  $n=10$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



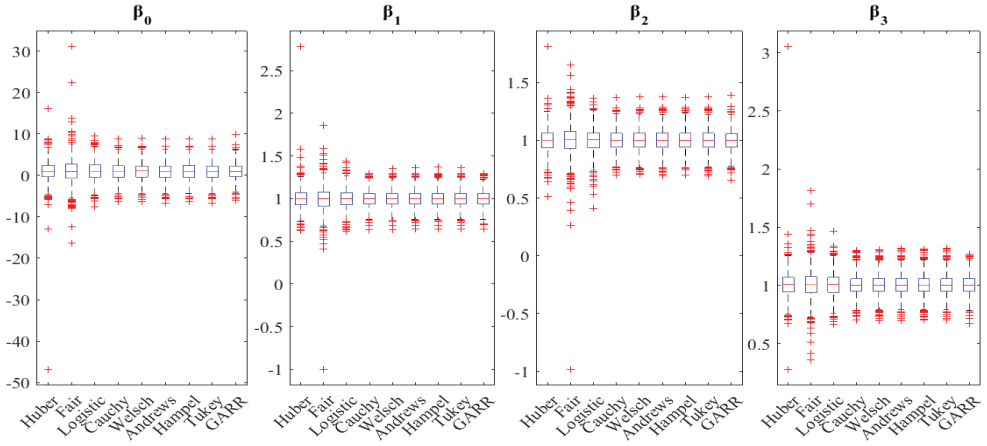
Şekil 5.24.  $n=10$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.22 incelendiğinde M-tahmin edicilerin parametre tahminlerinin 1'den uzak olmasına rağmen GARR yönteminin parametre tahminlerinin 1'e yakın olduğu görülmektedir. Şekil 5.23-5.24 incelendiğinde de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

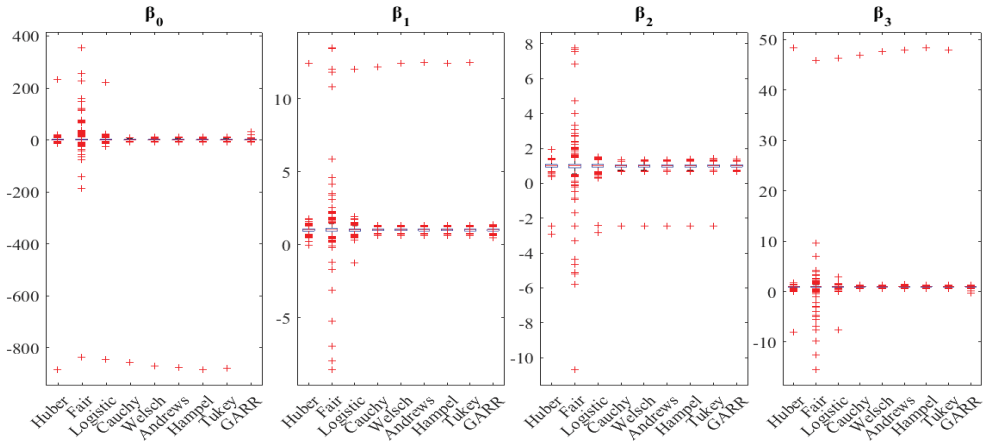
Tablo 5.9.  $n=20$  ve  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9811	1.0005	1.0000	1.0066	2.7516	0.1212	0.1040	0.1191
	Fair	1.0714	0.9992	0.9982	1.0075	3.0645	0.1494	0.1452	0.1246
	Logistic	1.0383	0.9994	0.9985	1.0052	2.2954	0.1086	0.1060	0.0995
	Cauchy	0.9503	0.9978	0.9991	1.0043	2.0131	0.0935	0.0898	0.0887
	Welsch	0.9523	0.9978	0.9986	1.0042	2.0279	0.0946	0.0903	0.0895
	Andrews	0.9524	0.9981	0.9986	1.0041	2.0318	0.0949	0.0908	0.0898
	Hampel	0.9544	0.9981	0.9987	1.0040	2.0307	0.0948	0.0904	0.0894
	Tukey	0.9540	0.9980	0.9985	1.0041	2.0313	0.0949	0.0909	0.0897
	GARR	0.9457	0.9975	0.9987	1.0046	1.9940	0.0918	0.0887	0.0878
2	Huber	0.6881	1.0100	0.9926	1.0340	29.0532	0.3862	0.2118	1.5298
	Fair	2.3602	1.0458	0.9823	0.9720	34.8114	1.0782	0.7960	1.7708
	Logistic	0.7344	1.0097	0.9914	1.0333	27.8464	0.3810	0.2132	1.4673
	Cauchy	0.1233	1.0124	0.9964	1.0473	27.1657	0.3653	0.1439	1.4544
	Welsch	0.0877	1.0132	0.9964	1.0486	27.6478	0.3728	0.1447	1.4788
	Andrews	0.0859	1.0132	0.9961	1.0488	27.8262	0.3749	0.1449	1.4879
	Hampel	0.0821	1.0133	0.9962	1.0490	28.0358	0.3738	0.1448	1.5002
	Tukey	0.0792	1.0132	0.9964	1.0490	27.8488	0.3754	0.1453	1.4889
	GARR	1.0915	0.9990	0.9977	0.9974	2.4502	0.0941	0.0957	0.1059
3	Huber	0.9309	1.0173	0.9840	1.0401	27.5847	1.1591	0.7248	1.2214
	Fair	1.4909	1.1531	1.2264	1.0228	69.1665	3.8078	3.1446	3.1563
	Logistic	1.9378	1.0368	0.9822	0.9941	30.9850	1.4111	1.0809	1.4465
	Cauchy	0.5449	0.9848	0.9783	1.0449	26.8246	0.5983	0.6412	1.2089
	Welsch	0.4849	0.9812	1.0024	1.0369	28.6121	0.8040	0.5579	1.2057
	Andrews	0.3424	0.9910	1.0155	1.0377	29.4547	1.6003	0.6571	1.2881
	Hampel	0.2003	0.9870	1.0046	1.0505	28.5937	0.9250	0.7267	1.3003
	Tukey	0.3761	1.0162	1.0133	1.0291	29.4388	1.3914	0.6540	1.2607
	GARR	1.0007	0.9975	0.9989	1.0025	2.3547	0.1006	0.1006	0.0997

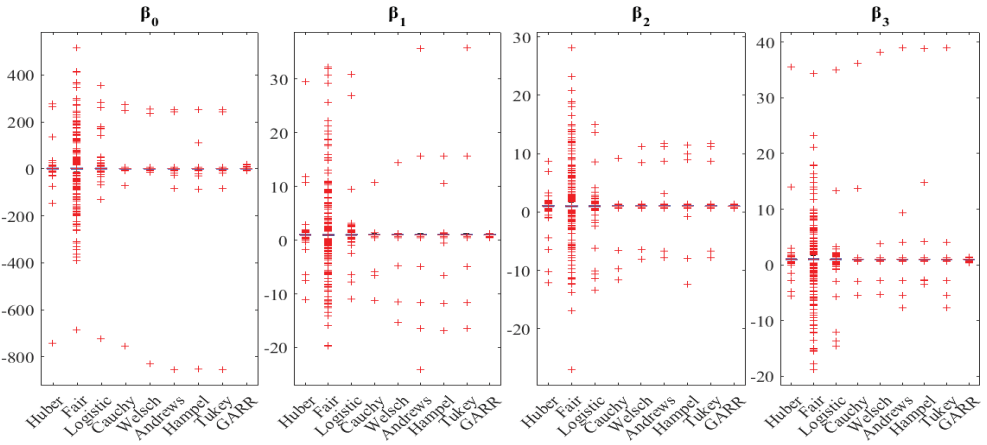
Tablo 5.9 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.25-5.27’de verilmiştir.



Şekil 5.25.  $n=20$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.26.  $n=20$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



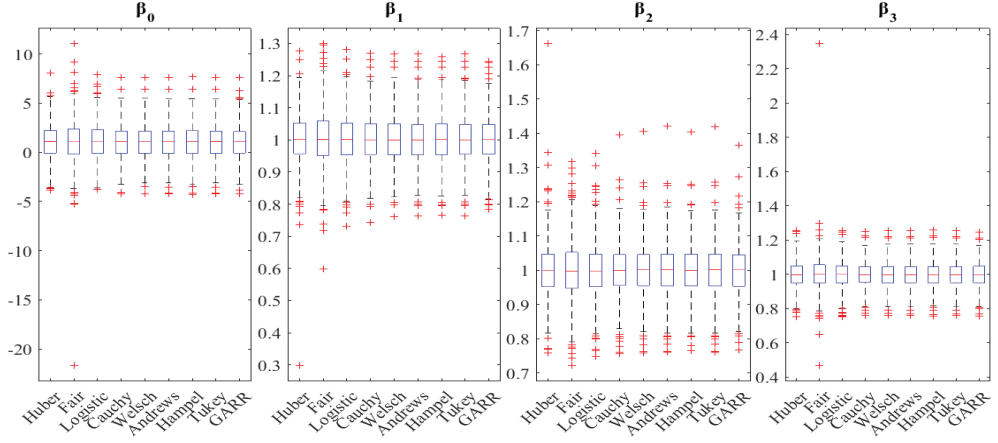
Şekil 5.27.  $n=20$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.25-5.26 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Şekil 5.27 incelendiğinde ise GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.25-5.26'daki parametre tahminlerinden daha iyi performans sergilediği görülmektedir.

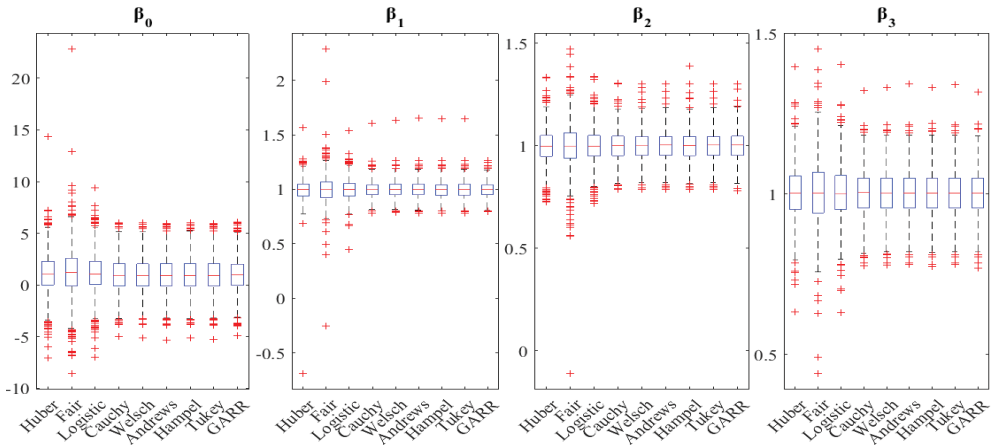
Tablo 5.10.  $n=30$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0809	1.0034	1.0001	0.9983	1.7271	0.0767	0.0757	0.0755
	Fair	1.0963	1.0044	0.9996	1.0001	2.0650	0.0827	0.0807	0.0953
	Logistic	1.0950	1.0037	0.9996	0.9981	1.7436	0.0740	0.0741	0.0762
	Cauchy	1.0432	1.0029	0.9991	0.9978	1.6343	0.0699	0.0700	0.0713
	Welsch	1.0401	1.0027	0.9995	0.9976	1.6417	0.0699	0.0697	0.0716
	Andrews	1.0416	1.0026	0.9994	0.9976	1.6490	0.0700	0.0702	0.0718
	Hampel	1.0363	1.0029	0.9994	0.9978	1.6485	0.0699	0.0697	0.0718
	Tukey	1.0405	1.0026	0.9994	0.9977	1.6484	0.0700	0.0702	0.0718
	GARR	1.0379	1.0031	0.9995	0.9976	1.6096	0.0687	0.0681	0.0699
2	Huber	1.1095	0.9949	0.9988	1.0039	1.9412	0.0991	0.0811	0.0818
	Fair	1.2217	0.9967	0.9969	1.0043	2.4427	0.1248	0.1089	0.1021
	Logistic	1.1189	0.9957	0.9987	1.0037	1.9282	0.0874	0.0828	0.0830
	Cauchy	0.9723	0.9969	0.9994	1.0032	1.6445	0.0732	0.0695	0.0710
	Welsch	0.9623	0.9969	0.9996	1.0033	1.6495	0.0734	0.0696	0.0713
	Andrews	0.9589	0.9970	0.9996	1.0034	1.6589	0.0739	0.0701	0.0718
	Hampel	0.9631	0.9969	0.9998	1.0031	1.6543	0.0736	0.0704	0.0713
	Tukey	0.9592	0.9970	0.9997	1.0033	1.6567	0.0738	0.0701	0.0718
	GARR	0.9829	0.9963	0.9998	1.0024	1.6369	0.0705	0.0685	0.0708
3	Huber	1.1486	1.0006	1.0030	1.0026	2.6755	0.0992	0.0955	0.1166
	Fair	1.3202	0.9947	0.9973	1.0096	4.0236	0.1772	0.2817	0.2409
	Logistic	1.1875	0.9958	1.0043	1.0024	2.9114	0.1890	0.1000	0.1039
	Cauchy	0.9365	1.0013	1.0038	1.0013	1.7912	0.0796	0.0739	0.0749
	Welsch	0.9242	1.0015	1.0039	1.0015	1.7957	0.0801	0.0738	0.0749
	Andrews	0.9141	1.0015	1.0041	1.0019	1.8110	0.0805	0.0746	0.0754
	Hampel	0.9232	1.0017	1.0038	1.0015	1.7908	0.0800	0.0739	0.0747
	Tukey	0.9163	1.0014	1.0041	1.0017	1.8121	0.0806	0.0744	0.0754
	GARR	0.9733	0.9985	1.0028	1.0003	1.7246	0.0688	0.0724	0.0731

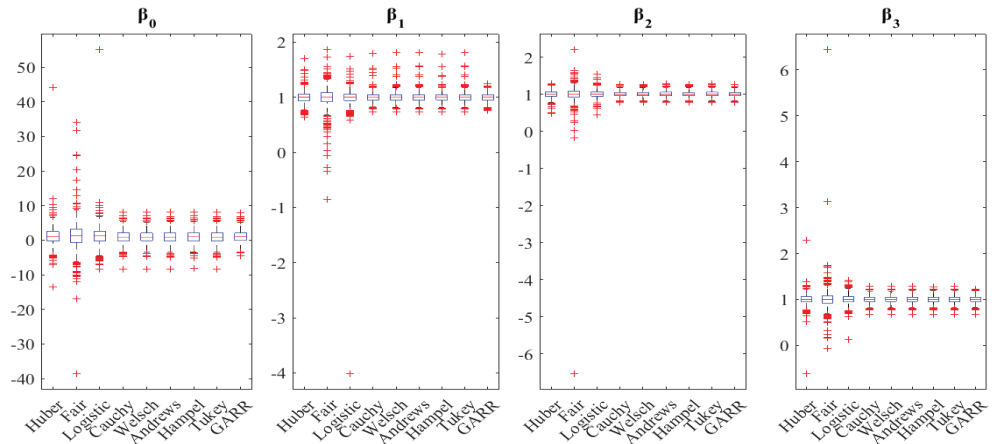
Tablo 5.10 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri Şekil 5.28-5.30'da verilmiştir.



Şekil 5.28.  $n=30$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.29.  $n=30$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



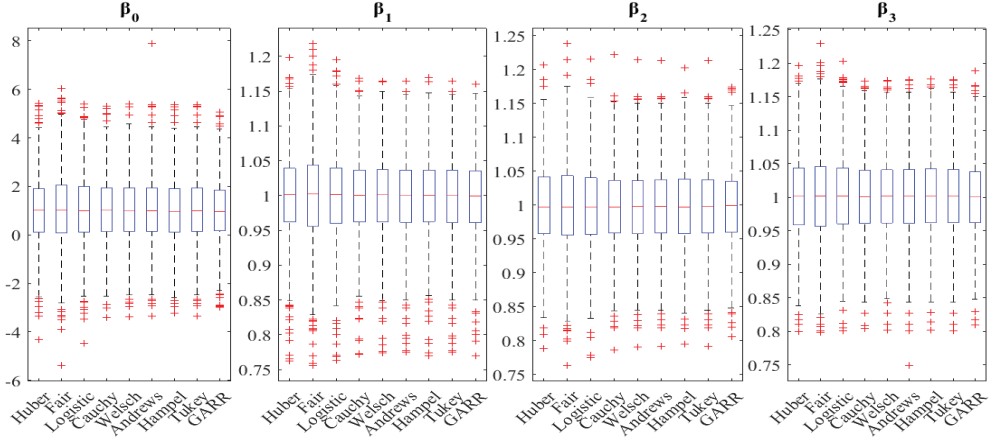
Şekil 5.30.  $n=30$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.28-5.30 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %10 olduğu Şekil 5.22, Şekil 5.26 ve Şekil 5.30'da GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.22'de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

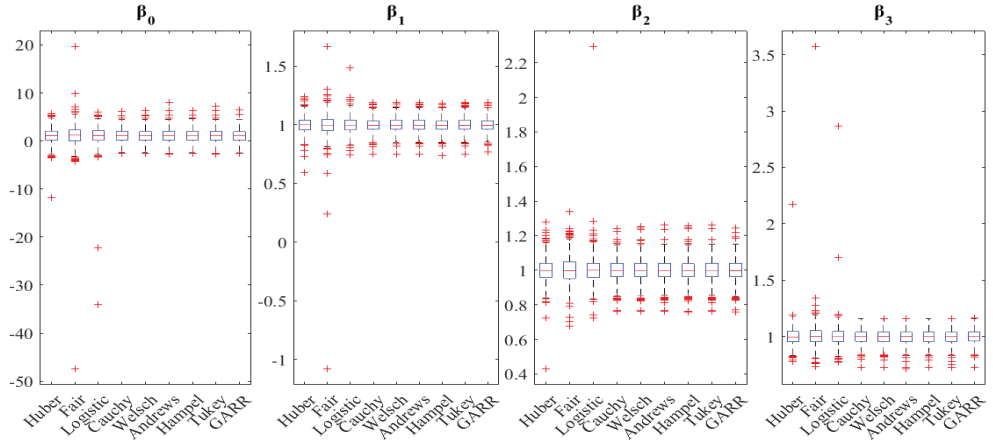
Tablo 5.11.  $n=40$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0308	1.0007	0.9987	1.0012	1.4198	0.0621	0.0611	0.0609
	Fair	1.0665	1.0010	0.9991	1.0011	1.5589	0.0680	0.0671	0.0667
	Logistic	1.0407	1.0005	0.9982	1.0014	1.4461	0.0634	0.0622	0.0620
	Cauchy	1.0200	1.0002	0.9971	1.0006	1.3509	0.0590	0.0575	0.0580
	Welsch	1.0110	1.0000	0.9973	1.0008	1.3534	0.0588	0.0575	0.0581
	Andrews	1.0182	1.0001	0.9974	1.0005	1.3752	0.0590	0.0577	0.0587
	Hampel	1.0051	1.0000	0.9975	1.0011	1.3529	0.0588	0.0578	0.0580
	Tukey	1.0126	1.0000	0.9974	1.0007	1.3579	0.0590	0.0576	0.0581
	GARR	1.0044	0.9993	0.9980	1.0009	1.3105	0.0574	0.0549	0.0569
2	Huber	1.1105	0.9997	0.9996	0.9993	1.5229	0.0635	0.0670	0.0749
	Fair	1.1480	0.9977	0.9991	1.0024	2.3852	0.1032	0.0751	0.1112
	Logistic	1.0683	1.0001	1.0007	1.0014	1.9930	0.0645	0.0769	0.0910
	Cauchy	1.0625	0.9986	0.9990	0.9976	1.3438	0.0563	0.0598	0.0602
	Welsch	1.0598	0.9988	0.9992	0.9973	1.3530	0.0564	0.0601	0.0606
	Andrews	1.0651	0.9990	0.9992	0.9970	1.3707	0.0568	0.0605	0.0614
	Hampel	1.0564	0.9989	0.9993	0.9974	1.3486	0.0566	0.0602	0.0605
	Tukey	1.0644	0.9989	0.9992	0.9971	1.3644	0.0568	0.0604	0.0612
	GARR	1.0559	0.9984	0.9989	0.9977	1.3356	0.0555	0.0589	0.0597
3	Huber	1.2104	1.0019	0.9961	0.9986	1.6329	0.0686	0.0693	0.0684
	Fair	1.3539	1.0042	0.9945	0.9980	2.2645	0.0940	0.0970	0.0952
	Logistic	1.2130	1.0023	0.9961	0.9992	1.6809	0.0708	0.0712	0.0704
	Cauchy	1.0541	1.0016	0.9967	0.9989	1.4125	0.0611	0.0599	0.0605
	Welsch	1.0420	1.0014	0.9968	0.9991	1.4095	0.0610	0.0600	0.0607
	Andrews	1.0453	1.0014	0.9970	0.9988	1.4131	0.0610	0.0602	0.0609
	Hampel	1.0435	1.0015	0.9970	0.9989	1.4081	0.0611	0.0600	0.0607
	Tukey	1.0451	1.0014	0.9969	0.9988	1.4125	0.0611	0.0602	0.0608
	GARR	1.0239	1.0023	0.9976	0.9993	1.3814	0.0600	0.0593	0.0591

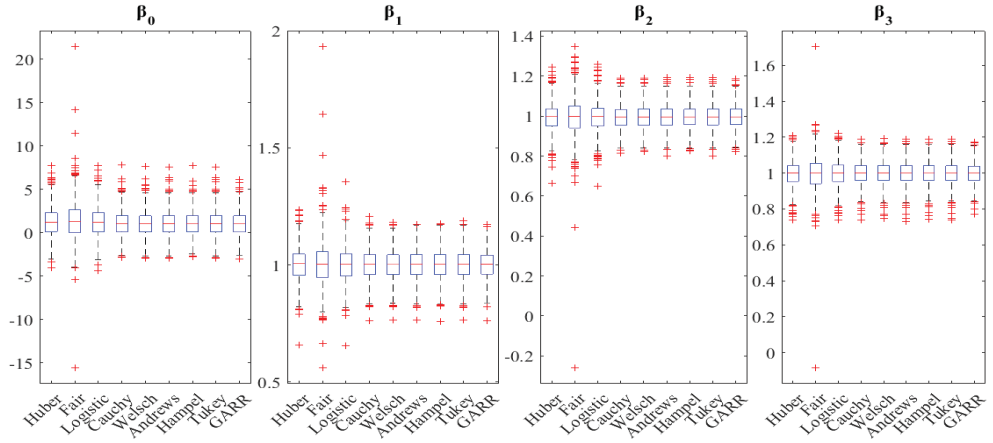
Tablo 5.11 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.31-5.33’de verilmiştir.



Şekil 5.31.  $n=40$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.32.  $n=40$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



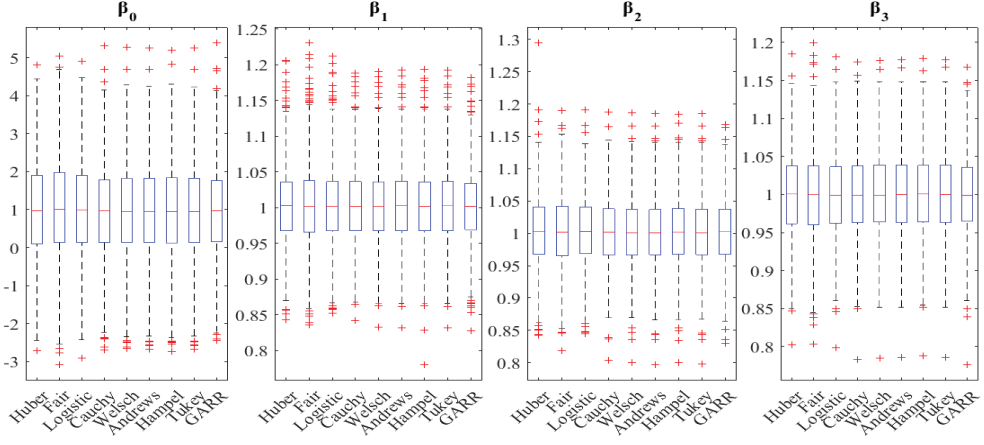
Şekil 5.33.  $n=40$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.31-5.33 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %5 olduğu Şekil 5.25 ve Şekil 5.32 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.25’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

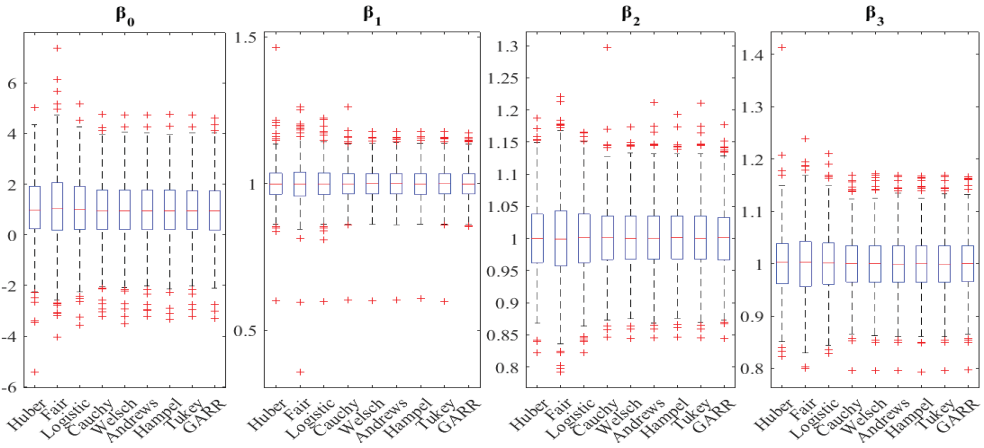
Tablo 5.12.  $n=50$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9985	1.0025	1.0030	0.9999	1.2751	0.0541	0.0551	0.0554
	Fair	1.0371	1.0026	1.0030	0.9994	1.3330	0.0582	0.0574	0.0585
	Logistic	1.0065	1.0026	1.0030	0.9997	1.2764	0.0543	0.0547	0.0556
	Cauchy	0.9674	1.0022	1.0030	0.9998	1.2502	0.0519	0.0530	0.0540
	Welsch	0.9643	1.0024	1.0030	0.9998	1.2515	0.0522	0.0532	0.0540
	Andrews	0.9635	1.0025	1.0029	0.9999	1.2561	0.0524	0.0534	0.0542
	Hampel	0.9591	1.0022	1.0029	1.0002	1.2590	0.0526	0.0533	0.0542
	Tukey	0.9628	1.0025	1.0029	0.9999	1.2553	0.0525	0.0534	0.0542
	GARR	0.9820	1.0017	1.0027	0.9991	1.2191	0.0508	0.0513	0.0526
2	Huber	1.0403	1.0002	1.0011	1.0012	1.2883	0.0595	0.0562	0.0569
	Fair	1.1082	0.9994	1.0008	1.0010	1.4660	0.0670	0.0649	0.0626
	Logistic	1.0527	0.9999	1.0013	1.0009	1.2937	0.0585	0.0570	0.0563
	Cauchy	0.9820	1.0003	1.0013	1.0003	1.1804	0.0548	0.0515	0.0513
	Welsch	0.9776	1.0005	1.0011	1.0003	1.1740	0.0544	0.0507	0.0513
	Andrews	0.9752	1.0006	1.0014	1.0003	1.1739	0.0546	0.0512	0.0513
	Hampel	0.9778	1.0005	1.0013	1.0003	1.1720	0.0544	0.0509	0.0513
	Tukey	0.9762	1.0006	1.0014	1.0002	1.1732	0.0546	0.0512	0.0513
	GARR	0.9751	1.0006	1.0010	1.0004	1.1651	0.0520	0.0500	0.0508
3	Huber	1.1206	0.9985	1.0003	1.0002	1.2683	0.0619	0.0589	0.0555
	Fair	1.2193	0.9984	1.0002	1.0001	1.5627	0.0728	0.0722	0.0669
	Logistic	1.1420	0.9986	0.9999	1.0000	1.3158	0.0617	0.0605	0.0565
	Cauchy	1.0020	0.9990	1.0000	1.0006	1.1293	0.0526	0.0519	0.0502
	Welsch	0.9923	0.9991	0.9999	1.0008	1.1282	0.0525	0.0519	0.0502
	Andrews	0.9884	0.9994	1.0000	1.0008	1.1273	0.0525	0.0519	0.0502
	Hampel	0.9941	0.9993	1.0000	1.0005	1.1297	0.0527	0.0520	0.0504
	Tukey	0.9897	0.9994	0.9999	1.0008	1.1274	0.0525	0.0519	0.0502
	GARR	0.9877	0.9990	0.9996	1.0011	1.1046	0.0514	0.0506	0.0493

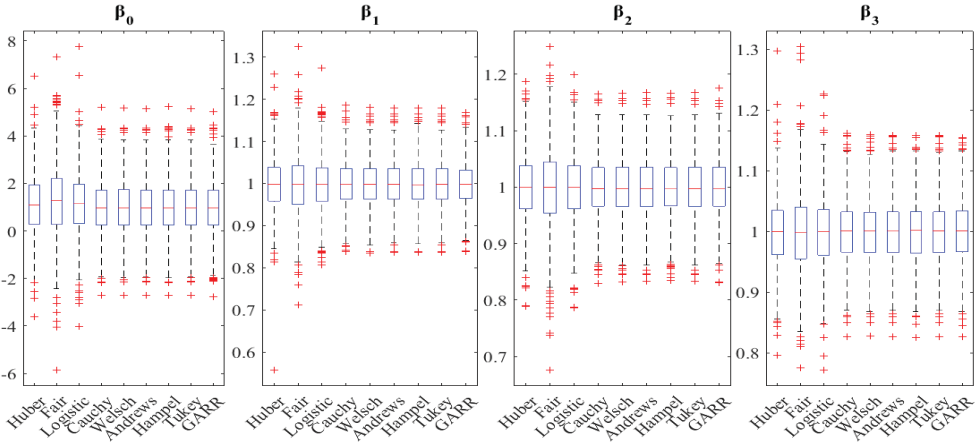
Tablo 5.12 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.34-5.36'da verilmiştir.



Şekil 5.34.  $n=50$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.35.  $n=50$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



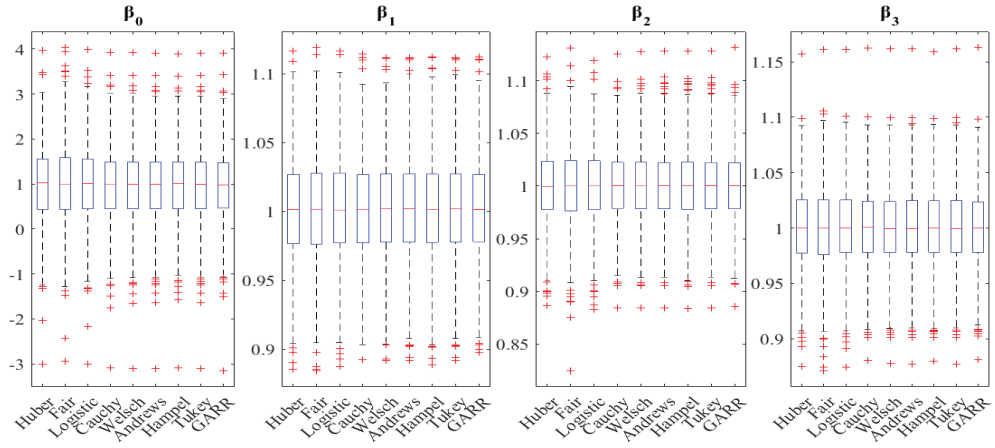
Şekil 5.36.  $n=50$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.34-5.36 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

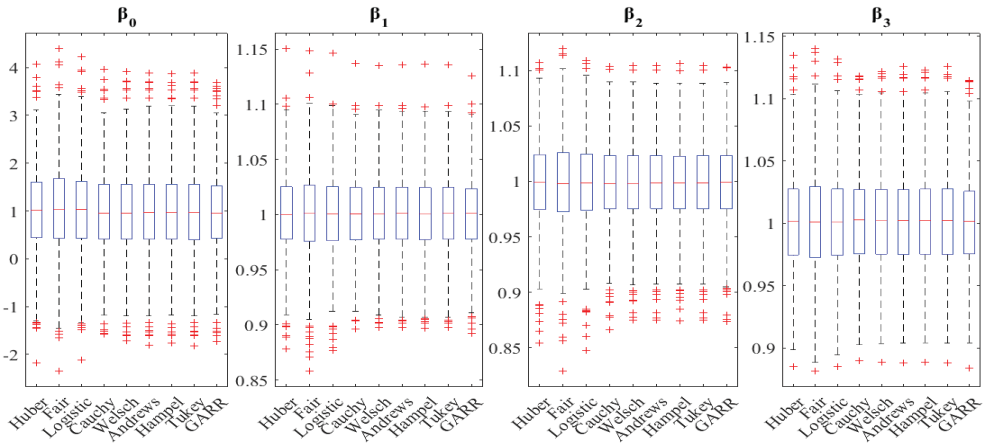
Tablo 5.13.  $n=100$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9919	1.0015	1.0004	1.0008	0.8181	0.0361	0.0345	0.0357
	Fair	1.0068	1.0015	1.0004	1.0009	0.8632	0.0373	0.0363	0.0373
	Logistic	0.9927	1.0014	1.0005	1.0010	0.8275	0.0364	0.0349	0.0361
	Cauchy	0.9743	1.0017	1.0005	1.0008	0.7974	0.0359	0.0337	0.0350
	Welsch	0.9738	1.0017	1.0006	1.0007	0.7968	0.0358	0.0337	0.0350
	Andrews	0.9734	1.0017	1.0006	1.0008	0.7976	0.0359	0.0338	0.0350
	Hampel	0.9746	1.0016	1.0005	1.0007	0.7966	0.0360	0.0339	0.0349
	Tukey	0.9735	1.0017	1.0006	1.0008	0.7975	0.0359	0.0338	0.0350
	GARR	0.9713	1.0016	1.0005	1.0008	0.7871	0.0354	0.0334	0.0345
2	Huber	1.0186	1.0008	0.9984	1.0015	0.8774	0.0357	0.0365	0.0382
	Fair	1.0475	1.0007	0.9984	1.0016	0.9405	0.0385	0.0395	0.0410
	Logistic	1.0266	1.0007	0.9983	1.0015	0.8940	0.0363	0.0372	0.0387
	Cauchy	0.9803	1.0009	0.9985	1.0017	0.8546	0.0345	0.0352	0.0369
	Welsch	0.9756	1.0009	0.9986	1.0018	0.8577	0.0344	0.0352	0.0371
	Andrews	0.9771	1.0008	0.9986	1.0017	0.8591	0.0345	0.0353	0.0372
	Hampel	0.9770	1.0009	0.9985	1.0017	0.8574	0.0345	0.0352	0.0371
	Tukey	0.9770	1.0008	0.9986	1.0017	0.8594	0.0345	0.0353	0.0372
	GARR	0.9812	1.0008	0.9983	1.0015	0.8340	0.0339	0.0344	0.0361
3	Huber	1.0437	1.0009	1.0005	1.0001	0.8553	0.0374	0.0381	0.0366
	Fair	1.1010	1.0007	1.0004	0.9996	0.9575	0.0416	0.0416	0.0406
	Logistic	1.0515	1.0008	1.0008	1.0000	0.8723	0.0382	0.0386	0.0373
	Cauchy	0.9866	1.0006	1.0006	1.0004	0.8095	0.0356	0.0366	0.0349
	Welsch	0.9863	1.0004	1.0008	1.0003	0.8311	0.0376	0.0367	0.0353
	Andrews	0.9811	1.0008	1.0006	1.0004	0.8061	0.0353	0.0367	0.0348
	Hampel	0.9802	1.0007	1.0006	1.0004	0.8083	0.0354	0.0367	0.0349
	Tukey	0.9810	1.0008	1.0006	1.0004	0.8067	0.0354	0.0367	0.0348
	GARR	0.9817	1.0006	1.0007	1.0003	0.7889	0.0347	0.0357	0.0341

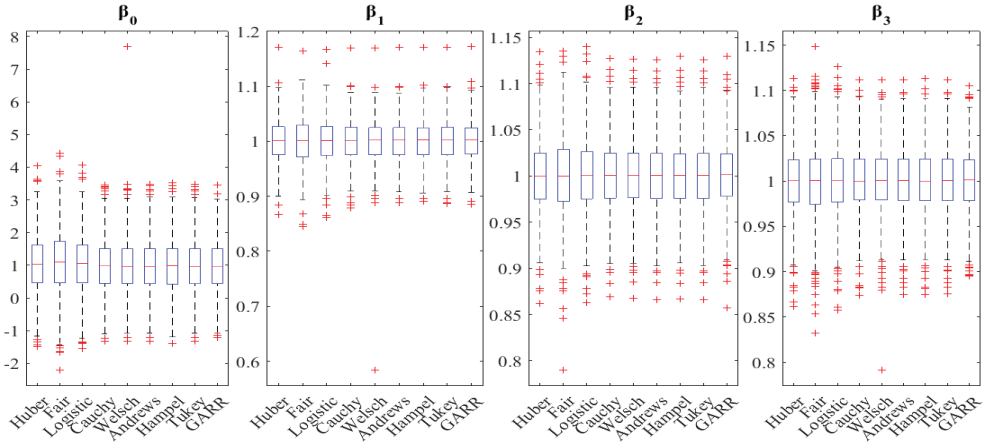
Tablo 5.13 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri Şekil 5.37-5.39’da verilmiştir.



Şekil 5.37.  $n=100$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.38.  $n=100$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



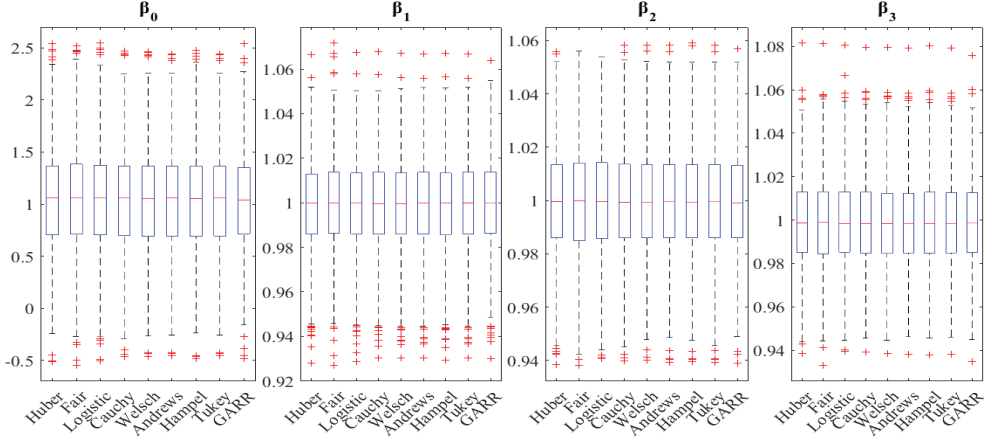
Şekil 5.39.  $n=100$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.37-5.39 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %2 olduğu Şekil 5.34 ve Şekil 5.38 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.34’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

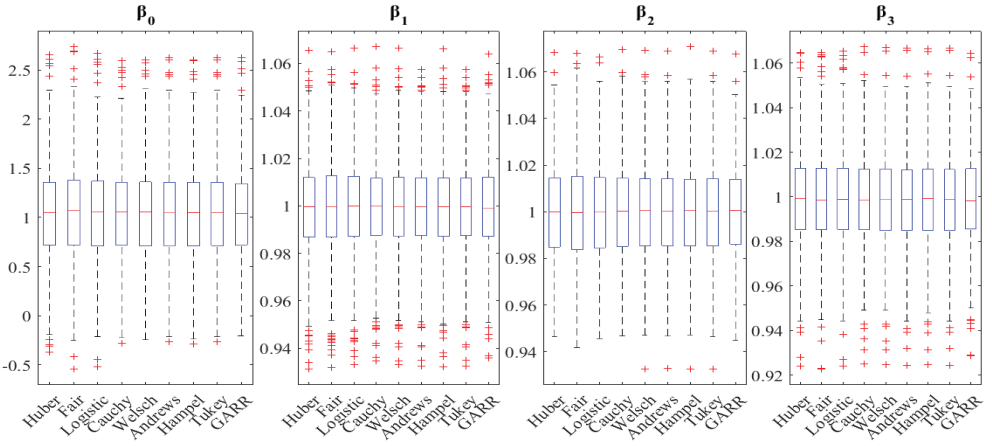
Tablo 5.14.  $n=300$  ve  $\sigma_1=3, \sigma_2=3, \sigma_3=3$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0365	0.9996	0.9996	0.9989	0.4879	0.0206	0.0205	0.0206
	Fair	1.0429	0.9998	0.9996	0.9990	0.4946	0.0213	0.0211	0.0209
	Logistic	1.0372	0.9996	0.9997	0.9990	0.4895	0.0208	0.0207	0.0207
	Cauchy	1.0335	0.9996	0.9996	0.9989	0.4856	0.0205	0.0204	0.0206
	Welsch	1.0326	0.9996	0.9996	0.9989	0.4853	0.0205	0.0203	0.0206
	Andrews	1.0321	0.9996	0.9997	0.9989	0.4848	0.0204	0.0204	0.0206
	Hampel	1.0336	0.9995	0.9996	0.9988	0.4857	0.0205	0.0204	0.0206
	Tukey	1.0322	0.9996	0.9997	0.9989	0.4847	0.0204	0.0204	0.0206
	GARR	1.0293	0.9996	0.9996	0.9989	0.4733	0.0201	0.0199	0.0200
2	Huber	1.0382	0.9997	1.0000	0.9990	0.4687	0.0196	0.0203	0.0201
	Fair	1.0497	0.9998	1.0000	0.9991	0.4834	0.0203	0.0210	0.0206
	Logistic	1.0400	0.9997	1.0000	0.9990	0.4718	0.0197	0.0204	0.0202
	Cauchy	1.0299	0.9998	1.0001	0.9989	0.4612	0.0193	0.0202	0.0198
	Welsch	1.0284	0.9998	1.0000	0.9989	0.4613	0.0193	0.0202	0.0198
	Andrews	1.0292	0.9998	1.0000	0.9989	0.4626	0.0193	0.0203	0.0199
	Hampel	1.0270	0.9998	1.0000	0.9989	0.4629	0.0193	0.0203	0.0199
	Tukey	1.0293	0.9998	1.0000	0.9989	0.4626	0.0193	0.0203	0.0199
	GARR	1.0270	0.9995	1.0000	0.9988	0.4524	0.0191	0.0195	0.0194
3	Huber	1.0093	0.9991	1.0000	1.0008	0.4507	0.0202	0.0202	0.0196
	Fair	1.0313	0.9989	1.0001	1.0007	0.4738	0.0209	0.0211	0.0205
	Logistic	1.0142	0.9990	1.0000	1.0008	0.4566	0.0203	0.0204	0.0198
	Cauchy	0.9913	0.9992	1.0000	1.0010	0.4433	0.0199	0.0199	0.0191
	Welsch	0.9894	0.9992	1.0001	1.0009	0.4437	0.0200	0.0199	0.0192
	Andrews	0.9890	0.9992	1.0002	1.0009	0.4428	0.0200	0.0199	0.0191
	Hampel	0.9895	0.9992	1.0001	1.0009	0.4451	0.0199	0.0199	0.0193
	Tukey	0.9892	0.9992	1.0002	1.0009	0.4438	0.0200	0.0199	0.0192
	GARR	0.9921	0.9992	1.0000	1.0009	0.4301	0.0193	0.0190	0.0188

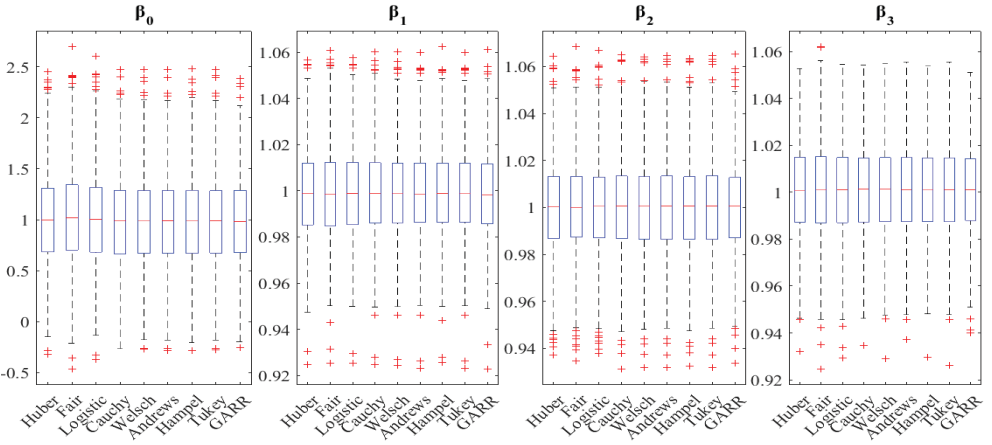
Tablo 5.14 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.40-5.42’de verilmiştir.



Şekil 5.40.  $n=300$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.41.  $n=300$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



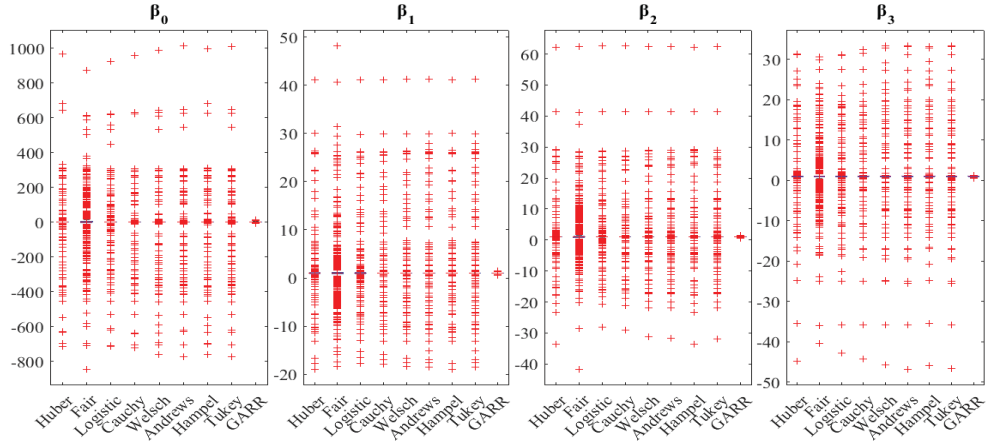
Şekil 5.42.  $n=300$ ,  $\sigma_1=3$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=3$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.40-5.42 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %1 olduğu Şekil 5.37 ve Şekil 5.42 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.37’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

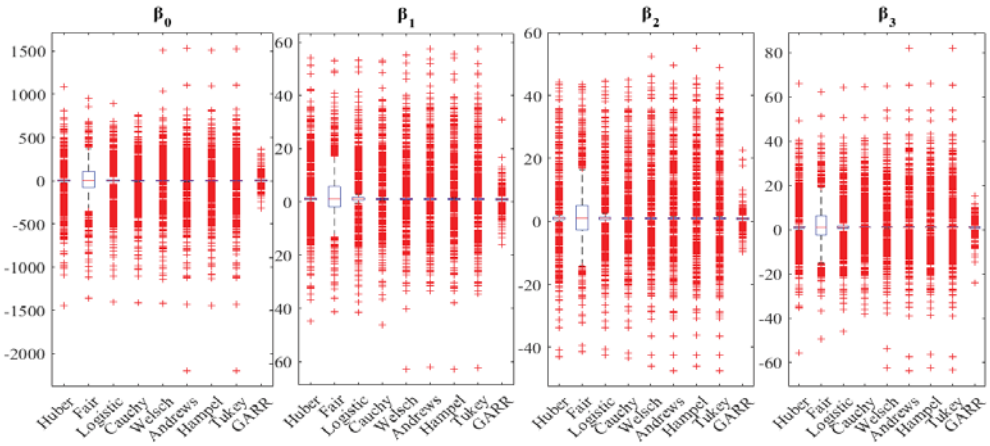
Tablo 5.15.  $n=10$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	-0.6958	1.1751	1.1821	1.0754	85.0824	3.2463	4.2069	3.8273
	Fair	-0.3301	1.4089	1.4363	1.0802	113.0458	4.9642	5.4413	4.9473
	Logistic	-0.0702	1.2599	1.2144	1.0311	89.2125	3.5193	4.2468	3.9855
	Cauchy	-1.7802	1.2135	1.1947	1.0974	82.8562	3.2624	4.1067	3.7187
	Welsch	-1.7311	1.2121	1.1752	1.1164	91.6230	3.3910	4.2740	4.0805
	Andrews	-2.0786	1.2639	1.2280	1.1088	93.7884	3.7015	4.4476	4.1664
	Hampel	-2.3071	1.1587	1.1971	1.1413	88.2708	3.3133	4.2919	3.9534
	Tukey	-2.0633	1.2623	1.2276	1.1085	93.7827	3.7040	4.4489	4.1655
	GARR	1.1503	1.0019	0.9970	0.9934	2.2894	0.1042	0.1017	0.0974
2	Huber	-12.5236	2.3128	2.0324	2.0726	223.5682	10.2493	9.8360	10.2014
	Fair	-5.4293	2.3162	2.0704	2.2966	235.5847	10.8050	10.6093	10.7087
	Logistic	-10.0094	2.1669	1.8998	2.1186	220.8456	10.1874	9.8184	10.0822
	Cauchy	-12.1038	2.2649	1.8122	2.1018	218.6220	10.1158	9.6305	9.9564
	Welsch	-10.9514	2.2877	1.9098	1.9752	232.8466	10.4215	10.0499	10.5958
	Andrews	-14.8918	2.3205	2.0181	2.1450	248.3630	10.8666	10.2593	11.0988
	Hampel	-10.9878	2.3026	2.0097	1.9240	235.1371	10.5110	10.1409	10.6924
	Tukey	-14.4520	2.3078	1.9994	2.1447	246.6928	10.7379	10.1998	11.0896
	GARR	7.7254	0.8978	0.8544	0.9314	46.8334	2.4857	1.9146	2.1859
3	Huber	-11.4168	1.3690	3.2006	4.1026	378.6835	15.7156	15.1074	16.4610
	Fair	-10.8079	1.6599	3.4830	4.2607	372.6529	15.6930	15.0942	16.2852
	Logistic	-10.1106	1.4086	3.2844	4.0782	379.8125	15.7937	15.1809	16.6674
	Cauchy	-8.9473	1.2208	3.1358	4.0359	398.7150	16.2620	15.5194	17.6924
	Welsch	-7.1777	1.0829	2.8753	4.0400	418.5568	16.7365	16.0753	18.5863
	Andrews	-6.8905	1.0084	2.9312	4.0168	420.8831	16.8655	16.2625	18.6534
	Hampel	-6.5098	1.0861	2.9599	3.9680	418.2752	16.5979	16.0444	18.5747
	Tukey	-6.1082	1.0580	2.9215	3.9670	420.0976	16.8150	16.2363	18.6112
	GARR	9.1607	0.4329	1.0696	1.9810	212.2066	9.2879	8.7471	9.4393

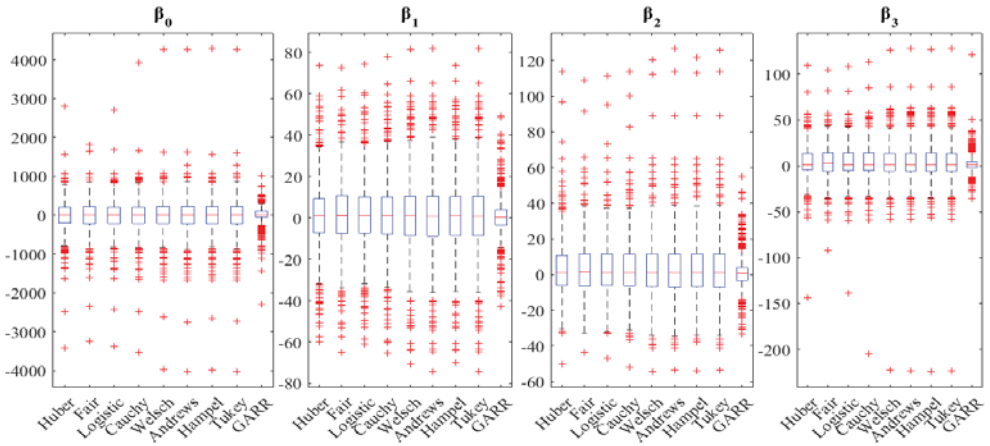
Tablo 5.15 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1 ve 2 aykırı değer için Cauchy M-tahmin edicisi, 3 aykırı değer için Fair M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.43-5.45’de verilmiştir.



Şekil 5.43.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.44.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



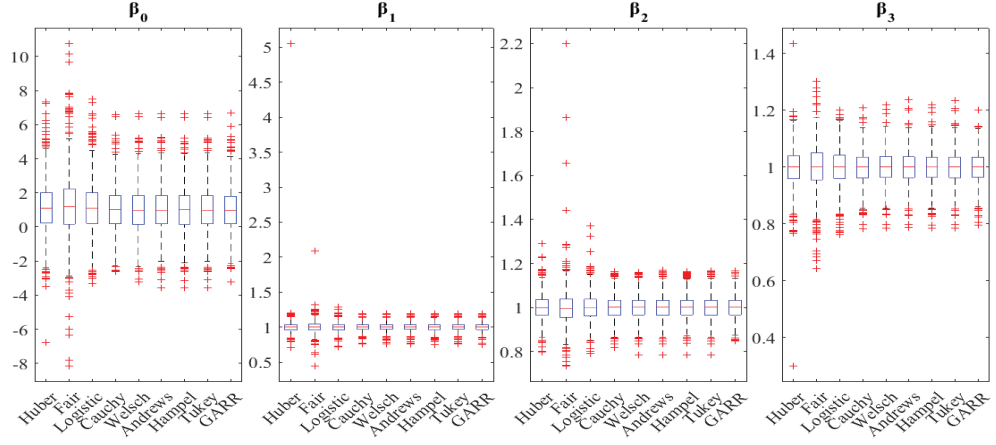
Şekil 5.45.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.43 incelendiğinde M-tahmin edicilerin parametre tahminlerinin 1'den uzak olmasına rağmen GARR yönteminin parametre tahminlerinin 1'e yakın olduğu görülmektedir. Şekil 5.44-5.45 incelendiğinde de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

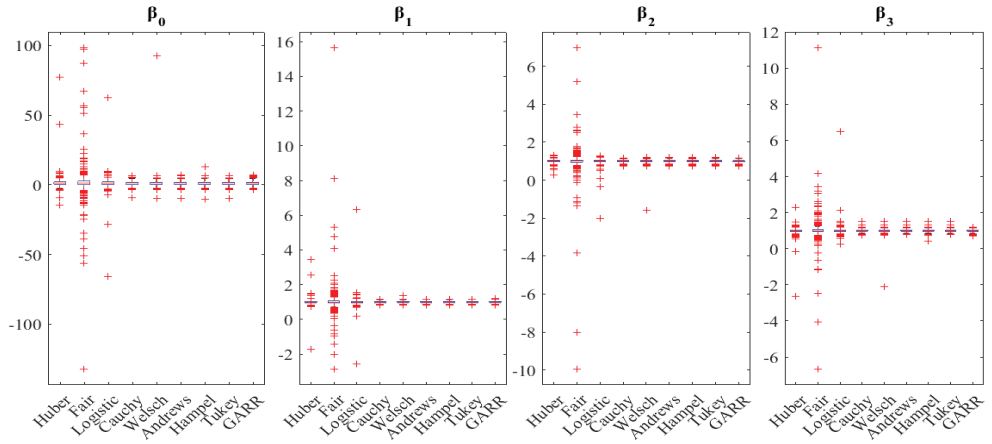
Tablo 5.16.  $n=20$  ve  $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.1204	1.0039	1.0002	0.9986	1.4728	0.1416	0.0592	0.0670
	Fair	1.2237	1.0013	1.0003	0.9988	1.8699	0.0848	0.0885	0.0778
	Logistic	1.1355	1.0003	1.0004	0.9992	1.4794	0.0633	0.0612	0.0633
	Cauchy	1.0230	0.9999	1.0017	0.9985	1.2900	0.0547	0.0526	0.0553
	Welsch	1.0100	0.9999	1.0020	0.9988	1.3010	0.0553	0.0531	0.0558
	Andrews	1.0151	0.9999	1.0019	0.9985	1.3041	0.0557	0.0535	0.0561
	Hampel	1.0177	0.9998	1.0017	0.9985	1.2982	0.0555	0.0532	0.0556
	Tukey	1.0151	0.9999	1.0019	0.9985	1.3036	0.0557	0.0533	0.0561
GARR	1.0099	1.0001	1.0010	0.9991	1.2444	0.0546	0.0514	0.0534	
2	Huber	1.3200	1.0042	1.0002	0.9964	3.3140	0.1470	0.0839	0.1486
	Fair	1.5745	1.0237	0.9843	1.0097	9.1086	0.6128	0.5804	0.5167
	Logistic	1.1869	1.0041	0.9965	1.0069	3.5277	0.2189	0.1355	0.1953
	Cauchy	0.9830	1.0016	1.0017	1.0002	1.3454	0.0555	0.0565	0.0590
	Welsch	1.0601	1.0018	0.9995	0.9972	3.1897	0.0568	0.0994	0.1151
	Andrews	0.9736	1.0017	1.0024	0.9999	1.3707	0.0561	0.0571	0.0598
	Hampel	0.9788	1.0015	1.0024	0.9997	1.4138	0.0560	0.0570	0.0624
	Tukey	0.9682	1.0017	1.0021	1.0003	1.3589	0.0560	0.0571	0.0594
GARR	1.0889	0.9995	0.9998	0.9966	1.3415	0.0549	0.0559	0.0585	
3	Huber	1.9443	1.0576	1.0083	0.9789	15.5975	1.0220	1.0891	0.8313
	Fair	0.5428	1.1535	1.2269	1.0841	44.2161	2.3160	2.2331	2.0194
	Logistic	2.2168	1.0746	1.0314	0.9570	17.8720	1.1980	1.1624	0.9216
	Cauchy	1.0786	1.0340	1.0285	0.9862	12.5676	0.8599	1.0174	0.7335
	Welsch	0.8747	1.0444	1.0255	0.9925	12.3177	0.8134	1.0206	0.7345
	Andrews	0.8720	1.0452	1.0257	0.9923	12.5331	0.8161	1.0237	0.7518
	Hampel	0.9843	1.0598	1.0226	0.9867	13.4330	0.9371	1.0405	0.7994
	Tukey	0.9661	1.0442	1.0243	0.9891	12.8817	0.8158	1.0248	0.7586
GARR	1.1084	0.9951	0.9976	0.9983	1.3880	0.0613	0.0588	0.0592	

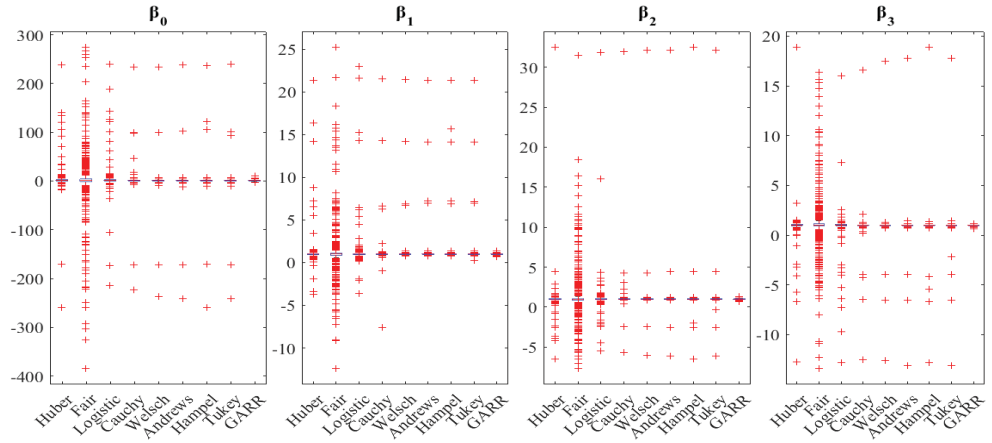
Tablo 5.16 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1 ve 3 aykırı değer için Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi, 2 aykırı değer için Cauchy M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.46-5.48’de verilmiştir.



Şekil 5.46.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.47.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



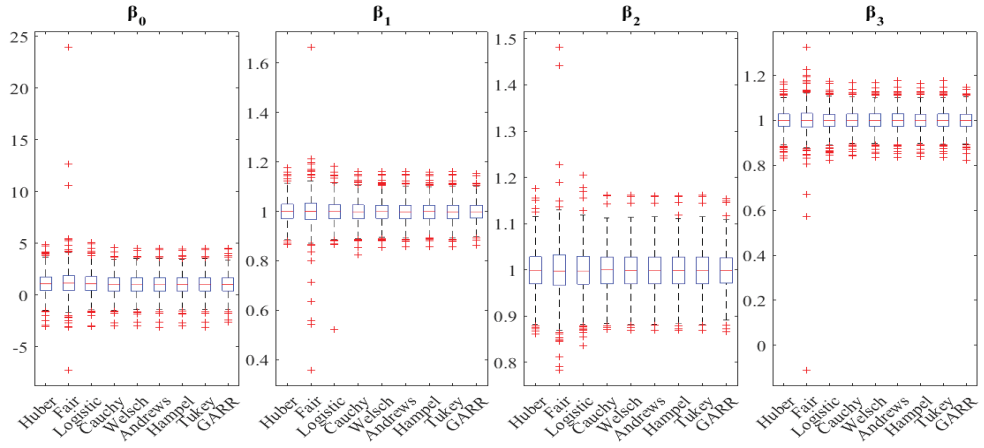
Şekil 5.48.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.46-5.47 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Şekil 5.48 incelendiğinde ise GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.46-5.47'deki parametre tahminlerinden daha iyi performans sergilediği görülmektedir.

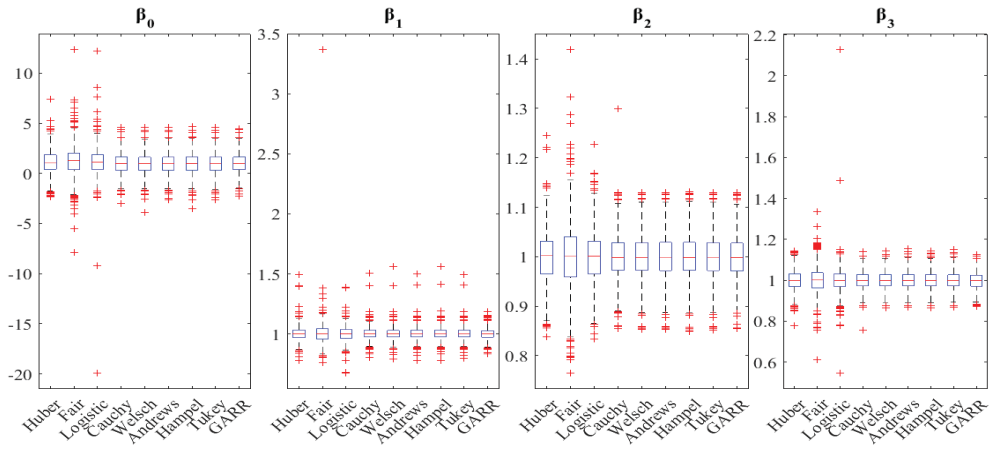
Tablo 5.17.  $n=30$  ve  $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0843	0.9997	0.9990	0.9996	1.0358	0.0439	0.0451	0.0432
	Fair	1.1720	0.9997	0.9993	0.9982	1.4824	0.0634	0.0557	0.0631
	Logistic	1.0968	0.9993	0.9992	0.9995	1.0620	0.0469	0.0464	0.0438
	Cauchy	1.0159	0.9987	0.9992	1.0002	0.9729	0.0418	0.0420	0.0407
	Welsch	1.0072	0.9988	0.9992	1.0004	0.9745	0.0417	0.0420	0.0410
	Andrews	1.0079	0.9988	0.9992	1.0003	0.9824	0.0419	0.0422	0.0413
	Hampel	1.0095	0.9988	0.9991	1.0003	0.9734	0.0416	0.0421	0.0410
	Tukey	1.0091	0.9987	0.9991	1.0003	0.9816	0.0420	0.0422	0.0413
	GARR	1.0096	0.9990	0.9991	1.0003	0.9461	0.0409	0.0408	0.0398
2	Huber	1.1250	1.0025	0.9996	0.9998	1.1280	0.0554	0.0514	0.0485
	Fair	1.2330	1.0041	0.9995	1.0001	1.5206	0.0987	0.0679	0.0641
	Logistic	1.1444	1.0013	0.9991	1.0002	1.4441	0.0558	0.0524	0.0653
	Cauchy	1.0133	1.0028	0.9991	0.9991	0.9722	0.0483	0.0451	0.0416
	Welsch	0.9997	1.0028	0.9988	0.9994	0.9734	0.0490	0.0445	0.0410
	Andrews	0.9994	1.0030	0.9987	0.9994	0.9720	0.0485	0.0445	0.0412
	Hampel	0.9989	1.0030	0.9989	0.9993	0.9754	0.0492	0.0445	0.0411
	Tukey	0.9992	1.0030	0.9987	0.9995	0.9704	0.0484	0.0444	0.0411
	GARR	1.0317	1.0008	0.9980	0.9988	0.9521	0.0434	0.0444	0.0403
3	Huber	1.2393	0.9990	1.0013	0.9992	1.3623	0.0694	0.0589	0.0572
	Fair	1.5715	0.9907	0.9977	0.9984	3.3056	0.1738	0.1928	0.1126
	Logistic	1.3412	0.9984	1.0028	0.9950	2.5375	0.0678	0.0982	0.1325
	Cauchy	1.0087	1.0009	1.0015	0.9993	1.0065	0.0457	0.0459	0.0436
	Welsch	0.9928	1.0012	1.0018	0.9995	1.0086	0.0454	0.0458	0.0437
	Andrews	0.9886	1.0013	1.0020	0.9995	1.0050	0.0451	0.0459	0.0436
	Hampel	0.9891	1.0014	1.0018	0.9996	1.0042	0.0449	0.0459	0.0436
	Tukey	0.9896	1.0013	1.0020	0.9994	1.0049	0.0451	0.0459	0.0437
	GARR	1.0263	1.0006	1.0008	0.9986	0.9785	0.0418	0.0443	0.0421

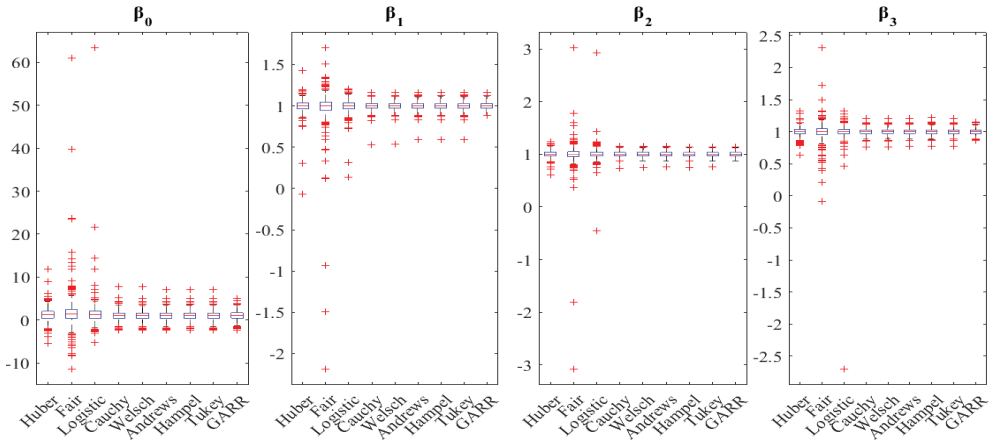
Tablo 5.17 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.49-5.51’de verilmiştir.



Şekil 5.49.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.50.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



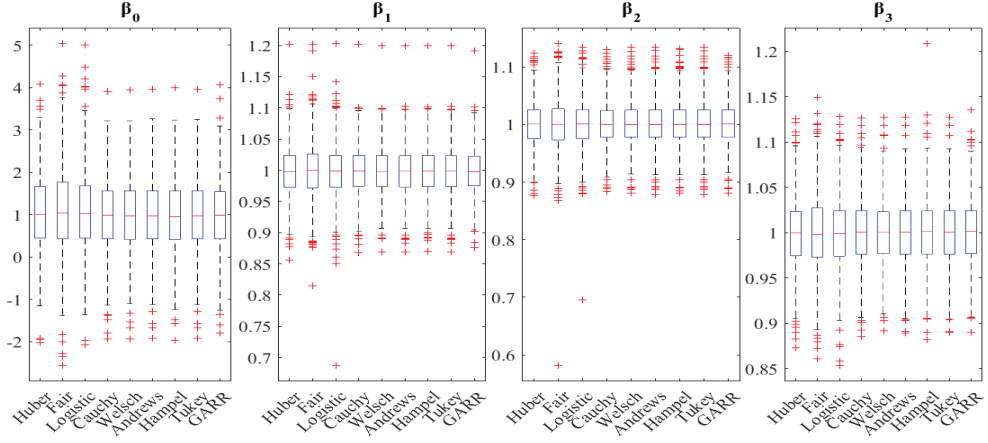
Şekil 5.51.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.49-5.51 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %10 olduğu Şekil 5.43, Şekil 5.47 ve Şekil 5.51’de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.43’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

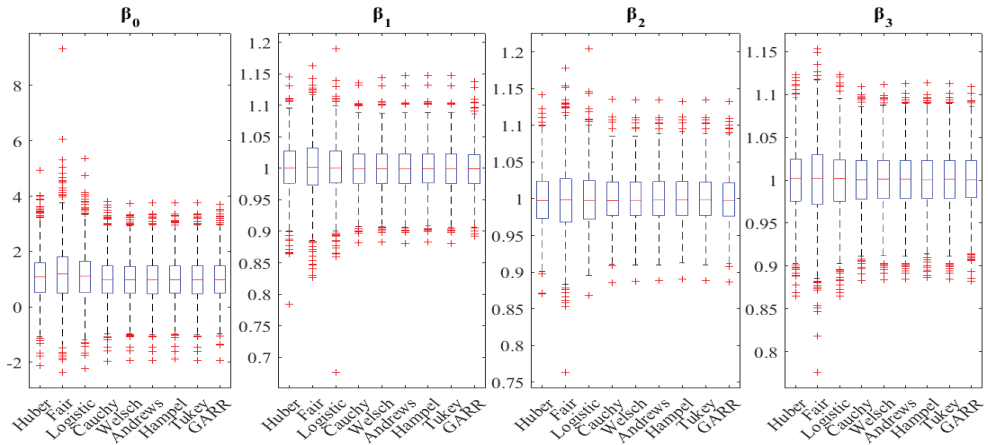
Tablo 5.18.  $n=40$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0470	0.9992	1.0013	0.9999	0.8860	0.0384	0.0375	0.0377
	Fair	1.0876	0.9994	1.0011	0.9999	0.9822	0.0423	0.0431	0.0409
	Logistic	1.0613	0.9990	1.0012	0.9997	0.9161	0.0407	0.0395	0.0382
	Cauchy	0.9962	0.9994	1.0013	1.0003	0.8457	0.0366	0.0356	0.0362
	Welsch	0.9948	0.9993	1.0012	1.0002	0.8471	0.0367	0.0354	0.0363
	Andrews	0.9948	0.9993	1.0013	1.0002	0.8507	0.0368	0.0355	0.0365
	Hampel	0.9945	0.9993	1.0013	1.0003	0.8490	0.0368	0.0357	0.0369
	Tukey	0.9949	0.9993	1.0013	1.0002	0.8500	0.0368	0.0355	0.0365
	GARR	0.9830	0.9992	1.0017	1.0006	0.8300	0.0355	0.0346	0.0356
2	Huber	1.1034	1.0006	0.9994	1.0004	0.9257	0.0409	0.0380	0.0389
	Fair	1.1935	1.0014	0.9988	1.0000	1.1355	0.0474	0.0461	0.0465
	Logistic	1.1198	1.0007	0.9995	1.0001	0.9552	0.0428	0.0395	0.0396
	Cauchy	1.0152	1.0000	0.9999	1.0000	0.8243	0.0365	0.0338	0.0350
	Welsch	0.9965	1.0002	1.0000	1.0005	0.8105	0.0364	0.0337	0.0347
	Andrews	0.9928	1.0002	1.0001	1.0006	0.8126	0.0366	0.0339	0.0349
	Hampel	0.9918	1.0005	1.0002	1.0005	0.8122	0.0366	0.0339	0.0348
	Tukey	0.9930	1.0002	1.0001	1.0005	0.8125	0.0366	0.0339	0.0349
	GARR	1.0099	0.9996	0.9993	1.0002	0.7995	0.0361	0.0334	0.0342
3	Huber	1.1385	1.0014	1.0013	0.9996	1.0591	0.0497	0.0441	0.0437
	Fair	1.2711	1.0013	1.0015	0.9998	1.3471	0.0640	0.0573	0.0554
	Logistic	1.1919	1.0004	1.0016	0.9980	1.2639	0.0493	0.0486	0.0538
	Cauchy	1.0125	0.9998	1.0011	0.9990	0.9202	0.0394	0.0371	0.0379
	Welsch	1.0019	0.9995	1.0015	0.9990	0.9354	0.0436	0.0387	0.0389
	Andrews	0.9936	1.0001	1.0013	0.9992	0.9101	0.0380	0.0372	0.0377
	Hampel	0.9949	1.0001	1.0012	0.9992	0.9382	0.0381	0.0374	0.0387
	Tukey	0.9939	1.0000	1.0013	0.9992	0.9131	0.0380	0.0371	0.0379
	GARR	1.0088	0.9993	1.0005	0.9992	0.8082	0.0359	0.0346	0.0337

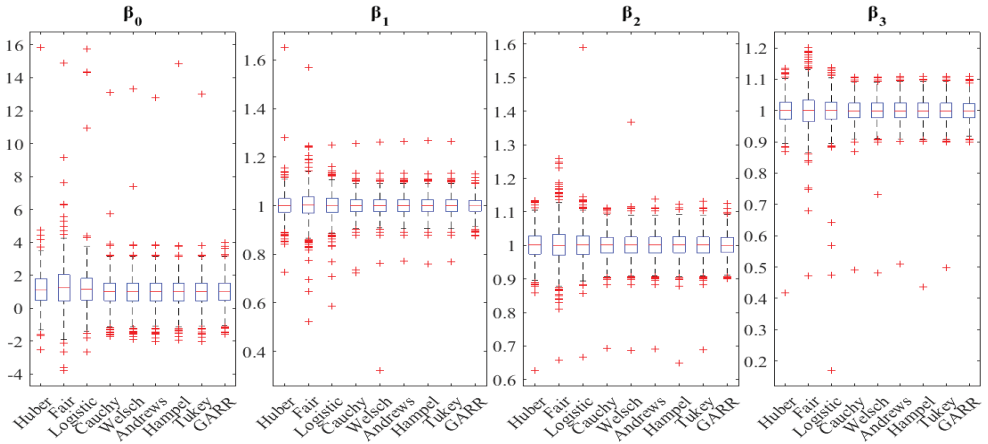
Tablo 5.18 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.52-5.54’de verilmiştir.



Şekil 5.52.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.53.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



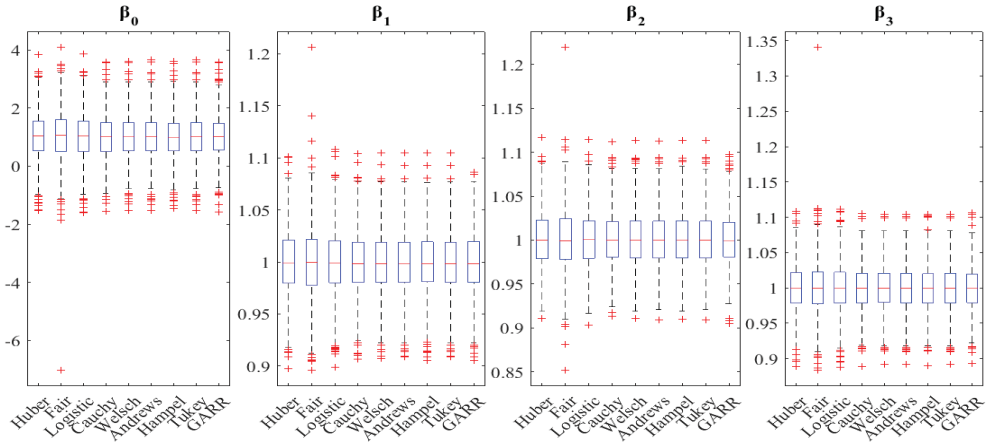
Şekil 5.54.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.52-5.54 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %5 olduğu Şekil 5.46 ve Şekil 5.53 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.46’da en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

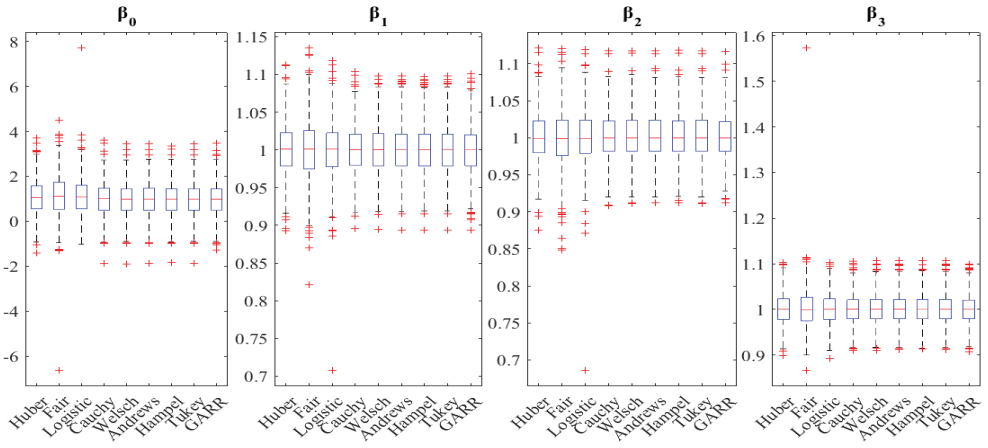
Tablo 5.19.  $n=50$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0385	0.9999	1.0015	0.9996	0.7630	0.0318	0.0318	0.0326
	Fair	1.0668	1.0000	1.0010	1.0000	0.8592	0.0350	0.0350	0.0367
	Logistic	1.0465	0.9999	1.0010	0.9997	0.7728	0.0322	0.0321	0.0331
	Cauchy	1.0085	0.9996	1.0012	0.9996	0.7427	0.0304	0.0307	0.0317
	Welsch	1.0057	0.9995	1.0013	0.9995	0.7457	0.0302	0.0307	0.0318
	Andrews	1.0060	0.9995	1.0013	0.9995	0.7490	0.0303	0.0308	0.0320
	Hampel	1.0053	0.9995	1.0014	0.9995	0.7454	0.0303	0.0307	0.0318
	Tukey	1.0063	0.9995	1.0013	0.9995	0.7482	0.0303	0.0308	0.0320
	GARR	1.0101	0.9992	1.0011	0.9994	0.7276	0.0297	0.0302	0.0308
2	Huber	1.0673	1.0004	1.0004	1.0003	0.7759	0.0338	0.0325	0.0343
	Fair	1.1400	1.0003	0.9992	1.0006	0.9102	0.0390	0.0370	0.0423
	Logistic	1.0905	1.0000	0.9999	1.0001	0.8165	0.0357	0.0346	0.0347
	Cauchy	0.9922	0.9998	1.0011	1.0004	0.7295	0.0314	0.0306	0.0322
	Welsch	0.9804	0.9999	1.0014	1.0005	0.7252	0.0315	0.0307	0.0321
	Andrews	0.9787	0.9999	1.0015	1.0005	0.7275	0.0317	0.0308	0.0321
	Hampel	0.9772	1.0000	1.0014	1.0006	0.7266	0.0316	0.0307	0.0322
	Tukey	0.9786	0.9999	1.0015	1.0005	0.7270	0.0316	0.0308	0.0321
	GARR	0.9861	0.9993	1.0013	1.0003	0.7213	0.0313	0.0300	0.0317
3	Huber	1.1082	1.0001	1.0010	0.9998	0.8311	0.0377	0.0353	0.0358
	Fair	1.1973	1.0011	1.0006	1.0001	1.0462	0.0460	0.0449	0.0434
	Logistic	1.1334	1.0001	1.0005	0.9995	0.8651	0.0385	0.0401	0.0359
	Cauchy	1.0272	0.9988	1.0007	0.9989	0.7355	0.0330	0.0309	0.0318
	Welsch	1.0147	0.9988	1.0005	0.9991	0.7329	0.0326	0.0309	0.0319
	Andrews	1.0143	0.9989	1.0005	0.9991	0.7361	0.0326	0.0310	0.0319
	Hampel	1.0134	0.9989	1.0005	0.9992	0.7353	0.0327	0.0310	0.0319
	Tukey	1.0141	0.9989	1.0005	0.9991	0.7355	0.0326	0.0310	0.0319
	GARR	1.0230	0.9985	1.0005	0.9988	0.7174	0.0320	0.0301	0.0308

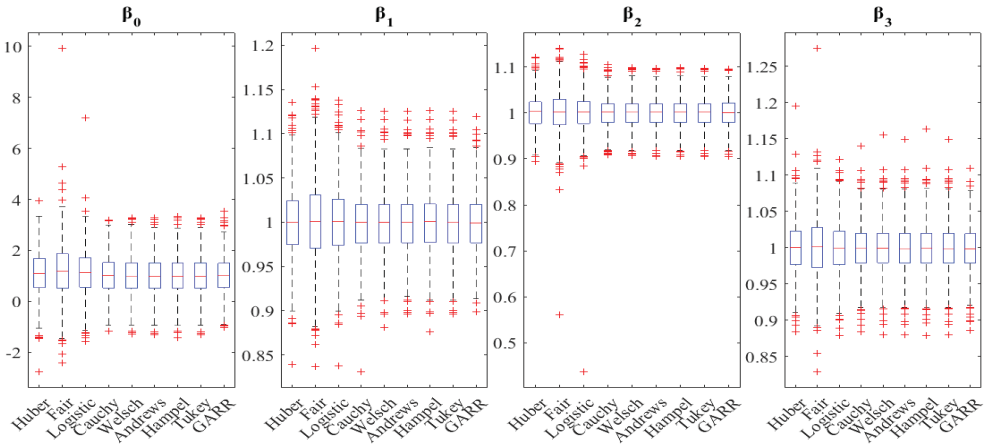
Tablo 5.19 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.55-5.57’de verilmiştir.



Şekil 5.55.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.56.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



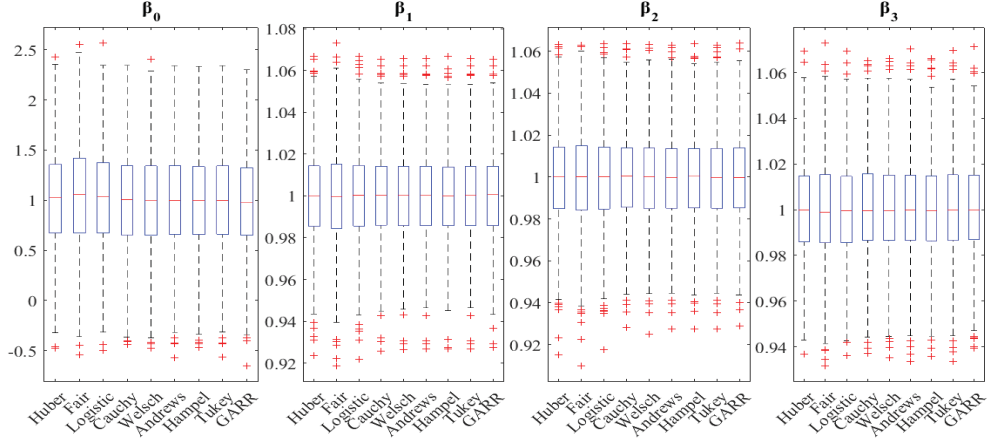
Şekil 5.57.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.55-5.57 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

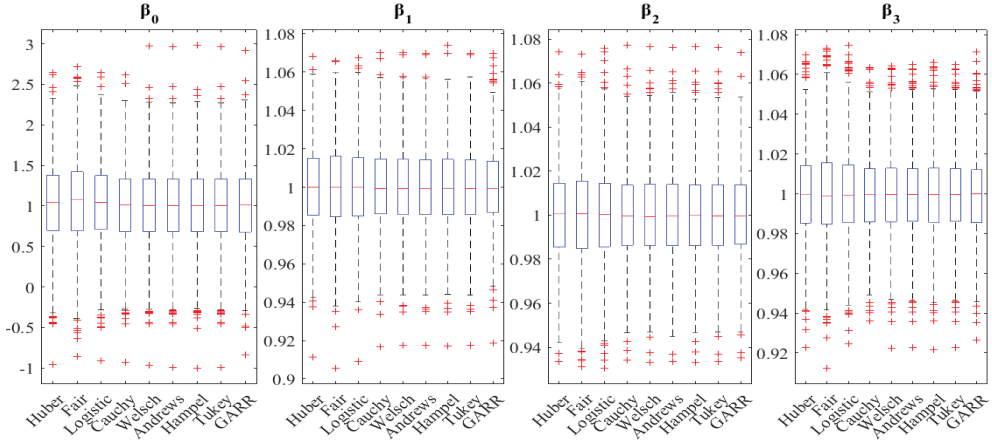
Tablo 5.20.  $n=100$  ve  $\sigma_1=5, \sigma_2=5, \sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0223	1.0000	0.9994	1.0002	0.4997	0.0215	0.0213	0.0216
	Fair	1.0459	0.9997	0.9992	1.0001	0.5210	0.0225	0.0223	0.0225
	Logistic	1.0263	0.9999	0.9994	1.0002	0.5040	0.0216	0.0213	0.0218
	Cauchy	0.9992	1.0001	0.9996	1.0004	0.4952	0.0210	0.0206	0.0215
	Welsch	0.9973	1.0001	0.9996	1.0004	0.4981	0.0210	0.0207	0.0216
	Andrews	0.9984	1.0002	0.9996	1.0004	0.4998	0.0210	0.0207	0.0217
	Hampel	0.9961	1.0001	0.9997	1.0004	0.4987	0.0210	0.0208	0.0216
	Tukey	0.9980	1.0002	0.9996	1.0004	0.4999	0.0210	0.0207	0.0217
	GARR	0.9888	1.0001	0.9998	1.0006	0.4894	0.0207	0.0204	0.0213
2	Huber	1.0341	1.0004	1.0003	0.9998	0.5152	0.0217	0.0216	0.0220
	Fair	1.0590	1.0004	1.0005	1.0002	0.5507	0.0231	0.0231	0.0237
	Logistic	1.0376	1.0004	1.0005	1.0000	0.5209	0.0219	0.0220	0.0223
	Cauchy	1.0066	1.0003	1.0002	0.9996	0.4951	0.0209	0.0207	0.0211
	Welsch	1.0039	1.0003	1.0002	0.9996	0.4951	0.0209	0.0207	0.0211
	Andrews	1.0032	1.0002	1.0002	0.9997	0.4961	0.0210	0.0208	0.0212
	Hampel	1.0025	1.0003	1.0002	0.9996	0.4958	0.0210	0.0208	0.0211
	Tukey	1.0035	1.0002	1.0002	0.9996	0.4954	0.0210	0.0207	0.0211
	GARR	1.0039	1.0003	1.0001	0.9996	0.4849	0.0205	0.0203	0.0206
3	Huber	1.0565	1.0006	0.9998	1.0002	0.5403	0.0232	0.0227	0.0225
	Fair	1.0992	1.0009	1.0003	1.0002	0.5951	0.0256	0.0248	0.0248
	Logistic	1.0599	1.0006	0.9999	1.0005	0.5483	0.0236	0.0227	0.0232
	Cauchy	1.0088	1.0002	0.9995	1.0003	0.5065	0.0225	0.0216	0.0213
	Welsch	1.0023	1.0003	0.9996	1.0004	0.5052	0.0224	0.0215	0.0213
	Andrews	1.0023	1.0003	0.9996	1.0004	0.5064	0.0225	0.0216	0.0213
	Hampel	1.0023	1.0003	0.9996	1.0003	0.5069	0.0225	0.0215	0.0213
	Tukey	1.0023	1.0003	0.9996	1.0004	0.5067	0.0225	0.0216	0.0213
	GARR	1.0071	1.0000	0.9991	1.0003	0.4943	0.0218	0.0209	0.0208

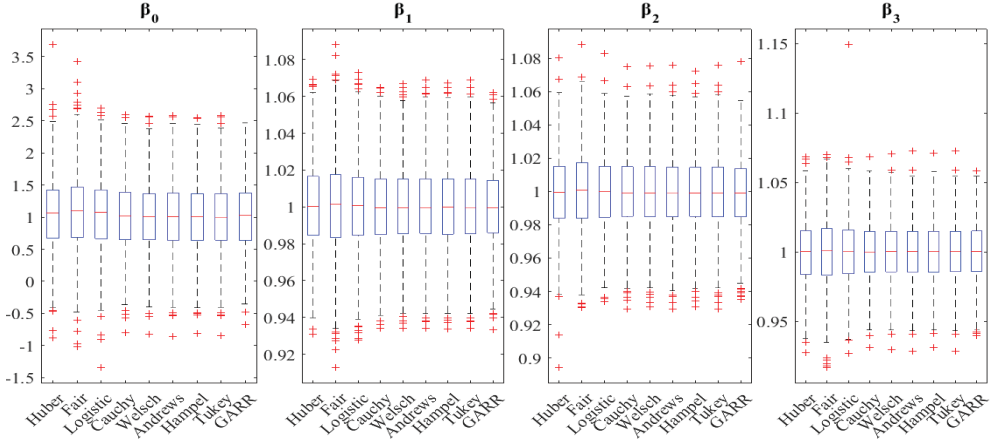
Tablo 5.20 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.58-5.60'da verilmiştir.



Şekil 5.58.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.59.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



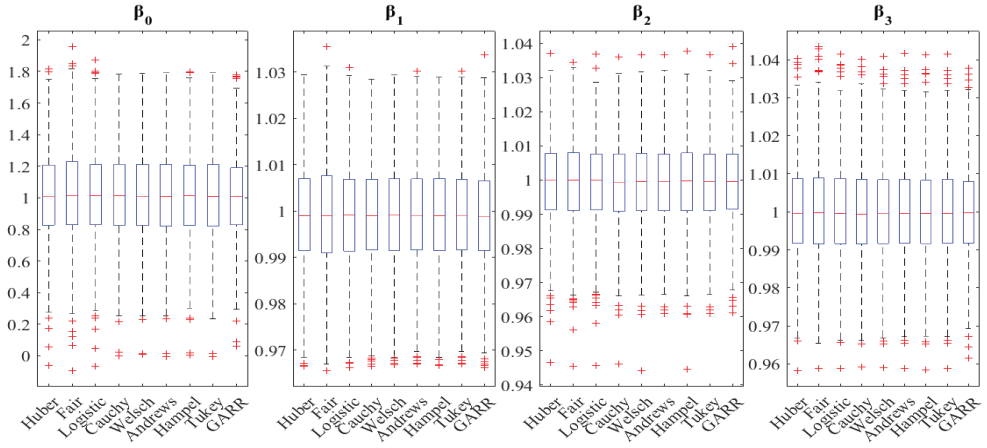
Şekil 5.60.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.58-5.60 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %2 olduğu Şekil 5.55 ve Şekil 5.59 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.55’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

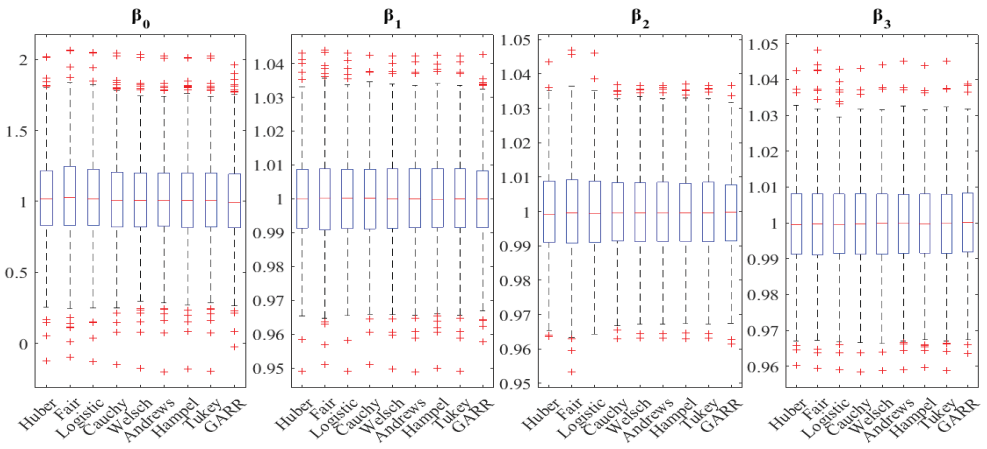
Tablo 5.21.  $n=300$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0183	0.9992	0.9993	1.0001	0.2822	0.0116	0.0120	0.0123
	Fair	1.0303	0.9992	0.9992	1.0002	0.2970	0.0120	0.0125	0.0128
	Logistic	1.0252	0.9991	0.9992	1.0001	0.2888	0.0117	0.0122	0.0124
	Cauchy	1.0192	0.9990	0.9991	1.0000	0.2821	0.0115	0.0120	0.0122
	Welsch	1.0173	0.9991	0.9992	1.0001	0.2808	0.0115	0.0120	0.0122
	Andrews	1.0161	0.9991	0.9992	1.0001	0.2804	0.0116	0.0119	0.0122
	Hampel	1.0134	0.9991	0.9993	1.0001	0.2785	0.0116	0.0120	0.0122
	Tukey	1.0161	0.9991	0.9992	1.0001	0.2803	0.0116	0.0119	0.0122
	GARR	1.0117	0.9990	0.9993	1.0001	0.2710	0.0113	0.0116	0.0118
2	Huber	1.0215	0.9999	0.9999	0.9998	0.2977	0.0130	0.0129	0.0123
	Fair	1.0347	1.0001	1.0000	0.9999	0.3142	0.0134	0.0136	0.0130
	Logistic	1.0248	0.9999	0.9999	0.9998	0.3020	0.0130	0.0131	0.0124
	Cauchy	1.0122	0.9999	0.9998	0.9998	0.2932	0.0129	0.0126	0.0121
	Welsch	1.0110	0.9999	0.9998	0.9998	0.2925	0.0129	0.0126	0.0121
	Andrews	1.0111	0.9998	0.9998	0.9998	0.2933	0.0129	0.0126	0.0121
	Hampel	1.0109	0.9998	0.9998	0.9998	0.2930	0.0130	0.0126	0.0121
	Tukey	1.0109	0.9998	0.9998	0.9998	0.2935	0.0129	0.0126	0.0121
	GARR	1.0029	0.9998	0.9998	0.9999	0.2852	0.0125	0.0122	0.0118
3	Huber	1.0280	0.9999	1.0001	0.9998	0.2975	0.0124	0.0119	0.0124
	Fair	1.0486	1.0000	1.0002	0.9999	0.3099	0.0128	0.0123	0.0129
	Logistic	1.0334	1.0000	1.0001	0.9999	0.2983	0.0125	0.0120	0.0125
	Cauchy	1.0143	0.9999	1.0000	0.9999	0.2882	0.0122	0.0117	0.0121
	Welsch	1.0105	0.9999	1.0000	1.0000	0.2894	0.0122	0.0117	0.0122
	Andrews	1.0112	0.9998	1.0000	0.9999	0.2915	0.0123	0.0118	0.0122
	Hampel	1.0102	0.9998	0.9999	0.9999	0.2908	0.0122	0.0118	0.0123
	Tukey	1.0107	0.9998	1.0000	0.9999	0.2912	0.0123	0.0118	0.0122
	GARR	1.0078	0.9998	0.9997	0.9998	0.2799	0.0119	0.0114	0.0118

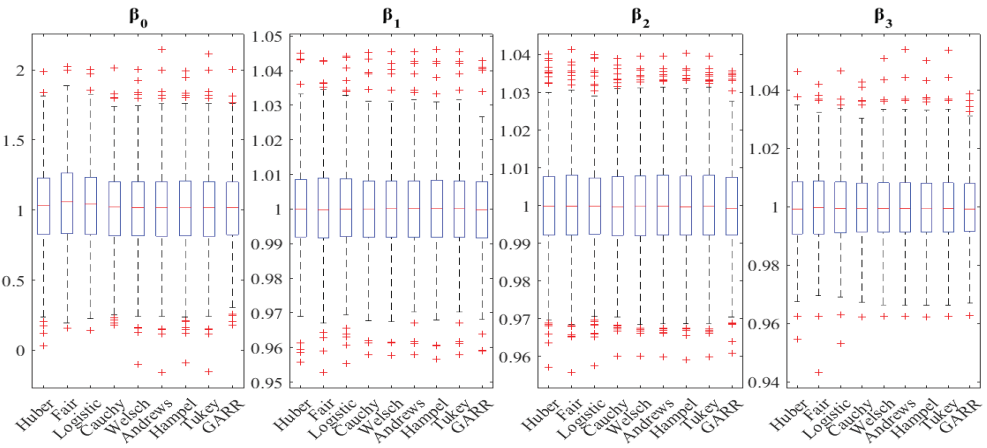
Tablo 5.21 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.61-5.63’de verilmiştir.



Şekil 5.61.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.62.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



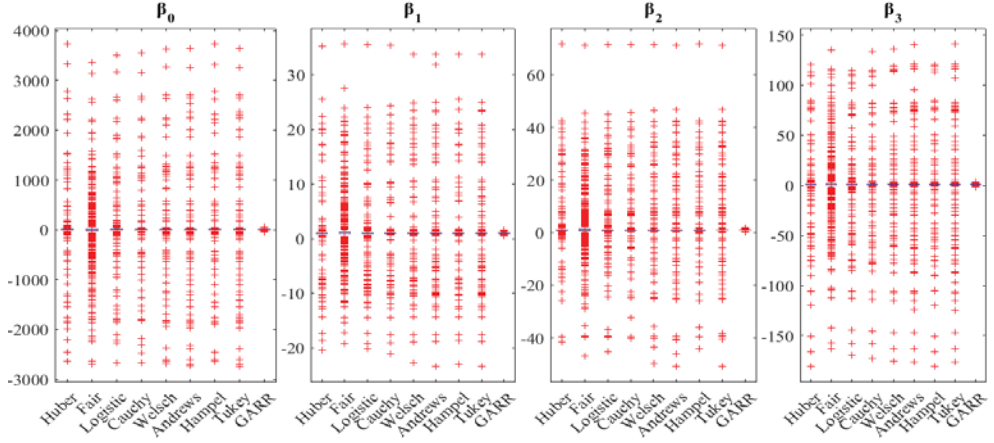
Şekil 5.63.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=5$ ,  $\sigma_3=5$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.61-5.63 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %1 olduğu Şekil 5.60 ve Şekil 5.63 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.60’da en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

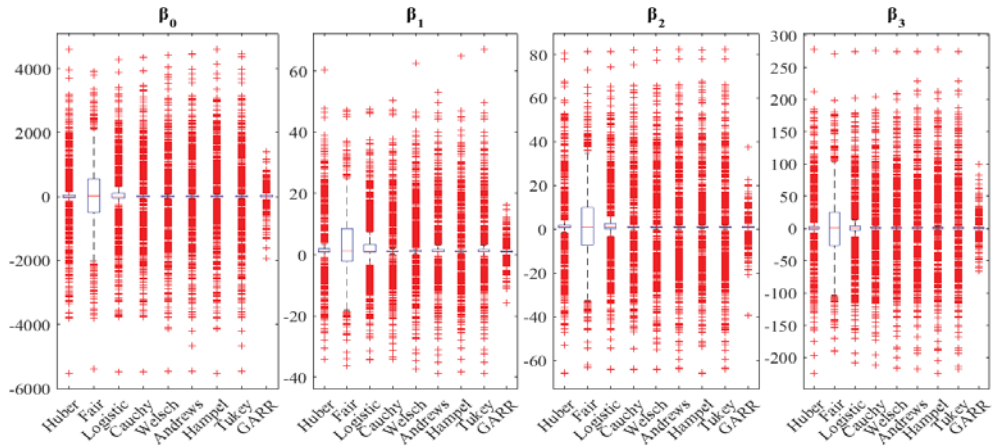
Tablo 5.22.  $n=10$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	7.9582	0.9730	1.4450	0.5778	345.7995	2.9639	5.4793	17.3711
	Fair	0.4675	1.2250	1.5527	0.9905	461.8426	4.1383	7.7665	22.8022
	Logistic	9.4358	0.9587	1.4403	0.5271	364.5532	3.0334	6.0286	18.2420
	Cauchy	11.3233	0.9738	1.4594	0.3888	342.9352	2.9792	5.8191	17.0803
	Welsch	8.1256	0.9861	1.4197	0.5643	361.2384	3.0970	6.2546	18.1101
	Andrews	5.8140	1.0352	1.4609	0.6549	393.9138	3.2910	6.6321	19.5439
	Hampel	11.1556	0.9760	1.4443	0.3929	344.9230	2.9606	5.6358	17.0930
	Tukey	8.1076	1.0046	1.4413	0.5579	385.1740	3.1436	6.5098	19.2151
	GARR	0.9672	0.9981	1.0006	1.0020	10.2574	0.1020	0.1792	0.5074
2	Huber	0.5054	2.6550	1.5896	1.6703	1035.4252	10.2988	16.2642	51.1075
	Fair	3.0066	2.9411	1.9421	1.9253	1110.0821	10.9819	17.5453	54.7630
	Logistic	-7.4119	2.6929	1.6094	2.1170	1036.0103	10.2794	16.3575	51.1006
	Cauchy	-17.8736	2.5514	1.5684	2.5669	1041.4725	10.1732	16.2514	51.3630
	Welsch	-17.4590	2.6726	1.7759	2.3886	1065.2270	10.4997	16.8763	52.6930
	Andrews	-13.5671	2.6975	1.6928	2.2456	1082.4859	10.5513	16.9629	53.6535
	Hampel	-21.4387	2.5126	1.6331	2.6853	1076.3668	10.4769	17.1210	53.2293
	Tukey	-16.5642	2.7326	1.6785	2.3838	1079.3204	10.6199	17.0589	53.5778
	GARR	3.0390	1.0629	0.7273	1.1862	238.1724	2.2209	3.9828	11.5940
3	Huber	-107.0324	2.8804	3.4905	8.4138	1468.2716	14.8577	24.3001	71.8468
	Fair	-99.2338	3.1714	3.8260	8.1370	1459.3871	14.9488	24.5649	71.4921
	Logistic	-99.1417	2.9303	3.5174	8.0911	1474.9656	14.9896	24.5468	72.1510
	Cauchy	-98.1874	2.7557	3.3394	8.0844	1525.3006	15.2454	25.0184	74.5123
	Welsch	-100.2102	2.6477	3.0883	8.3097	1577.0777	15.7381	25.9334	77.0111
	Andrews	-102.3493	2.5899	3.1171	8.4116	1594.7763	16.0124	26.5213	77.8390
	Hampel	-105.2403	2.5537	2.9026	8.6344	1574.2962	15.7223	25.9573	76.8723
	Tukey	-104.1820	2.6324	3.0796	8.5061	1596.4895	16.0147	26.5325	77.9288
	GARR	-31.4073	1.0245	1.4141	4.1003	1143.0561	11.2086	18.2652	55.5207

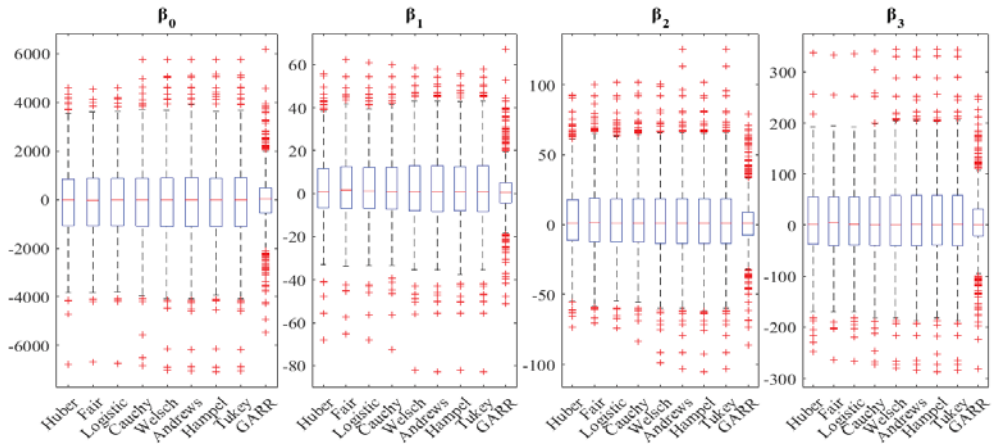
Tablo 5.22 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1, 2 ve 3 aykırı değer için sırasıyla Hampel, Huber ve Fair M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.64-5.66'da verilmiştir.



Şekil 5.64.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.65.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



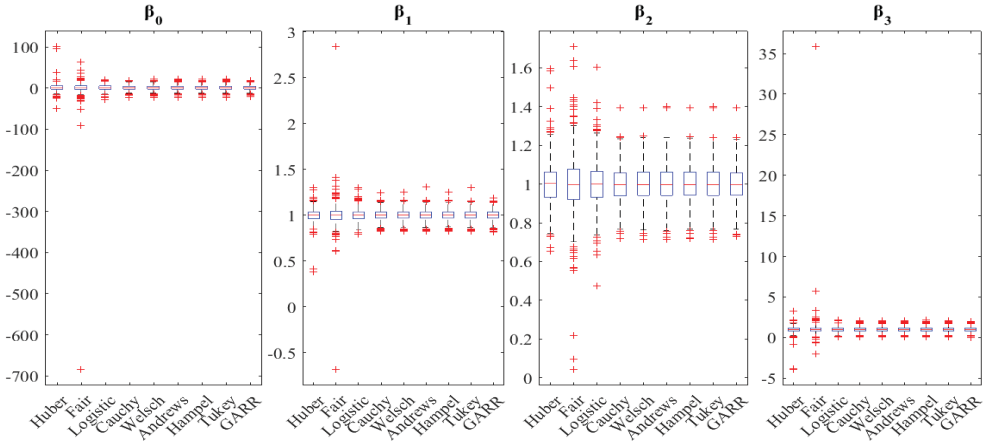
Şekil 5.66.  $n=10$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.64 incelendiğinde M-tahmin edicilerin parametre tahminlerinin 1'den uzak olmasına rağmen GARR yönteminin parametre tahminlerinin 1'e yakın olduğu görülmektedir. Şekil 5.65-5.66 incelendiğinde de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

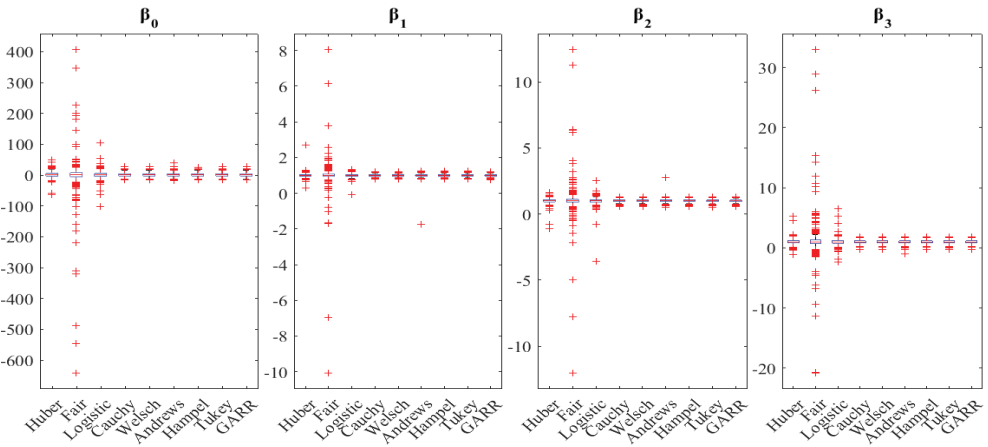
Tablo 5.23.  $n=20$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.4962	0.9984	0.9992	0.9816	7.8882	0.0667	0.1039	0.3903
	Fair	0.6691	0.9997	0.9967	1.0293	23.3563	0.1101	0.1379	1.1827
	Logistic	1.2929	0.9996	0.9985	0.9921	6.4378	0.0621	0.1051	0.3195
	Cauchy	1.2248	0.9999	0.9978	0.9905	5.7807	0.0545	0.0903	0.2853
	Welsch	1.2254	1.0000	0.9986	0.9898	5.8150	0.0552	0.0912	0.2862
	Andrews	1.2028	1.0004	0.9990	0.9906	5.8544	0.0557	0.0926	0.2886
	Hampel	1.2095	0.9999	0.9983	0.9907	5.8442	0.0552	0.0916	0.2876
	Tukey	1.2001	1.0003	0.9990	0.9908	5.8538	0.0557	0.0925	0.2887
	GARR	1.2449	1.0002	0.9974	0.9894	5.5662	0.0533	0.0886	0.2748
2	Huber	1.1763	1.0018	0.9998	1.0033	8.0498	0.0944	0.1550	0.4072
	Fair	-0.5234	0.9941	1.0228	1.1004	44.1159	0.5674	0.8500	2.2550
	Logistic	1.1513	1.0001	0.9993	1.0061	9.4576	0.0858	0.2119	0.4670
	Cauchy	1.2014	1.0004	1.0003	0.9902	5.6289	0.0576	0.0944	0.2780
	Welsch	1.1843	1.0007	0.9999	0.9909	5.6528	0.0584	0.0943	0.2791
	Andrews	1.2292	0.9978	1.0020	0.9884	5.8366	0.1050	0.1101	0.2883
	Hampel	1.1920	1.0005	1.0001	0.9904	5.6568	0.0587	0.0943	0.2794
	Tukey	1.1660	1.0005	1.0001	0.9916	5.6757	0.0592	0.0951	0.2800
	GARR	1.1585	0.9996	0.9994	0.9880	5.5967	0.0572	0.0917	0.2754
3	Huber	4.2107	1.0089	1.0894	0.8347	87.8362	0.7438	1.8309	4.2257
	Fair	-3.5764	1.1068	1.2749	1.2937	222.6720	2.2834	4.0446	11.0042
	Logistic	4.0011	1.0177	1.0885	0.8569	99.8622	0.9719	2.0503	5.0024
	Cauchy	3.1500	1.0215	0.9961	0.9031	58.1083	0.7535	1.7694	2.4876
	Welsch	2.7498	1.0239	0.9984	0.9209	58.7969	0.7856	1.8321	2.5185
	Andrews	1.9044	1.0499	1.0267	0.9491	82.4744	0.9816	2.0511	3.8617
	Hampel	5.6706	1.0441	1.0308	0.7614	88.0092	0.9707	2.2017	4.1388
	Tukey	1.9199	1.0497	1.0264	0.9486	82.3352	0.9798	2.0497	3.8511
	GARR	1.4407	0.9797	0.9818	0.9966	15.1604	0.1306	0.2390	0.6828

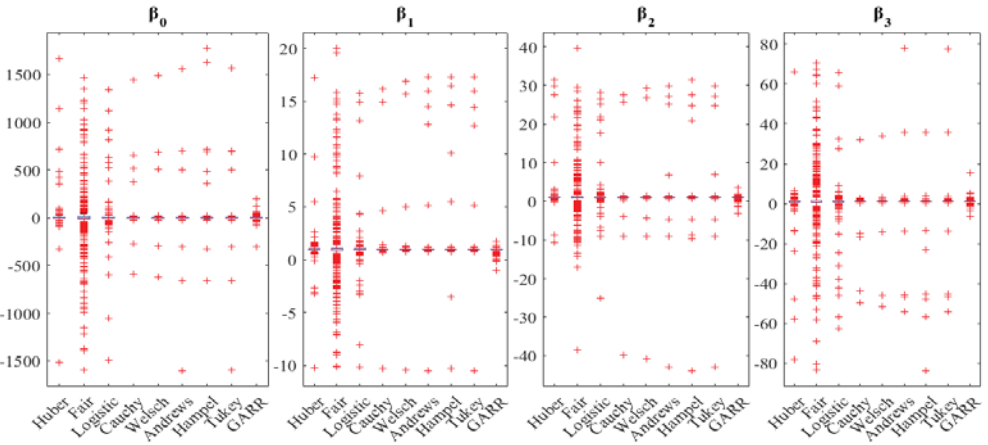
Tablo 5.23 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin Cauchy ve Welsch M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.67-5.69'da verilmiştir.



Şekil 5.67.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.68.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



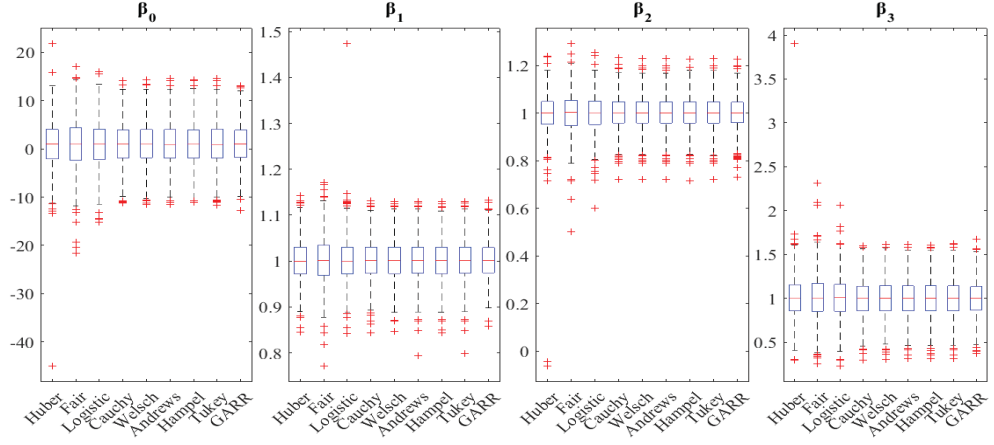
Şekil 5.69.  $n=20$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.67-5.68 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Şekil 5.69 incelendiğinde ise GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.67-5.68'deki parametre tahminlerinden daha iyi performans sergilediği görülmektedir.

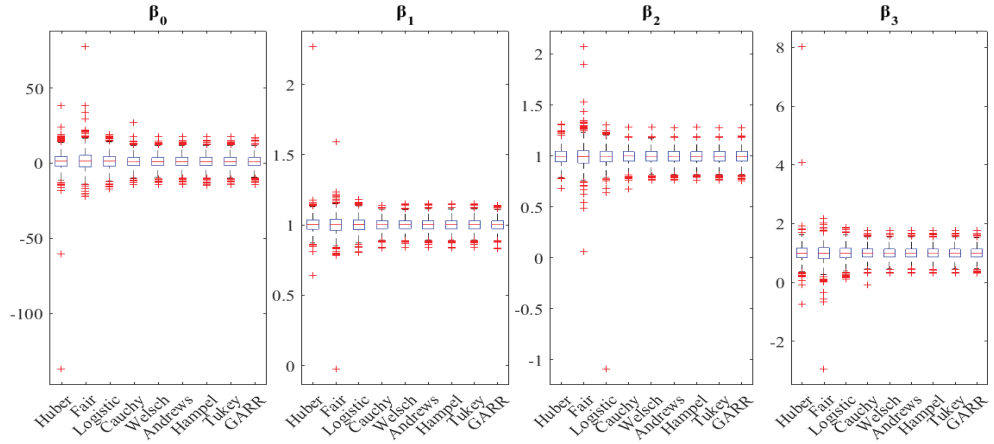
Tablo 5.24.  $n=30$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9270	1.0010	0.9990	1.0069	4.7805	0.0442	0.0860	0.2402
	Fair	0.9497	1.0015	1.0005	1.0074	5.0763	0.0495	0.0827	0.2512
	Logistic	0.9353	1.0014	1.0006	1.0060	4.6166	0.0470	0.0749	0.2281
	Cauchy	0.9352	1.0009	1.0010	1.0025	4.2844	0.0412	0.0680	0.2102
	Welsch	0.9176	1.0007	1.0009	1.0033	4.3048	0.0415	0.0684	0.2112
	Andrews	0.9206	1.0006	1.0008	1.0032	4.3485	0.0422	0.0690	0.2134
	Hampel	0.9067	1.0007	1.0011	1.0038	4.3136	0.0416	0.0686	0.2117
	Tukey	0.9237	1.0006	1.0008	1.0031	4.3395	0.0421	0.0689	0.2129
	GARR	0.9425	1.0013	1.0010	1.0019	4.1653	0.0398	0.0664	0.2044
2	Huber	1.2516	1.0027	0.9956	0.9963	7.1320	0.0655	0.0814	0.3528
	Fair	1.6887	1.0013	0.9959	0.9800	6.9846	0.0729	0.1169	0.3418
	Logistic	1.4426	1.0015	0.9929	0.9888	5.2641	0.0517	0.1063	0.2547
	Cauchy	1.1873	1.0013	0.9955	0.9930	4.4217	0.0438	0.0719	0.2145
	Welsch	1.1602	1.0015	0.9959	0.9938	4.3685	0.0439	0.0712	0.2130
	Andrews	1.1726	1.0015	0.9959	0.9932	4.3871	0.0442	0.0714	0.2141
	Hampel	1.1478	1.0016	0.9961	0.9943	4.3763	0.0441	0.0711	0.2133
	Tukey	1.1683	1.0015	0.9959	0.9934	4.3814	0.0442	0.0714	0.2138
	GARR	1.1470	1.0008	0.9956	0.9947	4.3568	0.0435	0.0709	0.2122
3	Huber	1.2340	1.0020	0.9953	1.0013	5.6421	0.0567	0.0924	0.2761
	Fair	2.3176	1.0124	0.9898	0.9603	24.9677	0.3665	0.1993	1.1973
	Logistic	1.2735	1.0001	0.9973	1.0002	5.8333	0.0772	0.1038	0.2858
	Cauchy	1.0890	1.0020	0.9956	0.9979	4.4446	0.0425	0.0747	0.2175
	Welsch	1.0852	1.0020	0.9956	0.9977	4.4622	0.0426	0.0750	0.2184
	Andrews	1.0847	1.0018	0.9955	0.9978	4.4496	0.0429	0.0753	0.2178
	Hampel	0.9352	0.9999	0.9949	1.0065	6.1556	0.0837	0.0757	0.3308
	Tukey	1.0825	1.0019	0.9955	0.9979	4.4495	0.0427	0.0753	0.2179
	GARR	1.0931	1.0016	0.9951	0.9976	4.4043	0.0415	0.0730	0.2157

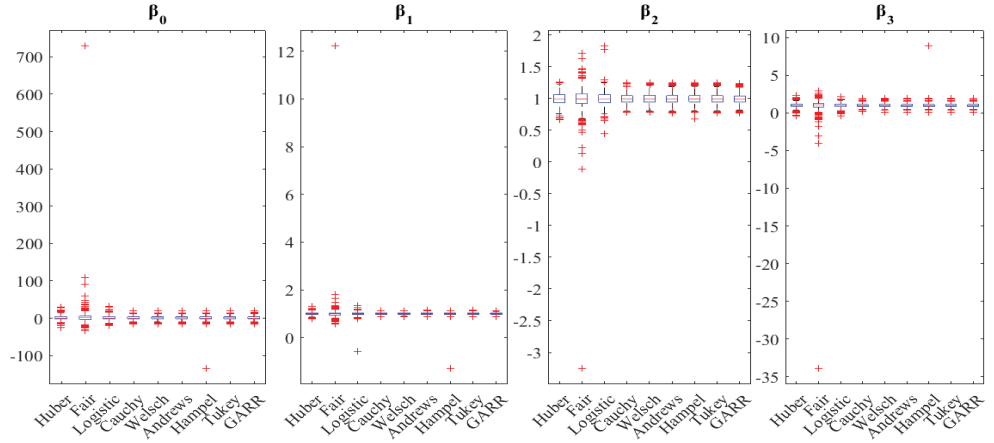
Tablo 5.24 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin 1, 2 ve 3 aykırı değer için sırasıyla Cauchy, Welsch ve Cauchy M-tahmin edicisi olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.70-5.72’de verilmiştir.



Şekil 5.70.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.71.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



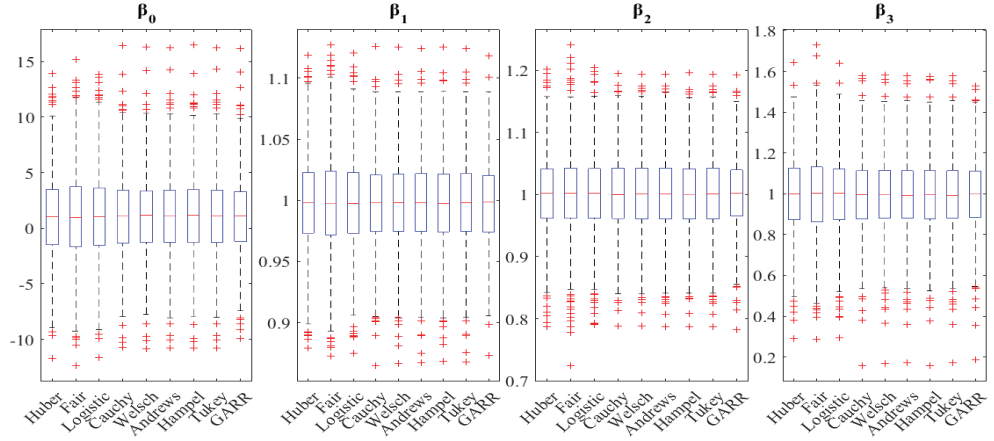
Şekil 5.72.  $n=30$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.70-5.72 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %10 olduğu Şekil 5.64, Şekil 5.68 ve Şekil 5.72’de GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.64’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

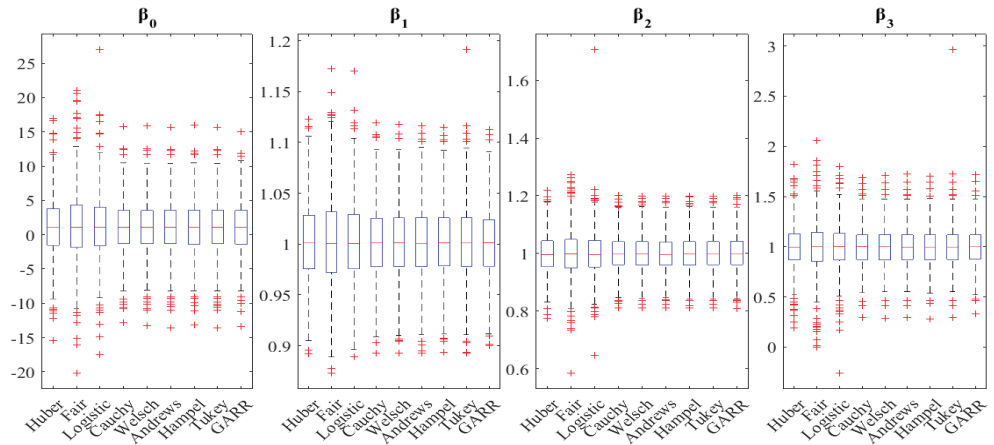
Tablo 5.25.  $n=40$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0983	0.9974	1.0019	0.9968	3.7105	0.0372	0.0617	0.1849
	Fair	1.1136	0.9972	1.0018	0.9980	4.0831	0.0402	0.0671	0.2039
	Logistic	1.1096	0.9973	1.0021	0.9965	3.7722	0.0376	0.0624	0.1880
	Cauchy	1.0886	0.9975	1.0015	0.9953	3.5145	0.0359	0.0600	0.1754
	Welsch	1.0842	0.9975	1.0016	0.9953	3.5185	0.0360	0.0600	0.1757
	Andrews	1.0878	0.9975	1.0016	0.9952	3.5312	0.0362	0.0603	0.1763
	Hampel	1.0864	0.9975	1.0016	0.9951	3.5201	0.0360	0.0602	0.1758
	Tukey	1.0872	0.9975	1.0016	0.9952	3.5308	0.0361	0.0602	0.1763
	GARR	1.0799	0.9977	1.0019	0.9953	3.4054	0.0351	0.0578	0.1700
2	Huber	1.1535	1.0018	0.9988	0.9975	4.0582	0.0381	0.0673	0.2005
	Fair	1.2561	1.0019	0.9985	0.9966	4.8250	0.0448	0.0798	0.2398
	Logistic	1.1770	1.0019	0.9991	0.9969	4.2760	0.0392	0.0726	0.2107
	Cauchy	1.0610	1.0014	0.9996	0.9974	3.7046	0.0349	0.0605	0.1830
	Welsch	1.0641	1.0014	0.9994	0.9971	3.7163	0.0350	0.0609	0.1836
	Andrews	1.0608	1.0014	0.9993	0.9972	3.7270	0.0352	0.0611	0.1842
	Hampel	1.0599	1.0014	0.9996	0.9972	3.7121	0.0349	0.0610	0.1834
	Tukey	1.0460	1.0016	0.9996	0.9994	3.7403	0.0357	0.0614	0.1942
	GARR	1.0602	1.0012	0.9994	0.9972	3.6667	0.0340	0.5950	0.1814
3	Huber	1.0001	1.0008	1.0044	1.0057	4.8938	0.0502	0.0868	0.2415
	Fair	1.0050	1.0002	1.0034	1.0120	5.4810	0.0526	0.0987	0.2740
	Logistic	1.0803	0.9996	1.0026	1.0035	5.4447	0.0423	0.0727	0.2636
	Cauchy	0.9043	0.9988	1.0013	1.0049	3.8328	0.0361	0.0597	0.1884
	Welsch	0.8954	0.9989	1.0012	1.0050	3.8328	0.0362	0.0596	0.1884
	Andrews	0.8873	0.9989	1.0012	1.0054	3.8447	0.0363	0.0596	0.1891
	Hampel	0.8918	0.9988	1.0013	1.0052	3.8285	0.0361	0.0596	0.1882
	Tukey	0.8888	0.9989	1.0012	1.0054	3.8433	0.0363	0.0596	0.1890
	GARR	0.9209	0.9988	1.0010	1.0039	3.7721	0.0355	0.0588	0.1856

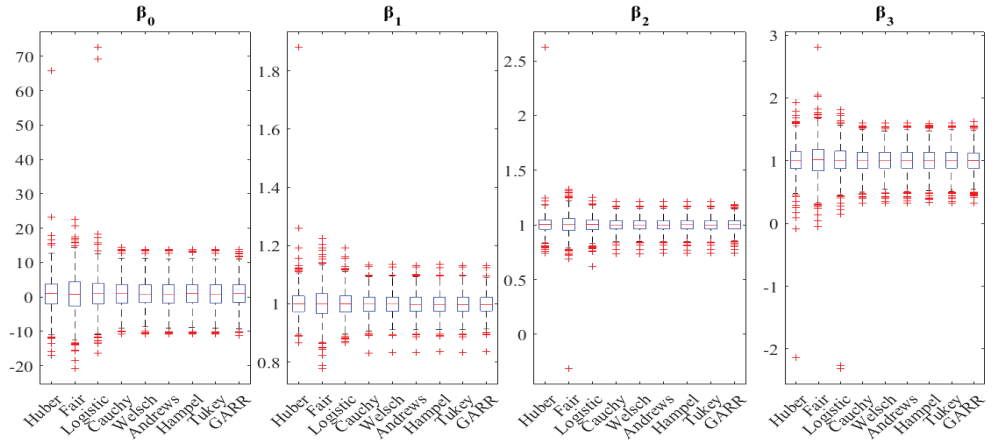
Tablo 5.25 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.73-5.75’de verilmiştir.



Şekil 5.73.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.74.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



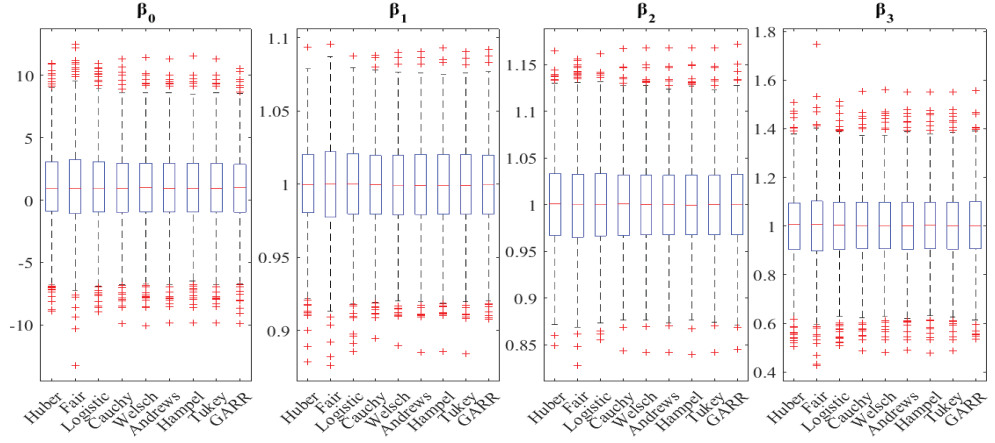
Şekil 5.75.  $n=40$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.73-5.75 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %5 olduğu Şekil 5.67 ve Şekil 5.74 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.67’de en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

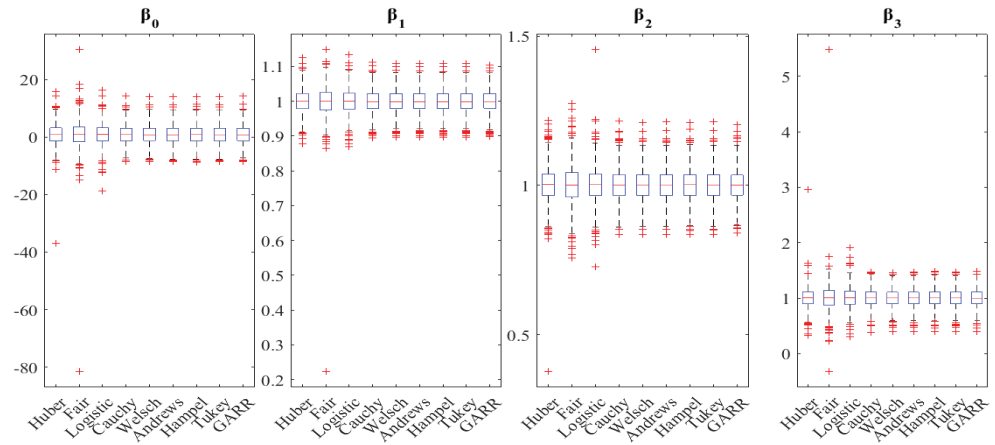
Tablo 5.26.  $n=50$  ve  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9746	0.9994	1.0012	1.0027	3.1510	0.0318	0.0497	0.1554
	Fair	1.0145	0.9998	1.0012	1.0021	3.4067	0.0335	0.0529	0.1682
	Logistic	0.9918	0.9994	1.0014	1.0020	3.2071	0.0320	0.0500	0.1581
	Cauchy	0.9466	0.9991	1.0012	1.0025	3.0760	0.0311	0.0482	0.1510
	Welsch	0.9328	0.9992	1.0013	1.0030	3.0639	0.0312	0.0483	0.1504
	Andrews	0.9225	0.9992	1.0014	1.0034	3.0731	0.0313	0.0484	0.1509
	Hampel	0.9278	0.9991	1.0012	1.0033	3.0740	0.0312	0.0484	0.1510
	Tukey	0.9239	0.9992	1.0013	1.0034	3.0741	0.0313	0.0484	0.1509
	GARR	0.9257	0.9993	1.0014	1.0032	3.0415	0.0307	0.0478	0.1493
2	Huber	0.9576	1.0005	1.0023	1.0049	3.7464	0.0338	0.0595	0.1861
	Fair	1.0116	1.0001	1.0024	1.0053	4.9171	0.0455	0.0651	0.2492
	Logistic	0.9583	1.0003	1.0029	1.0051	3.6788	0.0345	0.0600	0.1822
	Cauchy	0.9361	1.0000	1.0027	1.0023	3.2375	0.0316	0.0527	0.1603
	Welsch	0.9425	1.0001	1.0028	1.0017	3.2307	0.0315	0.0525	0.1600
	Andrews	0.9460	1.0001	1.0028	1.0015	3.2455	0.0315	0.0525	0.1608
	Hampel	0.9451	1.0001	1.0029	1.0015	3.2413	0.0314	0.0525	0.1604
	Tukey	0.9487	1.0001	1.0028	1.0013	3.2446	0.0315	0.0525	0.1607
	GARR	0.9467	1.0000	1.0022	1.0017	3.1881	0.0311	0.0517	0.1581
3	Huber	1.2336	0.9992	0.9988	0.9951	3.6599	0.0355	0.0597	0.1806
	Fair	1.3060	0.9996	1.0003	0.9956	4.9400	0.0445	0.0763	0.2464
	Logistic	1.2630	0.9991	0.9992	0.9940	3.6825	0.0363	0.0606	0.1803
	Cauchy	1.1634	0.9985	0.9983	0.9934	3.2377	0.0320	0.0521	0.1592
	Welsch	1.1492	0.9986	0.9984	0.9938	3.1828	0.0319	0.0519	0.1568
	Andrews	1.1573	0.9986	0.9983	0.9934	3.1789	0.0318	0.0521	0.1566
	Hampel	1.1555	0.9987	0.9984	0.9935	3.1920	0.0318	0.0522	0.1572
	Tukey	1.1555	0.9986	0.9983	0.9935	3.1803	0.0319	0.0521	0.1567
	GARR	1.1177	0.9984	0.9983	0.9953	3.1261	0.0313	0.0513	0.1531

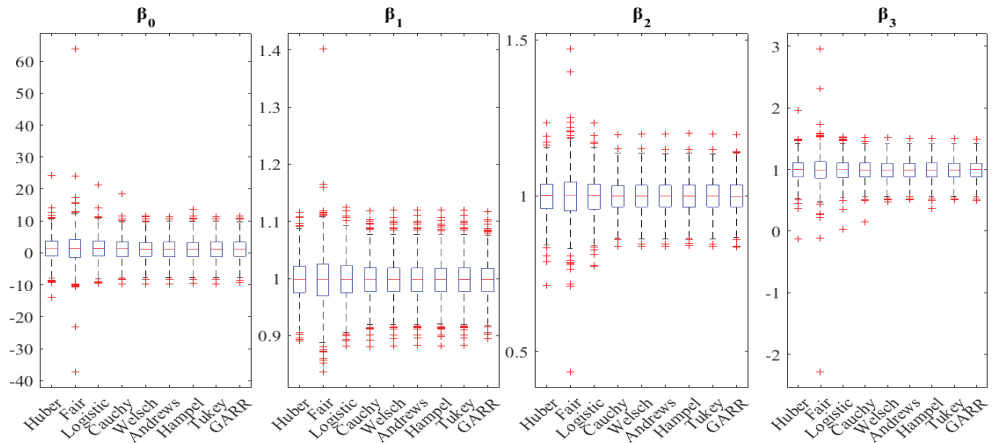
Tablo 5.26 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.76-5.78’de verilmiştir.



Şekil 5.76.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.77.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



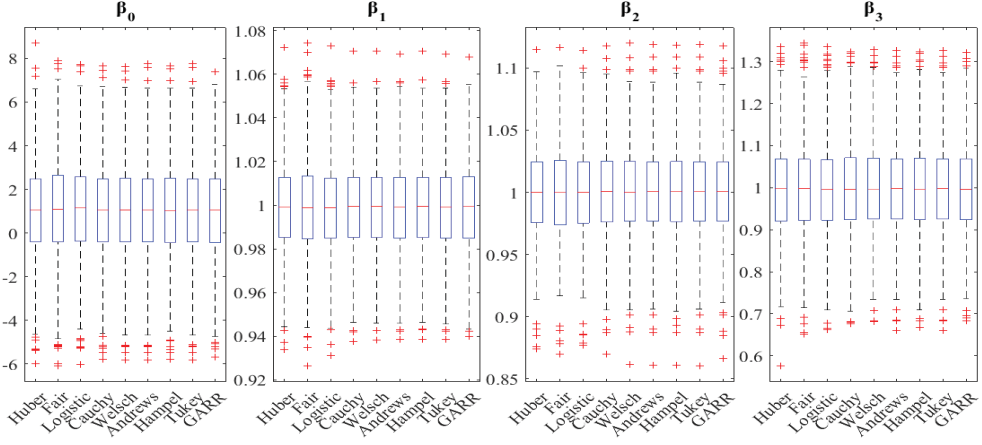
Şekil 5.78.  $n=50$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.76-5.78 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

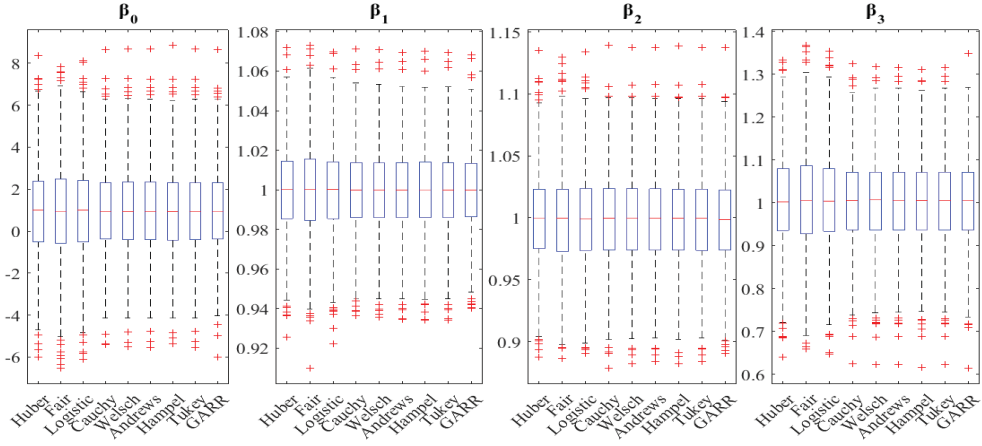
Tablo 5.27.  $n=100$  ve  $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	1.0640	0.9993	1.0002	0.9981	2.2094	0.0215	0.0357	0.1091
	Fair	1.0713	0.9993	1.0001	0.9986	2.2828	0.0224	0.0369	0.1126
	Logistic	1.0746	0.9993	1.0001	0.9978	2.2183	0.0218	0.0358	0.1095
	Cauchy	1.0549	0.9994	1.0004	0.9976	2.1612	0.0211	0.0350	0.1067
	Welsch	1.0525	0.9994	1.0003	0.9977	2.1620	0.0212	0.0351	0.1067
	Andrews	1.0548	0.9993	1.0003	0.9976	2.1671	0.0212	0.0352	0.1069
	Hampel	1.0575	0.9993	1.0003	0.9975	2.1703	0.0211	0.0353	0.1071
	Tukey	1.0534	0.9993	1.0003	0.9977	2.1670	0.0212	0.0352	0.1069
	GARR	1.0472	0.9994	1.0005	0.9978	2.1273	0.0209	0.0348	0.1050
2	Huber	1.0000	0.9998	0.9993	1.0027	2.1777	0.0220	0.0371	0.1073
	Fair	1.0049	0.9997	0.9989	1.0041	2.3584	0.0235	0.0393	0.1163
	Logistic	0.9945	0.9997	0.9991	1.0033	2.2172	0.0222	0.0375	0.1093
	Cauchy	0.9640	0.9995	0.9991	1.0030	2.0894	0.0211	0.0367	0.1028
	Welsch	0.9654	0.9996	0.9992	1.0027	2.0838	0.0210	0.0367	0.1025
	Andrews	0.9647	0.9996	0.9992	1.0027	2.0834	0.0211	0.0367	0.1024
	Hampel	0.9688	0.9996	0.9993	1.0024	2.0883	0.0211	0.0367	0.1027
	Tukey	0.9641	0.9996	0.9992	1.0028	2.0830	0.0211	0.0367	0.1024
	GARR	0.9546	0.9995	0.9989	1.0033	2.0396	0.0205	0.0360	0.1005
3	Huber	1.1027	0.9999	0.9993	0.9982	2.2260	0.0232	0.0380	0.1098
	Fair	1.1929	0.9997	0.9998	0.9959	2.5385	0.0258	0.0467	0.1272
	Logistic	1.1077	0.9999	0.9992	0.9984	2.2496	0.0236	0.0387	0.1110
	Cauchy	1.0137	1.0000	0.9994	1.0000	2.0983	0.0221	0.0363	0.1037
	Welsch	1.0018	1.0000	0.9995	1.0004	2.1021	0.0221	0.0363	0.1038
	Andrews	1.0021	1.0000	0.9996	1.0003	2.1050	0.0222	0.0363	0.1040
	Hampel	1.0061	1.0000	0.9996	1.0001	2.1110	0.0222	0.0363	0.1042
	Tukey	1.0027	1.0000	0.9996	1.0003	2.1037	0.0222	0.0363	0.1039
	GARR	1.0093	0.9998	0.9996	1.0000	2.0652	0.0217	0.0355	0.1017

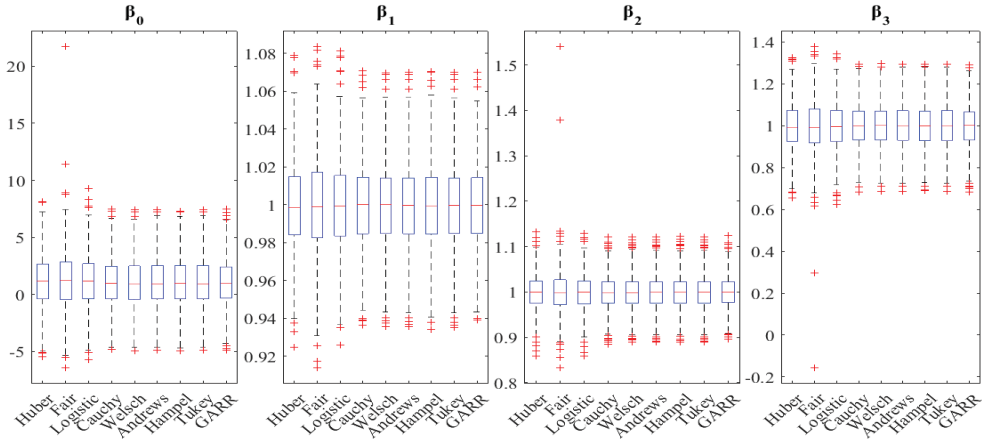
Tablo 5.27 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.79-5.81’de verilmiştir.



Şekil 5.79.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.80.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



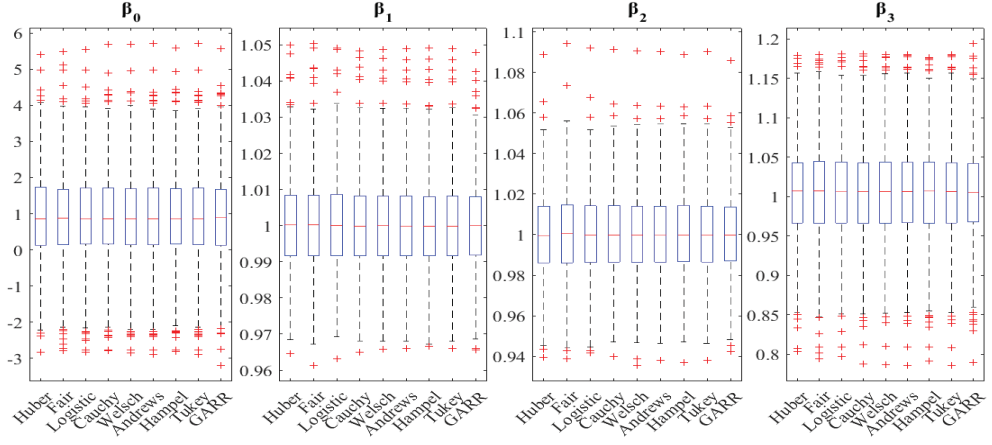
Şekil 5.81.  $n=100$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.79-5.81 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %2 olduğu Şekil 5.76 ve Şekil 5.80 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.76’da en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

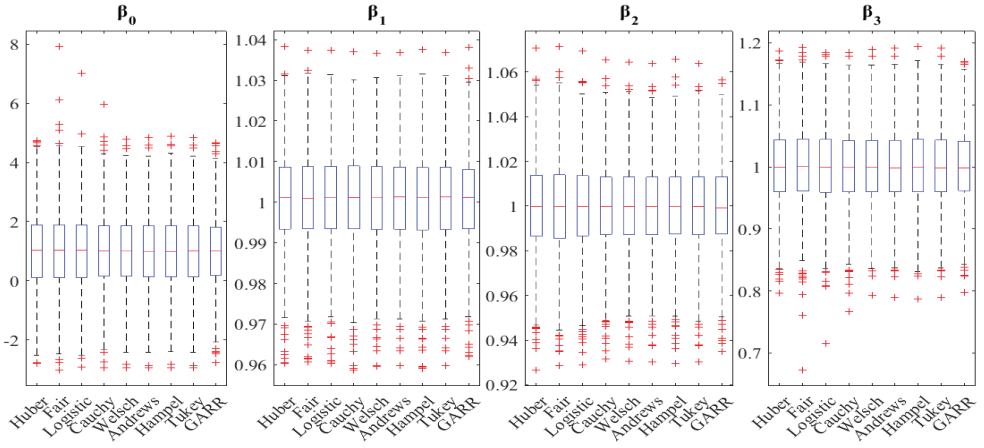
Tablo 5.28.  $n=300$  ve  $\sigma_1=5, \sigma_2=3, \sigma_3=1$  iken parametre tahminleri ile HKOK değerleri

Aykırı Değer Sayısı	Yöntem	Ortalama				HKOK			
		$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	Huber	0.9090	1.0000	1.0002	1.0049	1.2019	0.0125	0.0199	0.0593
	Fair	0.9150	1.0001	1.0003	1.0050	1.2288	0.0127	0.0205	0.0609
	Logistic	0.9131	1.0000	1.0002	1.0049	1.2083	0.0126	0.0200	0.0597
	Cauchy	0.9116	0.9999	1.0002	1.0046	1.1979	0.0125	0.0198	0.0591
	Welsch	0.9100	0.9999	1.0001	1.0047	1.1992	0.0125	0.0199	0.0591
	Andrews	0.9102	0.9999	1.0001	1.0047	1.1987	0.0124	0.0199	0.0591
	Hampel	0.9122	0.9999	1.0002	1.0045	1.2014	0.0125	0.0198	0.0592
	Tukey	0.9107	0.9999	1.0001	1.0046	1.1989	0.0124	0.0198	0.0591
	GARR	0.9184	0.9999	1.0001	1.0042	1.1845	0.0122	0.0193	0.0585
2	Huber	0.9976	1.0007	0.9999	1.0008	1.2493	0.0117	0.0196	0.0611
	Fair	1.0130	1.0008	0.9996	1.0009	1.3124	0.0120	0.0202	0.0642
	Logistic	1.0030	1.0008	0.9998	1.0008	1.2696	0.0117	0.0196	0.0621
	Cauchy	0.9962	1.0008	0.9998	1.0004	1.2396	0.0116	0.0192	0.0604
	Welsch	0.9924	1.0008	0.9998	1.0006	1.2309	0.0116	0.0192	0.0600
	Andrews	0.9897	1.0008	0.9998	1.0007	1.2293	0.0116	0.0192	0.0600
	Hampel	0.9919	1.0007	0.9999	1.0005	1.2337	0.0117	0.0193	0.0601
	Tukey	0.9897	1.0008	0.9998	1.0007	1.2294	0.0116	0.0192	0.0599
	GARR	0.9938	1.0007	0.9998	1.0003	1.1936	0.0113	0.0186	0.0581
3	Huber	1.0162	0.9991	1.0000	1.0005	1.2690	0.0122	0.0200	0.0625
	Fair	1.0369	0.9991	0.9999	1.0005	1.3244	0.0128	0.0208	0.0652
	Logistic	1.0201	0.9991	1.0000	1.0006	1.2821	0.0123	0.0201	0.0631
	Cauchy	0.9902	0.9992	1.0002	1.0010	1.2491	0.0120	0.0196	0.0616
	Welsch	0.9856	0.9992	1.0002	1.0011	1.2478	0.0120	0.0197	0.0615
	Andrews	0.9882	0.9992	1.0002	1.0010	1.2484	0.0121	0.0197	0.0615
	Hampel	0.9914	0.9991	1.0002	1.0008	1.2483	0.0120	0.0197	0.0615
	Tukey	0.9885	0.9992	1.0002	1.0010	1.2486	0.0121	0.0197	0.0615
	GARR	0.9841	0.9990	1.0001	1.0011	1.2028	0.0117	0.0191	0.0593

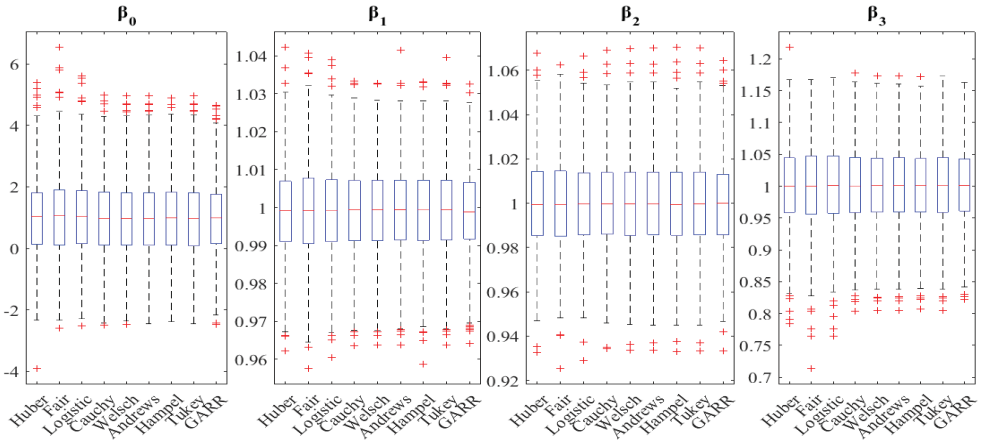
Tablo 5.28 incelendiğinde, GARR yönteminin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin azalan M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Yöntemlere ait parametre tahminlerinin kutu grafikleri şekil 5.82-5.84’de verilmiştir.



Şekil 5.82.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 1 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.83.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 2 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri



Şekil 5.84.  $n=300$ ,  $\sigma_1=5$ ,  $\sigma_2=3$ ,  $\sigma_3=1$  iken 3 aykırı değer için parametre tahminlerine ait kutu grafikleri

Şekil 5.82-5.84 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre daha iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca aykırı değer oranlarının %1 olduğu Şekil 5.79 ve Şekil 5.84 incelendiğinde GARR yönteminin M-tahmin edicilere göre Şekil 5.79’da en iyi parametre tahminlerine sahip olduğu görülmektedir.

## 5.2. Stack Loss Verisi

Stack loss verisi, amonyağın nitrik aside oksidasyonu için incelenen bir bitkinin 21 günlük işleyişinden elde edilmiştir. Stack loss verisinde  $i$  gözlem indeksini (gün),  $y$  yığın kaybını (stack loss),  $x_1$  hava akımını,  $x_2$  soğutma suyu sıcaklığını ve  $x_3$  asit konsantrasyonunu göstermektedir (Brownlee, 1965).

Tablo 5.29. Stack loss verisi

$i$	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	42	80	27	89
2	37	80	27	88
3	37	75	25	90
4	28	62	24	87
5	18	62	22	87
6	18	62	23	87
7	19	62	24	93
8	20	62	24	93
9	15	58	23	87
10	14	58	18	80
11	14	58	18	89
12	13	58	17	88
13	11	58	18	82
14	12	58	19	93
15	8	50	18	89
16	7	50	18	86
17	8	50	19	72
18	8	50	19	79
19	9	50	20	80
20	15	56	20	82
21	15	70	20	91

Stack loss verisi çok sayıda çalışmada kullanılmıştır (Draper ve Smith, 1966; Daniel ve Wood, 1971; Andrews ve Pregibon, 1978; Cook, 1979; Dempster ve Gasko-Green, 1981; Atkinson, 1982; Rey, 1983; Hampel vd., 1986; Rousseeuw ve Leroy, 1987; Birkes ve Dodge, 1993; Chatterjee ve Machler, 1997; Cizek ve Visek, 2000; Jureckova ve Picek, 2006; Rousseeuw ve Hubert, 2018; Seo, 2019). Bu çalışmaların bazılarında 1. 2. 3. 4. ve 21. gözlem aykırı değer olarak tespit edilirken bazılarında da bu gözlemlerin bir kısmı aykırı değer olarak tespit edilmiştir.

Stack loss verisinin M-tahmin ediciler ile önerilen GARR yöntemi sonuçları tablo 5.30-5.32'de verilmiştir.

Tablo 5.30. Yöntemlere ait parametre tahminleri

Yöntem	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
<b>Huber</b>	-41.012	0.813	0.990	-0.132
<b>Fair</b>	-40.038	0.790	0.997	-0.130
<b>Logistic</b>	-40.453	0.803	0.971	-0.128
<b>Cauchy</b>	-40.650	0.810	0.961	-0.127
<b>Welsch</b>	-41.025	0.821	0.947	-0.127
<b>Andrews</b>	-41.211	0.824	0.945	-0.126
<b>Hampel</b>	-41.193	0.820	0.970	-0.130
<b>Tukey</b>	-41.219	0.824	0.945	-0.126
<b>GARR</b>	-37.360	0.830	0.563	-0.088

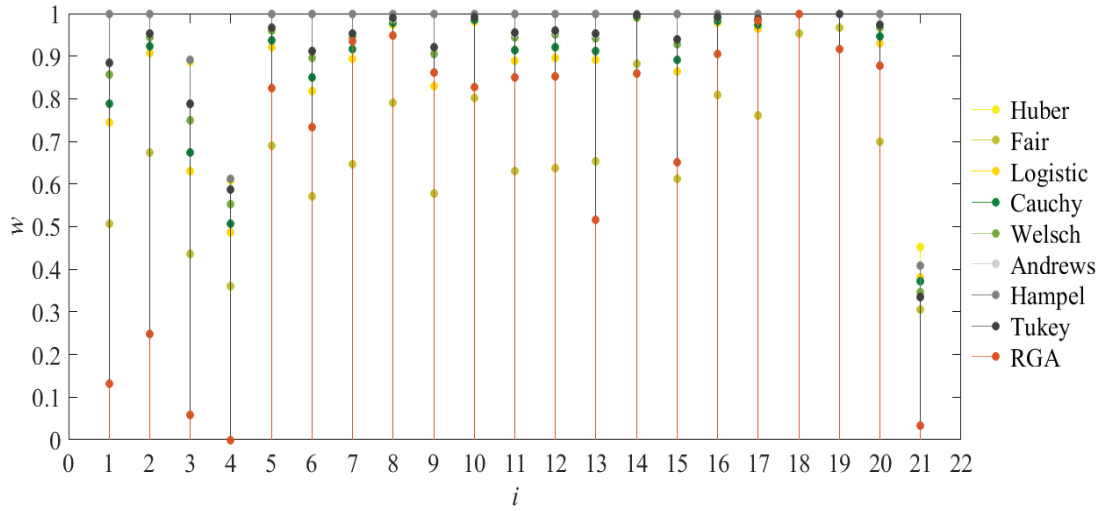
Tablo 5.31. Yöntemlere ait artıklar

$i$	Huber	Fair	Logistic	Cauchy	Welsch	Andrews	Hampel	Tukey	GARR
1	2.990	3.489	3.388	3.206	3.079	2.990	2.973	2.998	5.591
2	-2.142	-1.641	-1.740	-1.921	-2.048	-2.136	-2.157	-2.128	0.503
3	4.167	4.563	4.473	4.305	4.205	4.126	4.143	4.134	5.955
4	6.330	6.440	6.499	6.415	6.444	6.405	6.383	6.413	8.044
5	-1.690	-1.566	-1.559	-1.663	-1.662	-1.705	-1.677	-1.697	-0.830
6	-2.680	-2.563	-2.530	-2.624	-2.609	-2.650	-2.647	-2.642	-1.393
7	-1.878	-1.780	-1.733	-1.823	-1.794	-1.839	-1.837	-1.831	-0.428
8	-0.878	-0.780	-0.733	-0.823	-0.794	-0.839	-0.837	-0.831	0.572
9	-2.428	-2.403	-2.318	-2.384	-2.325	-2.354	-2.367	-2.346	-1.073
10	0.598	0.672	0.641	0.532	0.521	0.489	0.573	0.497	0.126
11	1.786	1.842	1.793	1.675	1.664	1.623	1.743	1.631	0.918
12	1.644	1.709	1.636	1.509	1.484	1.442	1.583	1.450	0.393
13	-2.138	-2.068	-2.103	-2.214	-2.225	-2.259	-2.167	-2.251	-2.698
14	-0.676	-0.635	-0.666	-0.778	-0.775	-0.818	-0.707	-0.810	-1.293
15	2.290	2.162	2.217	2.155	2.232	2.215	2.303	2.223	1.558
16	0.894	0.772	0.833	0.774	0.851	0.837	0.913	0.845	0.294
17	-0.944	-1.045	-0.930	-0.965	-0.874	-0.872	-0.877	-0.864	-0.501
18	-0.020	-0.135	-0.034	-0.076	0.015	0.010	0.033	0.018	0.115
19	0.122	-0.002	0.123	0.090	0.195	0.191	0.193	0.199	0.640
20	1.508	1.518	1.561	1.484	1.523	1.499	1.533	1.507	1.836
21	-8.686	-8.372	-8.529	-8.713	-8.828	-8.903	-8.777	-8.895	-8.992

Tablo 5.32. Yöntemlere ait ağırlıklar

<i>i</i>	Huber	Fair	Logistic	Cauchy	Welsch	Andrews	Hampel	Tukey	GARR
1	1.000	0.507	0.745	0.789	0.857	0.882	1.000	0.884	0.131
2	1.000	0.675	0.907	0.923	0.945	0.953	1.000	0.953	0.249
3	0.886	0.436	0.631	0.673	0.750	0.785	0.892	0.788	0.058
4	0.607	0.360	0.487	0.507	0.553	0.586	0.611	0.588	0.000
5	1.000	0.690	0.922	0.938	0.959	0.966	1.000	0.966	0.824
6	1.000	0.570	0.818	0.850	0.895	0.911	1.000	0.913	0.733
7	1.000	0.646	0.894	0.916	0.944	0.952	1.000	0.953	0.935
8	1.000	0.791	0.973	0.979	0.986	0.988	1.000	0.989	0.948
9	1.000	0.578	0.830	0.862	0.906	0.920	1.000	0.922	0.862
10	1.000	0.803	0.980	0.986	0.992	0.993	1.000	0.993	0.827
11	1.000	0.630	0.889	0.914	0.945	0.954	1.000	0.956	0.851
12	1.000	0.637	0.897	0.921	0.950	0.958	1.000	0.959	0.853
13	1.000	0.654	0.892	0.913	0.942	0.951	1.000	0.953	0.515
14	1.000	0.883	0.990	0.992	0.995	0.996	1.000	0.996	0.860
15	1.000	0.612	0.864	0.891	0.927	0.939	1.000	0.940	0.650
16	1.000	0.809	0.978	0.983	0.989	0.991	1.000	0.991	0.904
17	1.000	0.760	0.965	0.973	0.984	0.986	1.000	0.987	0.983
18	1.000	0.952	0.999	0.999	0.999	0.999	1.000	0.999	1.000
19	1.000	0.967	0.999	0.999	0.999	0.999	1.000	0.999	0.917
20	1.000	0.699	0.931	0.947	0.967	0.973	1.000	0.974	0.878
21	0.451	0.305	0.382	0.371	0.347	0.334	0.409	0.335	0.034

Tablo 5.32 incelendiğinde, Huber ve Hampel M-tahmin edicisinin 3. 4. ve 21. gözlem değerine küçük ağırlıklar verdiği görülmektedir. Bu nedenle Huber ve Hampel M-tahmin edicisinin 3. 4. ve 21. gözlem değerini aykırı değer olarak tespit ettiği söylenebilir. Ayrıca Huber ve Hampel M-tahmin edicileri dışındaki diğer M-tahmin ediciler diğer gözlemlere kıyasla 1. gözlem değerine de küçük ağırlık verdiği görülmektedir. GARR yöntemi ile alınan sonuçlar incelendiğinde GARR yönteminin 1. 2. 3. 4. ve 21. gözlem değerine sırasıyla 0.131, 0.249, 0.058, 0.000 ve 0.034 ağırlığını verdiği görülmektedir. Bu nedenle GARR yönteminin 1. 2. 3. 4. ve 21. gözlem değerini aykırı değer olarak tespit ettiği söylenebilir. Yöntemlere ait ağırlık grafiği şekil 5.85’de verilmiştir.



Şekil 5.85. Yöntemlere ait ağırlıklar

Şekil 5.85 incelendiğinde M-tahmin ediciler ile aykırı değer olarak tespit edilen gözlem değerlerinin küçük ağırlıklara sahip olduğu görülmektedir. Fakat bununla birlikte Fair M-tahmin edicisinin, diğer gözlem değerlerine çok büyük ağırlıklar vermediği görülmektedir. GARR yöntemi ile alınan sonuçlar incelendiğinde GARR yöntemi ile aykırı değer olarak tespit edilen 1. 2. 3. 4. ve 21. gözlem değerlerinin, çok küçük ağırlıklara sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca GARR yönteminin aykırı değer olarak tespit edilmeyen gözlem değerlerine de büyük ağırlıklar verdiği görülmektedir.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Genetik algoritma arama uzayındaki optimal değerlerin bulunması için kullanılan evrimsel bir yöntemdir. Bu bağlamda bu tez çalışmasında gözlemlerin genetik algoritma kullanılarak ağırlıklandırıldığı yeni bir robust yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem ile M-tahmin ediciler karşılaştırılmıştır.

M-tahmin ediciler, ağırlık fonksiyonları ile veri setindeki gözlem değerlerine ağırlık vererek robust bir parametre tahmini gerçekleştirir. Burada aykırı değerlerin ağırlıklandırılmasını sağlayan ağırlık fonksiyonlarının önemi büyüktür. Çünkü ağırlıkların değişmesi parametre tahmininin değişmesine neden olmaktadır. Ağırlıklar gözlem değerlerinin aykırı değer olup olmamasına göre değişmektedir. Bir M-tahmin edicisi bir gözlemi aykırı değer olarak kabul ederken bir başka M-tahmin edicisi aykırı değer olarak kabul etmeyebilir. Ayrıca bir gözlem değerini aykırı değer olarak kabul eden M-tahmin ediciler aykırı değere farklı ağırlıklar verebilir. Bu durum kullanılan M-tahmin edicisinin yapısıyla ilgilidir. Yani bir M-tahmin edicisi veri setinde bulunan gözlemlere en uygun ağırlıkları vermeyi amaçlar ki en uygun parametre tahminini gerçekleştirebilsin. Bu yüzden etkili bir parametre tahmini için gözlemlere verilen ağırlıklar önemlidir.

Simülasyon çalışmasında; M-tahmin ediciler ile önerilen GARR yöntemi, farklı örneklem büyüklüklerinin ve farklı aykırı değer sayısının ele alındığı toplam 84 farklı durum ile HKOK performans kriterine göre karşılaştırılmıştır. Alınan sonuçlar incelendiğinde önerilen GARR yöntemi ile elde edilen parametre tahminlerinin en küçük HKOK değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Dolayısıyla GARR yönteminin daha iyi performans sergilediği söylenebilir. Özellikle tablo 5.1-5.2 ve şekil 5.1-5.6, tablo 5.8-5.9 ve şekil 5.22-5.27, tablo 5.15-5.16 ve şekil 5.43-5.48, tablo 5.22-5.23 ve şekil 5.64-5.69 incelendiğinde örneklem büyüklüğünün 10 ve aykırı değer sayısının 1 (%10), 2 (%20), 3 (%30), örneklem büyüklüğünün 20 ve aykırı değer sayısının 1 (%5), 2 (%10), 3 (%15), olduğu görülmektedir ki GARR yönteminin M-tahmin edicilere kıyasla çok daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Örneklem büyüklüğü artıkça GARR yöntemi ile M-tahmin edicilerin yakın sonuçlar verdiği gözlenmektedir. Bunun nedeni örneklem büyüklüklerindeki aykırı değer yüzdesinin giderek azalmasıdır. Yani tablo 5.7 ve şekil 5.19-5.21, tablo 5.14 ve şekil 5.39-5.42, tablo 5.21 ve şekil 5.61-5.63, tablo 5.28 ve şekil 5.82-5.84 incelendiğinde örneklem büyüklüğünün 300 ve aykırı değer sayısının 1 (%0.33), 2 (%0.66), ve 3

(%1) olduğu görülmektedir. Bu yüzden M-tahmin edicilerin GARR yöntemine yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

M-tahmin ediciler simülasyon sonuçları ele alınarak incelendiğinde genellikle GARR yönteminden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin yavaş azalan M-tahmin ediciler Cauchy ve Welsch olduğu görülmektedir. Cauchy ve Welsch M-tahmin edicilerinden sonra en küçük HKOK değerlerine sahip yöntemlerin hızlı azalan Andrews, Hampel ve Tukey M-tahmin ediciler olduğu görülmektedir. Andrews ve Tukey M-tahmin edicisinin performanslarının genellikle birbirlerine çok yakın çıktığı görülmektedir. Bu iki yöntemin fonksiyonları şekil 2.8 ve şekil 2.10'da görüldüğü üzere birbirine benzemektedir. Monoton M-tahmin ediciler ise örneklem büyüklüğü 10 iken bazı durumlarda iyi sonuçlar vermiştir. Özellikle tablo 5.8'de 2 ve 3 aykırı değer için ve tablo 5.22'de 2 aykırı değer için Huber M-tahmin edicisi, tablo 5.1'de 2 aykırı değer için Logistic M-tahmin edicisi, tablo 5.1, tablo 5.15 ve tablo 5.22'de 3 aykırı değer için Fair M-tahmin edicisinin diğer M-tahmin edicilere göre daha iyi performans sergilediği görülmektedir. Sonuç olarak simülasyon çalışmasında, yöntemlerin performans sıralamasının, yavaş azalan M-tahmin ediciler, hızlı azalan M-tahmin ediciler ve monoton M-tahmin ediciler şeklinde olduğu söylenebilir.

Yöntemlerin karşılaştırılması için simülasyon çalışmasıyla birlikte gerçek veri seti olan stack loss verisi kullanılmıştır. GARR yönteminin stack loss verisine uygulanmasıyla birlikte tablo 5.30, tablo 5.32 ve şekil 5.85'de görüldüğü üzere optimum gözlem ağırlıkları elde edilerek robust parametre tahmini gerçekleştirilmiştir. Ayrıca GARR yöntemi ile stack loss verisindeki aykırı değerler tespit edilmiştir. Bu nedenle GARR yönteminin bir aykırı değer tespit etme yöntemi olarak da kullanılabilmesi söylenebilir. GARR yöntemi stack loss verisinde aykırı değer olarak tespit edilen gözlemlere 0'a yakın ağırlıklar verirken diğer gözlemlere 1'e yakın ağırlıklar verdiği gözlenmiştir. Dolayısıyla GARR yönteminin veri setinde bulunan aykırı değerleri net bir şekilde tespit ettiği söylenebilir. Stack loss verisinin M-tahmin edici sonuçları incelendiğinde ise M-tahmin edicilerin aykırı değer olarak tespit ettikleri gözlem değerlerine 0.3-0.9 arasında ağırlıklar verirken diğer gözlemlere 0.9-1 arasında değerler verdiği gözlenmiştir.

Sonuç olarak, bu çalışmada gerek olası aykırı değerlerin tespiti gerek robust parametre tahmininin gerçekleştirilmesi için robust regresyon tahmin edicilerine

yönelik yeni bir yöntem geliştirilmiştir. GARR yöntemi kullanılarak birçok farklı çalışma alanından elde edilen verilerdeki, aykırı değerler tespit edilebilir ve bu yönüyle de araştırmaya konu olan değişkenlerin güvenilir bir şekilde incelenmesine katkı sağlanabilir.

## KAYNAKÇA

- Alander, J.T. (1992) On optimal population size of genetic algorithms. IEEE.
- Aldrich, J. (1997). R. A. Fisher and the making of maximum likelihood 1912–1922. *Statistical Science*, 12, 162-176.
- Algamal Z.Y., Thabet H.M., (2013) Using Genetic Algorithm in Outlier Detection for Regression Model.
- Andrews, D. F. (1974). A robust method for multiple linear regression, *Technometrics*, 16, 523-531.
- Andrews, D. F. and Pregibon, D. (1978). Finding the outliers that matter, *J. R. Stat. SOC. Series B*.
- Andrews, D., Bickel, P., Hampel, F., Huber, P., Rogers, W. and Tukey, J. (1972). *Robust Estimates of Location: Survey and Advances*. Princeton: Princeton University Press.
- Atkinson, A. C. (1982), Regression diagnostics, transformations and constructed variables. *J. R. Stat. SOC. Ser. B*, 44, 1-36.
- Balabantaray, R., C., Sarma, C. and Jha, M., (2013). Document Clustering using K-Means and K-Medoids. *International Journal of Knowledge Based Computer System*, Volume 1.
- Beaton, A.E. and Tukey, J.W. (1974). The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-spectroscopic data. *Technometrics*, 16, 147-85.
- Bell, R.M., (1980). An adaptive choice of the scale parameter for m-estimators.
- Birkes, D. and Dodge, Y. (1990). *Alternative Methods of Regression*. John Wiley & Sons, New York.
- Box, G. E. P. (1953), Non-Normality and Tests on Variance. *Biometrika*, 40, 318–335.
- Brownlee, K.A. (1965). *Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*. 2nd ed., John Wiley & Sons, New York.
- Cauchy, A. L. (1853a). Memoire sur l'interpolation, ou remarques sur les remarques de M. Jules Bienayme. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 64-8.
- Cauchy, A. L. (1853b). Sur la nouvelle methode d'interpolation comparee a la methode des moindre carres. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 100-9.
- Cauchy, A. L. (1853c). Memoire sur les coefficients limitateurs ou restricteurs. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 150-62.
- Cauchy, A. L. (1853d). Sur les resultats moyens d'observations de meme nature, et sur les resultats les plus probables. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 198-206.
- Cauchy, A. L. (1853e). Sur la probabilite des erreurs qui affectent des resultats moyens d'observations de meme nature. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 264-72.
- Cauchy, A. L. (1853f). Sur la plus grande erreur a craindre dans un resultat moyen, et sur le systeme de facteurs qui rend cette plus grande erreur un minimum. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 326-34.
- Cauchy, A. L. (1853g). Memoire sur les resultats moyens d'un tres-grand nombre d'observations. *C.r. hebd. Seanc. Acad. Sci., Paris* 37, 381-5.
- Chatterjee, S. and Machler, M. (1997). Robust regression : a weighted least squares approach, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 26:6, 1381-1394.
- Cizek, P. and Visek, J.A. (2000). Least trimmed squares, *Interdisciplinary Research Project 373: No. 2000*, 53, Humboldt University of Berlin, Quantification and Simulation of Economic Processes, Berlin.

- Cook, R. D. (1979). Influential observations in regression, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 169-174.
- Daniel, C. and Wood, F. S. (1971). *Fitting Equations to Data*. John Wiley & Sons, New York.
- Darwin C. (1859) *On the origin of species*. John Murray, London.
- De Jong, K.A. (1975). *Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. University of Michigan, 512, Ann Arbor.
- Dempster, A. P. and Gasko-Green, M. (1981). New tools for residual analysis, *Ann. Stat.*, 9, 945-959.
- Dennis, J.E. and Welsch, R.E. (1976). Techniques for nonlinear least squares and robust regression. *Proc. Amer. Statist. Assoc. Statist. Comp. Section*. Washington, D.C.: American Statistical Association. 83-87.
- Drachal, K., and Pawlowski, M., (2021). A Review of the Applications of Genetic Algorithms to Forecasting Prices of Commodities. *Economies* 9, 6.
- Draper, N. R. and Smith, H. (1966). *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, New York.
- Duraj A., Chomatek L. (2017) Outlier Detection Using the Multiobjective Genetic Algorithm. *Journal Of Applied Computer Science* Vol. 25 No. 2 (2017), pp. 29-42.
- Edwards, A. W. F. (1997). What did Fisher mean by “inverse probability” in 1912-1922 *Statist. Sci.* 12 177-184.
- Espinoza F.B., Minsker, B. and Goldberg, D. (2003). Performance evaluation and population size reduction for self adaptive hybrid genetic algorithm (SAHGA), in the Genetic and Evolutionary Computation Conference, vol. 2723, *Lecture Notes in Computer Science* San Francisco, USA: Springer, pp. 922–933.
- Fair, R.C. (1974). On the robust estimation of econometric models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 3, 4, 667-677.
- Fisher, R. A. (1912). On an absolute criterion for fitting frequency curves. *Messenger of Mathematics* 41 155-160. Reprinted in *Statistical Science*, 12 (1997) 39-41.
- Fisher, R. A. (1921). On the “probable error” of a coefficient of correlation deduced from a small sample. *Metron* 1 3-32.
- Fisher, R. A. (1922). On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A* 222, 309–368.
- Fox, J. (2002). *Robust Regression*. Appendix to *An R and S-PLUS Companion to Applied Regression*, Sage Publications, Thousand Oaks, CA.
- Galton, F. (1886). “Family Likeness in Stature,” *Proceedings of Royal Society, London*, vol. 40, pp. 42–72.
- Godambe, V. P. (1960). An Optimum Property of Regular Maximum Likelihood Estimation. *Annals of Mathematical Statistics*, 31, 1208– 1211.
- Goldberg, D. E. (1985). Optimal initial population size for binary-coded genetic algorithms. TCGA report number 8510001, University of Alabama, Alabama.
- Goldberg, D.E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley, Reading, MA.
- Grefenstette, J.J. (1986). Optimisation of control parameters for genetic algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 122-128.
- Guerard, J.B. (2016). Investing in global markets: big data and applications of robust regression. *Frontiers Appl. Math. Stat.* 1, 14.

- Gujarati, D. N. and Porter D. C. (2009). *Basic Econometrics*. McGraw-Hill Companies, New York.
- Hampel, F. R. (1968). *Contributions to the Theory of Robust Estimation*. Ph.D. dissertation, University of California Berkeley. 287.
- Hampel, F.R., Ronchetti, E.M., Rousseeuw, P.J. and Stahel, W.A. (1986). *Robust Statistics. The Approach Based on Influence Functions*. Wiley, New York.
- Han, J., Kamber, M. and Pei, J. (2012). *Data Mining Concepts and Techniques Third Edition* MoGARRn Kaufmann Publishers.
- Holland, J. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial System: an Introduction with Application to Biology, Control and Artificial Intelligence*, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Holland, P. W. and Welsch, R.E. (1977). Robust Regression Using Iteratively Reweighted Least-Squares, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 6, 813-827.
- Hu, M., Zhang, W.M. and Zhong, M., (2017). Robust regression and its application in absolute gravimeters. *Rev. Sci. Instrum.* 88 (5), 054501.
- Huber, J.P., (1981). *Robust Statistics*. John Wiley & Sons, New York.
- Huber, P. J. (1964). Robust Estimation of A Location Parameter, *Annals of Mathematical Statistics*,35, 73-101.
- Huber, P. J. (1967). The Behavior of Maximum Likelihood Estimates Under Non-standard Conditions. *Proceedings of the 5th Berkeley Symposium*, 1, 221–233.
- Jajo, N.K. (2005). A Review of Robust Regression and Diagnostic Procedures in Linear Regression. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series*, Vol. 21, No. 2, 209–224.
- Jureckova, J. and Picek, J. (2006). *Robust Statistical Methods with R*, Chapman & Hall/CRC, Boca Rotan, FL.
- Katoch, S., Chauhan, S.S. and Kumar, V. (2021). *Multimedia Tools and Applications* 80:8091–8126.
- Kaufman, L. and Rousseeuw, P. (1987). *Clustering by means of medoids*. North-Holland.
- Kim, K-j., and Han I., (2000). Genetic Algorithms Approach to Feature Discretization in Artificial Neural Networks for the Prediction of Stock Price Index. *Expert Systems with Applications* 19: 125–32.
- Koza, J.R. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge: MIT Press.
- Kumar, M., Husain, M., Upreti, N. and Gupta, D., (2010). Genetic Algorithm: Review and Application. *International Journal of Information Technology and Knowledge Management*. Volume 2, No. 2, pp. 451-454.
- Leoni, P., Segaert, P., Serneels, S. and Verdonck, T. (2018). Multivariate constrained robust M-regression for shapping forward curves in electricity markets. *J. Futures Mark.* 38 (11), 1391-1406.
- Maronna, R. A., Martin R. D. and Yohai, V. J. (2006). *Robust Statistics Theory and Methods*. John Wiley & Sons.
- Michalewicz, Z. (1992). *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. Springer-Verlag, New York.
- Michalewicz, Z. and Schoenauer, M. (1996). Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems. *Evol Comput* 4(1):1–32.

- Morgan T. H., (1916) A critique of the theory of evolution. Princeton University Press.
- Myung, I. J. (2003). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology* 47, 90–100.
- Odetaya, M. O. (1993) Optimal population size for genetic algorithms : an investigation. The Institution of Electrical Engineers. Printed and published by the IEE. Savoy Place. London WCPR OBL. UK.
- Özyurt, D.B. and Pike R.W. (2004). Theory and practice of simultaneous data reconciliation and gross error detection for chemical processes. *Computers and Chemical Engineering* 28, 381–402.
- Pearson, K. and Lee, A. (1903). “On the Laws of Inheritance,” *Biometrika*, vol. 2, Nov., pp. 357–462.
- Pelikan, M., Goldberg, D.E. and Cantu-Paz, E. (2000) Bayesian optimization algorithm, population sizing, and time to convergence, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, Tech. Rep.
- Pennacchi, P. (2008). Robust estimate of excitations in mechanical systems using M-estimators – Theoretical background and numerical applications. *Journal of Sound and Vibration* 310 923–946.
- Piszcz, A. and Soule, T. (2006) Genetic programming: optimal population sizes for varying complexity problems, in *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pp. 953–954.
- Poisson, S. D. (1824). Sur la probabilité des résultats moyens des observations. *Connaissance des Temps pour l’an p.273-302*.
- Rey, W.J.J. (1983). *Introduction to Robust and Quasi-Robust Statistical Methods*. Berlin, Springer.
- Ronchetti, E. (2006). *The Historical Development of Robust Statistics*. ICOTS-7.
- Rousseeuw, P.J. and Leroy, A. M. (1987). *Robust Regression and Outlier Detection*, John Wiley & Sons, New York.
- Rousseeuw, P.J. and Hubert, M. (2018). Anomaly detection by robust statistics. *WIREs Data Mining and Knowledge Discovery*, 8:e1236.
- Schaffer, J., Caruana, R. and Eshelman, L. (1999). R. Das. (1989). A Study of Control Parameters Affecting Online Performance of Genetic Algorithms for Function Optimization. *Proc. Third International Conference on Genetic Algorithms*. MoGARRn Kaufmann. Cited in Mitchell.
- Seo, H.S., (2019). Unified methods for variable selection and outlier detection in a linear regression. *Communications for Statistical Applications and Methods*, Vol. 26, No. 6, 575–582.
- Stefanski L. A. and Boos D. D. (2002). The Calculus of M-Estimation. *The American Statistician*, 56:1, 29-38.
- Morgenthaler, S. (2007). A survey of robust statistics. *Statistical Methods and Applications*, 15, 271-293.
- Stigler, S. M. (1973). Simon Newcomb, Percy Daniell, and the History of Robust Estimation 1885–1920. *Journal of the American Statistical Association*, 68, 872–879.
- Stigler, S. M. (1974). Cauchy and the witch of Agnesi: An historical note on the Cauchy distribution. *Biometrika* 61, 2, p.375-376.
- Stigler, S. M. (2010). The Changing History of Robustness. *The American Statistician*, 64:4, 277-281.

- Su Q., Bommireddy Y., Shah Y., Ganesh S., Moreno M., Liu, J., Gonzalez, M., Yazdanpanah, N., O'Connor, T., Reklaitis, G.V. and Nagy, Z.K. (2019). Data reconciliation in the Quality-by-Design (QbD) implementation of pharmaceutical continuous tablet manufacturing. *Int. J. Pharmaceutics* 563, 259-272.
- Vankeerberghen P., Smeyers-Verbeke J., Leardi R., Karr C.L., Massart D.L. (1995) Robust regression and outlier detection for non-linear models using genetic algorithms. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 28 73-87.
- Verhulst, P. F. (1838). Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. *Correspondance Mathematique et Physique* 113-121.
- Whitley, D., Rana, S. and Heckendorn, R.B. (1999). The island model genetic algorithm: on separability, population size and convergence. *J Comput Inf Technol.*7:33–47. doi:10.1.1.36.7225.
- Wu, H-y. and Wu, L-d. (2005). A robust estimation method in orbit improvement. *Chin. Astron. Astrophys.* 29 (4), 430-437.
- Yang X.S. (2014). *Nature\_Inspired\_Optimization\_Algorithms*.
- Zhang, Z., (1997). Parameter estimation techniques: a tutorial with application to conic fitting. *Image and Vision Computing* 15, 59-76.

## ÖZ GEÇMİŞ

Ahmet TOY, Mersin Atatürk Lisesi'ni bitirdikten sonra Fırat Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü'nden 2009 yılında mezun oldu. 2014 yılında Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans programını bitirdi. 2018 yılında Ondokuz Mayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalında doktora programına girdi. 2019 yılından bu yana Ondokuz Mayıs Üniversitesi Terme Meslek Yüksekokulu'nda öğretim görevlisi olarak görev yapan Ahmet TOY orta derecede İngilizce bilmektedir.

### İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0000-0002-2647-7259

### Yayımlar:

1. Toy, A., Terzi, E., Çolak, C. (2018). En Küçük Kareler Kestiricisi ile M-Tipi Regresyon Kestiricilerinin Kıyaslanması. 11. Uluslararası İstatistik Günleri Konferansı. (Sözlü Sunum/Tam Metin Bildiri)
2. Toy, A., Terzi, E., (2022). En Küçük Kırılmış Kareler Tahmin Edicisinin Simülasyon Çalışması ile İncelenmesi. 5. Uluslararası Uygulamalı Bilimler Kongresi. (Sözlü Sunum/Tam Metin Bildiri)