



**T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK  
MATEMATİK YAZILIMI ve MANİPÜLATİF DESTEKLİ  
ORTAMDA MATEMATİKSEL GENELLEME SÜREÇLERİ**

Yüksek Lisans Tezi

**Halil YILMAZ**

Danışman  
**Doç. Dr. Rezan YILMAZ**

SAMSUN  
2022

**T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**



**ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK MATEMATİK  
YAZILIMI ve MANİPÜLATİF DESTEKLİ ORTAMDA  
MATEMATİKSEL GENELLEME SÜREÇLERİ**

Yüksek Lisans Tezi

**Halil YILMAZ**

Danışman

**Doç. Dr. Rezan YILMAZ**

SAMSUN  
2022

## ÖZET

### ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI ve MANİPÜLATİF DESTEKLİ ORTAMDA MATEMATİKSEL GENELLEME SÜREÇLERİ

Halil YILMAZ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Yüksek Lisans, Haziran/2022

Danışman: Doç. Dr. Rezan YILMAZ

Bu çalışmanın genel amacı, bilim ve sanat merkezlerinde öğrenim gören özel yetenekli ortaokul öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerini incelemektir. Bu amaçla yapılan çalışmada ortam dinamik matematik yazılımı (Geogebra) ve matematiksel manipülatifler ile desteklenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören her bir sınıf seviyesinden iki olmak üzere toplam altı özel yetenekli öğrencinin katılımcı olarak yer aldığı çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile desenlenmiştir. Çalışmada, katılımcılara çokgenlerin ağırlık merkezini genelleyebilmeleri için iki aşamalı etkinlikler hazırlanmıştır. Etkinliklerde 1. aşamada katılımcıların doğru parçası ve üçgenin (eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgen) 2. aşamada ise dörtgen (dikdörtgen, paralelkenar ve genel dörtgen) ve beşgenin ağırlık merkezini elde edip çokgenin ağırlık merkezini genelleyebilmeleri beklenmiştir. Her bir etkinliğin birebir görüşme ortamında yapıldığı çalışmanın video ve ses kayıt altına alınmasıyla elde edilen veriler genelleme taksonomisine göre betimsel analizi ile değerlendirilmiştir. Çalışmanın sonucunda katılımcıların tamamı önce doğru parçası ve sonra üçgenin ağırlık merkezini genellemiş ve bu ilk aşamada 'ilişkilendirme', 'araştırma' ve 'genişletme' yaparak 'genelleme hareketleri'ni gerçekleştirmişlerdir. Devamında 'belirleme veya açıklama', 'tanımlama' ve 'etki' ile de 'refleksiyon genellemeleri'ne ulaşmışlardır. 2. aşamada ise katılımcıların yine tamamı dörtgen ve beşgenin ağırlık merkezini genellemiş ve ikinci aşamada benzer şekilde 'ilişkilendirme', 'araştırma' ve 'genişletme' yaparak 'genelleme hareketleri'ni gerçekleştirmişlerdir. Ancak 6. sınıf seviyesinden bir ve 7. sınıf seviyesinden bir katılımcı, çokgenin ağırlık merkezini genellerken refleksiyon genellemesine ulaşamamıştır. Diğer dört katılımcı ise çokgenin ağırlık merkezine refleksiyon genellemesi ile ulaşmış ve bunları 'belirleme veya açıklama', 'tanımlama' ve 'etki' eylemleri ile gerçekleştirmişlerdir. Katılımcıların genelleme hareketleri olarak ilişkilendirmelerini 'durumları veya nesnelere ilişkilendirerek'; araştırmalarını, 'aynı prosedür, ilişki veya çözümü araştırarak', genişletmeyi ise 'uygulanabilirlik alanını genişleterek', 'ayrıntıları uzaklaştırarak' veya 'işlem' eylemiyle gerçekleştirdikleri görülmüştür. Refleksiyon genellemelerinde ise belirleme veya açıklamalarını 'fenomeni devam ettirerek', tanımlamayı 'objeler sınıfını' belirterek, etkiyi ise 'önsel fikir veya stratejiyi' kullanarak gerçekleştirdikleri sonucuna varılmıştır. Özel yetenekli katılımcıların matematiksel genelleme süreçleri incelendiğinde bu öğrencilerin genellemede oldukça başarılı olduğu, matematiksel muhakemelerinin kuvvetli olduğu ve bu düşüncelerini çok boyutlu gerçekleştirdikleri gözlenmiştir. Ayrıca bu süreçte

matematiksel manipülatif kullanmanın genelleme hareketlerine önemli katkıda bulunduğu, GeoGebra yazılımının ise sürecin kontrolünü sağlayarak genellemede oldukça etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Matematiksel Düşünme, Matematiksel Genelleme, Özel Yetenek, Dinamik Matematik Yazılımı, GeoGebra, Matematiksel Manipülatif

## ABSTRACT

### MATHEMATICAL GENERALIZATION PROCESSES OF GIFTED STUDENTS IN DYNAMIC MATHEMATICS SOFTWARE AND MANIPULATIVE SUPPORTED ENVIRONMENT

Halil YILMAZ

Ondokuz Mayıs University

Institute of Graduate Studies

Department of Math and Science Education

Mathematics Education Programme

Master, June/2022

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Rezan YILMAZ

This study aims to examine the mathematical generalization processes of gifted secondary school students studying in science and art centers. For this purpose, the teaching environment was supported by dynamic mathematics software (Geogebra) and mathematical manipulatives. A total of six gifted students in the 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grades, two from each grade level determined by the purposive sampling method, took part as participants and the study was designed qualitatively as a case study. In the study, activities were designed in two-stages for the participants to generalize the center of the polygons. In the activities, it was expected that the participants would be able to obtain the center of the line segment and triangle (equilateral, isosceles and scalene triangle) in the first stage, and the quadrilateral (rectangle, parallelogram and general quadrilateral) and pentagon in the second stage and generalize the center of the polygons. The data obtained by camera and audio recording of the study, in which each activity was carried out in a clinical interview, was evaluated by descriptive analysis according to the generalization taxonomy. As a result of the study, all of the participants first generalized the line segment and then the center of the triangle, and in this first stage, they performed 'generalizing actions' by making 'relating', 'searching' and 'extending'. Afterwards, they reached 'reflection generalizations' with 'identification or statement', 'definition' and 'influence'. In the second stage, all of the participants generalized the center of the quadrilateral and pentagon, and in the second stage, they performed the 'generalizing actions' by making similar 'relating', 'searching' and 'extending'. However, one participant from the 6<sup>th</sup> grade and one from the 7<sup>th</sup> grade level could not reach the reflection generalization while generalizing the center of the polygon. The other four participants reached the center of the polygon with the reflection generalization and realized these with 'identification or statement', 'definition' and 'influence'. It was concluded that they carried out their generalizing actions by relating 'situations or objects' searching for the 'same procedure, relationship or solution', and extending by expanding the 'range of applicability, removing particulars or operating'. In reflection generalizations, it was concluded that they reached their identification or statement by 'continuing phenomenon', the definition by specifying the 'class of object', and the influence by using 'a prior idea or strategy'. It was observed that these gifted students were very successful in mathematical generalization processes, their mathematical reasonings were strong and they realized their thinkings in multidimensional ways. In addition, it was concluded that the use of mathematical manipulatives in this process contributed to the generalizing actions strongly, and GeoGebra was very effective in generalization by controlling the process.

**Keywords:** Mathematical Thinking, Mathematical Generalization, Giftedness, Dynamic Mathematics Software, GeoGebra, Mathematical Manipulatives

## ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimim boyunca ilminden ve tecrübelerinden faydalandığım, başından sonuna kadar yardımını esirgemeyip, bana her konuda destek sağlayan değerli hocam ve danışmanım Doç. Dr. Rezan YILMAZ'a sonsuz teşekkür ederim. Çalışmanın veri toplama kısmında, çalışmaların gerçekleştirilmesine imkân sağlayan Samsun R.K. BİLSEM Müdürü Civan ÇELİK hocama, Atakum BİLSEM Müdürü Hamza TURAL hocama, her konuda desteğini esirgemeyen Samsun R.K. BİLSEM Matematik Öğretmeni Emrah MUŞTUOĞLU hocama, yüksek lisans tez arkadaşım Fatma AĞAÇDİKEN'e ve bu çalışmaya dâhil olan tüm öğrencilerime sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu yoğun süreçte karşılaştığım tüm zorluklarda her daim yanımda olan, koşulsuz sevgi ve destekleri ile her zaman daha iyi hissetmemi sağlayan değerli eşim Kübra YILMAZ'a sonsuz teşekkür ederim. Tabii ki zamanlarından çaldığım canım çocuklarım Talha, Feyza ve Aişe Erva'ya çok teşekkür ediyorum.

Bu tez çalışmamda özellikle tez savunma sürecinde beni başarılı bulan ve önemli dönütleriyle çalışmama büyük katkı sunan değerleri jüri üyesi akademisyen hocalarıma da özellikle teşekkür ediyorum.

Halil YILMAZ

# İÇİNDEKİLER

<b>TEZ KABUL VE ONAYI</b> .....	<b>i</b>
<b>BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI</b> .....	<b>ii</b>
<b>TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI</b> .....	<b>ii</b>
<b>ÖZET</b> .....	<b>iii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR</b> .....	<b>vii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>viii</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> .....	<b>x</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>xi</b>
<b>TABLolar DİZİNİ</b> .....	<b>xiii</b>
1.1. Araştırmanın Amacı .....	17
1.2. Araştırmanın Önemi .....	18
1.3. Araştırma Sınırlılıkları .....	20
1.4. Araştırmanın Varsayımları .....	20
1.5. Araştırmadaki Tanımlar .....	20
<b>2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE</b> .....	<b>22</b>
2.1. Matematiksel Genelleme .....	22
2.1.1. Genelleme Türleri .....	26
2.1.2. Genelleme Seviyeleri .....	30
2.2. Dinamik Matematik Yazılımı ve GeoGebra Programı .....	37
2.3. Matematiksel Manipülatifler .....	39
2.4. Özel Yetenekli Öğrenciler ve Genelleme Süreci .....	41
2.5. İlgili Çalışmalar .....	46
<b>3. YÖNTEM</b> .....	<b>51</b>
3.1. Araştırma Modeli .....	51
3.1.1. Araştırma Deseni .....	51
3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi .....	52
3.3. Pilot Çalışma .....	52
3.4. Katılımcılar .....	54
3.5. Veri Toplama Araçları .....	55
3.5.1. Görüşmeler .....	55
3.5.2. GeoGebra Uygulamaları .....	56
3.5.3. Matematiksel Manipülatifler .....	57
3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci .....	59
3.7. Verilerin Analizi .....	60
3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği .....	61
3.8.1. İnanırlılık/İnanılabilirlik Sağlama Yöntemleri (İç Geçerlik) .....	63
3.8.2. Aktarılabirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Geçerlik) .....	65
3.8.3. Tutarlık Sağlama Yöntemleri (İç Güvenirlik) .....	66
3.8.4. Teyit Edilebilirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Güvenirlik) .....	67
<b>4. BULGULAR VE YORUM</b> .....	<b>68</b>
4.1. 6. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular .....	68
4.1.1. 1. Aşama (Üçgenler) .....	69
4.1.2. 2. Aşama (Çokgenler) .....	80
4.2. 7. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular .....	91
4.2.1. 1. Aşama (Üçgenler) .....	91
4.2.2. 2. Aşama (Çokgenler) .....	100

4.3. 8. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular .....	108
4.3.1. 1. Aşama (Üçgenler) .....	109
4.3.2. 2. Aşama (Çokgenler) .....	117
<b>5. TARTIŞMA VE SONUÇ .....</b>	<b>128</b>
<b>6. ÖNERİLER .....</b>	<b>136</b>
KAYNAKÇA.....	139
EKLER .....	158
EK 1 Görüşme Soruları.....	158
EK 2 Genelleme Süreci 1. Aşama İçin Oluşturulan Şemanın Organizasyonu.....	160
EK 3 Genelleme Süreci 2. Aşama İçin Oluşturulan Şemanın Organizasyonu.....	161
EK 4 6. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (1. Aşama).....	162
EK 5 6. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (2. Aşama).....	163
EK 6 7. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (1. Aşama).....	164
EK 7 7. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (2. Aşama).....	165
EK 8 8. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (1. Aşama).....	166
EK 9 8. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (2. Aşama).....	167
EK 10 1. Aşama Bağlamsal Problem .....	168
EK 11 2. Aşama Bağlamsal Problem .....	169
ÖZ GEÇMİŞ .....	170

## **SİMGELER VE KISALTMALAR**

BİLSEM	: Bilim ve Sanat Merkezi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
ÖERHGM	: Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü
TÜBİTAK	: Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
TZV	: Türkiye Zeka Vakfı

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3. 1 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Doğru Parçası Modeli .....	56
Şekil 3. 2 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Üçgen Modelleri .....	57
Şekil 3. 3 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Çokgen (Dörtgen – Beşgen) Modelleri ...	57
Şekil 3. 4 1. Aşama Matematiksel Manipülatifler .....	58
Şekil 3. 5 2. Aşamada Kullanılan Matematiksel Manipülatifler .....	59
Şekil 3. 6 Uygulama Tekniği.....	59
Şekil 4. 1. Bulgular Sistematığı.....	68
Şekil 4. 2. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.N.'nin Temsili .....	70
Şekil 4. 3. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.N.'nin Aşama Görüntüsü .....	70
Şekil 4. 4. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.Y.'nin Temsili .....	71
Şekil 4. 5. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.Y.'nin Aşama Görüntüsü .....	71
Şekil 4. 6. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili .....	73
Şekil 4. 7. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü.....	73
Şekil 4. 8. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili .....	75
Şekil 4. 9. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü.....	75
Şekil 4. 10. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü .....	77
Şekil 4. 11. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili .....	77
Şekil 4. 12. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili .....	79
Şekil 4. 13. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü .....	79
Şekil 4. 14. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili .....	82
Şekil 4. 15. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü .....	82
Şekil 4. 16. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili .....	83
Şekil 4. 17. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü .....	83
Şekil 4. 18. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili .....	85
Şekil 4. 19. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü .....	86
Şekil 4. 20. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili .....	87
Şekil 4. 21. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü .....	87
Şekil 4. 22. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili .....	88
Şekil 4. 23. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü .....	89
Şekil 4. 24. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili .....	89
Şekil 4. 25. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü .....	90
Şekil 4. 26. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Temsili.....	92
Şekil 4. 27. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Aşama Görüntüsü .....	92
Şekil 4. 28. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili .....	93
Şekil 4. 29. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü .....	93
Şekil 4. 30. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Temsili .....	95
Şekil 4. 31. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Aşama Görüntüsü....	95
Şekil 4. 32. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili .....	96
Şekil 4. 33. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü ...	97
Şekil 4. 34. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Temsili .....	98
Şekil 4. 35. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Aşama Görüntüsü .....	98
Şekil 4. 36. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili .....	99
Şekil 4. 37. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü .....	99
Şekil 4. 38. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Temsili .....	102
Şekil 4. 39. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Aşama Görüntüsü ...	102
Şekil 4. 40. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili .....	103
Şekil 4. 41. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü...	103
Şekil 4. 42. Dörtgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Temsili .....	104
Şekil 4. 43. Dörtgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nin Aşama Görüntüsü .....	104

Şekil 4. 44. Dörtgen Manipülatifine İlişkin T.M. 'nin Temsili .....	105
Şekil 4. 45. Dörtgen Manipülatifine İlişkin T.M. 'nin Aşama Görüntüsü .....	105
Şekil 4. 46. Beşgen Manipülatifine İlişkin N.K. 'nın Temsili .....	106
Şekil 4. 47. Beşgen Manipülatifine İlişkin N.K. 'nın Aşama Görüntüsü .....	106
Şekil 4. 48. Beşgen Manipülatifine İlişkin T.M. 'nin Temsili .....	107
Şekil 4. 49. Beşgen Manipülatifine İlişkin T.M. 'nin Aşama Görüntüsü.....	107
Şekil 4. 50. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y. 'nin Temsili.....	110
Şekil 4. 51. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü .....	110
Şekil 4. 52. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili S.A. 'nın Temsili .....	111
Şekil 4. 53. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü.....	111
Şekil 4. 54. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y. 'nin Temsili .....	112
Şekil 4. 55. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü .....	112
Şekil 4. 56. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifi İle İlgili S.A. 'nın Temsili.....	113
Şekil 4. 57. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifi İle İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü ...	114
Şekil 4. 58. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Temsili .....	115
Şekil 4. 59. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü.....	115
Şekil 4. 60. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Temsili.....	116
Şekil 4. 61. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü .....	116
Şekil 4. 62. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Temsili .....	118
Şekil 4. 63. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü ....	118
Şekil 4. 64. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Temsili .....	119
Şekil 4. 65. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü.....	119
Şekil 4. 66. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Temsili .....	121
Şekil 4. 67. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü.....	121
Şekil 4. 68. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Temsili .....	123
Şekil 4. 69. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü .....	123
Şekil 4. 70. Beşgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Temsili.....	125
Şekil 4. 71. Beşgen Manipülatifi ile İlgili K.Y. 'nin Aşama Görüntüsü .....	125
Şekil 4. 72. Beşgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Temsili .....	126
Şekil 4. 73. Beşgen Manipülatifi ile İlgili S.A. 'nın Aşama Görüntüsü.....	126

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 2. 1. Genelleme Eylemleri (Ellis, 2007a) .....	33
Tablo 2. 2 Refleksiyon Genellemeleri (Ellis, 2007a) .....	36
Tablo 3. 1 Çalışma Planı .....	52
Tablo 3. 2 Katılımcı Bilgileri .....	54
Tablo 3. 3 Matematiksel Genelleme Sürecinde Belirlenen Aşamalar ve Etkinlik Uygulama Süreci .....	60
Tablo 3. 4 Çalışmada sağlanan nitel araştırmada güvenilirlik ve geçerlik kavramları (Lincoln ve Guba, 1985; Yıldırım ve Şimşek, 2011, uyarlanmıştır.) .....	62

## GİRİŞ

İnsanların sahip oldukları yetenekler, dünya üzerinde ilkçağlardan bu yana varlığını koruyan, yaşamsal faaliyetlerin devamlılığını sağlayan en önemli kaynak niteliğine sahiptir (Yazgan Sağ, 2019). Özellikle 19. ve 20. yüzyıl bu alanlarda önemli adımların atıldığı dönemleri içermektedir. Atılan bu adımlarla birlikte eğitim alanında yapılan çalışmalar da artış göstermiş ve gün geçtikçe bilime katkılar sunmaya devam etmektedir. Bu çalışmaların yapılmasının en temel sebepleri arasında; insanların sahip oldukları yeteneklerin keşfedilmesi, değişen ve gelişen dünyamızda toplumun gereksinimlerinin tespiti ve bu tespit sayesinde yeni bilgi çağında donanımlı bireyler yetiştirilmesine katkı sunmak yer almaktadır. Artık günümüzde üst düzey düşünme becerisine sahip, hızlı düşünen, doğru kararlar veren, yaratıcı fikirler üretebilen bireylerin yetiştirilmesi gün geçtikçe daha fazla önem kazanmıştır.

Toplumun ihtiyaçları doğrultusunda ortaya çıkan bilim alanlarından biri olan matematik; başlangıçta basit sayma ve ölçme işlemleriyle ortaya çıkmış, günümüzde ise yeni teknolojilerin gelişmesi ile diğer bilim dallarıyla iç içe girmiş bir vaziyette önemli bir konuma yükselmiştir (Işık, Çiltaş ve Bekdemir, 2008). Dolayısıyla matematik öğrenimine verilen önem; toplumsal bir gelişim sürecine girilmesine, bilim ve teknolojiden sosyo-ekonomik kalkınmaya kadar birçok başlıkta gelişme gösterebileceğimiz bir hususu ortaya çıkarmaktadır.

Tam anlamıyla herkes tarafından kabul gören bir fikir birliğine varılamasa da matematiğin tanımına bir sayma işlemi, ölçme işlemi, düşünerek sayma, bir düşünce sanatı, bilimin ortak dili, hesaplama tekniği, bir iletişim aracı, bir disiplin denilebilir. Ortak bir fikir birliğine varılmasa da matematiğin dilinin evrensel olduğu ve tüm bilimlerin ortak dili konumunda olduğu aşikârdır. Matematikçilere göre ise matematik bizi doğruya, kesin bilgiye götüren bir düşünme yöntemidir (Yıldırım, 1998). Matematik, akıl, mantık ve düşündürme bilimidir. Matematiği diğer bilimlerden ayıran en önemli özelliği ise bunun tamamen insan ürünü ve zihinsel süreçlerden geçirilerek elde edilen bir bilgi birikimi olmasıdır. Bu ifadelerden yola çıkıldığında bireylerin günlük hayatta karşılaştığı problemleri çözmeye matematiği kullandığını görmek mümkündür. Örneğin bir böceğin ayaklarının sayısı, çiçeğin taç yapraklarının sayısı, geceleri yıldızlar, ay ve ufuk çizgisinin araştırılması matematiğin kullanıldığı günlük yaşam problemlerinden bazılarıdır. Bu problemlerin

doğuşu bir meraktan, çözümlü ise matematikten gezer. Bu merak sonucu insanlar doğayı incelemeye yönelmişler ve bu incelemelerle beraber sayıların temelleri oluşturulmaya başlanmıştır (Öztürk, Akkan ve Kaplan 2014).

Bundan hareketle toplumun kendi ihtiyaçlarının çözümlüne yönelik eylemler sonucu bir bilim dalı olarak matematik bilimi ortaya çıkmıştır. Matematik de tıpkı diğer bilim dalları gibi toplumun ihtiyaçları doğrultusunda sürekli gelişen değişen kendini yenileyen konumdadır. Bireyler toplumun ihtiyaçları doğrultusunda matematik bilimini kullanırken aynı zamanda bu bilime hizmet etmektedirler. Bu bireylerin arasında yer alan özel yetenekli bireyler de gelecek yaşamlarında bilimin çeşitli dallarının gelişmesine önemli katkılar sağlaması beklenen bireylerdir.

Üstün yeteneklilik ya da özel yeteneklilik kavramı, birçok araştırmacı tarafından farklı tanımlanmış ve farklı şekilde ifade edilmeye çalışılmıştır. Özel yetenekliler, bütün insanlarda bulunan özelliklerin dağılımı, sıklığı, zamanlaması ve kompozisyonu açısından farklılık gösteren kişilerdir (Akarsu, 2001). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü (ÖERHGM) tarafından yayınlanan “Özel Yetenekli Bireylerin Eğitimi ve Strateji Kılavuzu özel yetenekli öğrenciyi, “Zeka, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi, motivasyon veya özel akademik alanlarda yaşlarına göre yüksek düzeyde performans gösteren bireyi ifade eder.” olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2017). Renzulli (1977) ise özel yetenekli öğrenciyi, sorumluluk almaya istekli, üst düzey düşünme becerilerine sahip, anlık düşünme gerektiren özelliklerde akranlarına göre daha iyi performans sergileyen üreticilik gücü yüksek birey olarak tanımlamaktadır.

Tüm bu bilgilerin yanında son yıllarda meydana gelen bilim ve teknolojiye gelişmeler öğretim ortamlarında bilgisayarların rolünü her geçen gün artırmaktadır. Bu bağlamda matematik öğretiminde artık farklı öğrenme ve öğretme ortamları görülmekte, günümüzde bilgisayarlar süreç içerisinde oldukça fazla kullanılmaktadır. Bunun da en sık rastlanılan durumu bilgisayar destekli matematik öğretimi ve matematik yazılımlarının etkin bir şekilde öğrenme ortamında kullanılması yönünde yapılan çalışmalardır (Baki, 2002). Matematik eğitiminde öğrenme ortamlarının zenginleştirilmesi, özel yetenekli öğrencilerde de öğrenme ortamında çeşitli araç ve gereçlerin kullanımı gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır. Bu bağlamda kullanılabilecek araçlardan biri GeoGebra yazılımı olabilir (Yıldız, Baltacı, Kıymaz ve Aytekin, 2016). GeoGebra; giriş alanı, cebir alanı, cebir penceresi, grafik penceresi ve hesap

çizelgesi görünümü ile matematiksel semboller, grafikler ve elde edilen değerlerin tabloya aktarımını dinamik bir süreçte gerçekleştirir. Bu durum GeoGebra'ı diğer dinamik geometri yazılımları ve bilgisayar cebiri sistemlerinden ayırmaktadır (Aktümen, Horzum, Yıldız ve Ceylan, 2011). Yapılan çalışmalar özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde GeoGebra yazılımının kullanılmasının yararlı olduğunu göstermektedir (Aydos, 2015, Baki, Yıldız ve Baltacı, 2012). Aynı zamanda GeoGebra yazılımı, öğrencilerin üst düzey düşünme becerileri sergilemesine yardımcıdır (Edward ve Jones, 2006). Fakat bunun için hem öğrencilerin öğrenmesini, hem de öğretmenlerin anlatımını kolaylaştıracak çeşitli öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekmektedir (Baltacı, 2014).

Çalışmamızın asıl değerlendirme konusunu alan genelleme süreçleri, aynı zamanda da matematiksel bilgi yapısının da gelişmesini sağlamaktadır. Nitekim Tall (2002) çalışmasında matematiksel düşünmeyi matematiksel kavramların gelişmesi süreci olarak ifade etmiştir. Bu süreçte öğrenciler sayılarla olan ilişkileri anlamlandırma ihtiyacını hissederler. Araştırmacılara göre matematik alanı zaten genelleme kavramıyla sürekli etkileşimlidir. Bunun içinde matematik ile uğraşanların genelleme süreci ile ilgili bilgilere ve donanımlara da sahip olmaları gerekmektedir. Ayrıca bu konunun ele alınması öğrenciler için de önem taşımaktadır ve bu konunun öğrencilere de öğretilmesi ve destekleyici çalışmalar yapılması oldukça önem arz etmektedir.

Matematiksel genelleme süreciyle ilgili olarak Krutetski (1969)'nin çalışmasından çıkarılan sonuca göre; belirlemiş olduğu cebirsel problemlerin çözüme kavuşturulma aşamasında özel yetenekli öğrenciler kolayca sonuca ulaşmış genelleme yapabilirlerken, ortalama zekâyâ sahip öğrencilerin sonuca hemen ulaşamadıklarını ve kolay bir biçimde de genelleme sürecini yaşayamadıkları görülmüştür. Bu bakımdan matematikte genelleme sürecinde özel yetenekli öğrencilerin diğer öğrencilere oranla bu sürece daha hızlı girip sonuca ulaştıkları ve kendilerini geliştirmiş oldukları görülmektedir (Batdal, 2010).

Genelleme kavramının matematiksel düşünmeyi ön plana alan ve güçlü bir faaliyet sürecinin ürünü olduğunu söyleyebiliriz. Bu süreç içerisinde genellemenin bireylere karmaşık gelen yanları da vardır. Genelleme güçlüdür, çünkü yalnızca karşılaşılan yeni şartların benimsenmesi gerekliliğine yanıt vermekle kalmayarak aynı zamanda da bu gereken taleplerin bir sonraki adımı için de ortaya konulmuş

olan şemaların tamamen doğru ve bilinçli bir şekilde tekrardan yapılanmalarına da imkân sağlar (Yılmaz ve Argün, 2013).

Bu araştırmada, bilim ve sanat merkezinde öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin bilgisayar destekli ortamda matematiksel genelleme süreçleri ele alınmış ve ortamın matematiksel manipülatiflerle de desteklenmesi düşünülmüştür. Bu konu üzerindeki ilgili literatürler taranarak özellikle Ellis (2007a) şablonuna ağırlık verilerek bir değerlendirme söz konusudur. Ellis yaptığı çalışmasında matematiksel genelleme sürecini oldukça detaylı kategorilere ayırmış ve bu sebeple özel yetenekli öğrencilerin genelleme seviyelerinin detaylı analizi yapılmak istendiğinden bu şablona ağırlık verilerek bir çalışma yapılmıştır.

### **1.1. Araştırmanın Amacı**

Dünyanın çeşitli coğrafyalarında özel yetenekli öğrencilerin matematik eğitimine ilişkin pek çok çalışma uygulanmaktadır. Çünkü daha öncede değinildiği üzere özel yetenekli öğrenciler olağan dışı matematik işlemleri yaparlar ve özellikle genelleme sürecinde diğer öğrenciler gibi zorluk çekmezler. Genel olarak bu öğrenciler çevrelerinde olup bitenlere fazlasıyla ilgili, bu sebeple güçlü bir gözlem ve mantık yürütme yeteneğine sahiptirler. Bu yeteneklerinden dolayı işlemler arasında çok kolay bağlantı kurarlar ve çok kolay genelleme yaparlar (Karabey, 2010).

Genel olarak bu çalışmada özel yetenekli öğrencilerin genelleme sürecini nasıl geçirdikleri ve bu süreçte nasıl ilerlediklerine dair durumlarının ortaya konulması amaçlanmaktadır. Özel yetenekli öğrencilerin genelleme süreçleri odakta GeoGebra dinamik yazılımı ile desteklenecek ve matematiksel manipülatifleri kullanabilme imkânı verilecektir. Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin buldukları sınıf seviyelerine göre de genelleme süreçleri değişebileceğinden farklı sınıf seviyelerindeki öğrencileri incelemenin önemli olabileceği düşünülmektedir. Bu amaçla çalışmanın problem cümlesi aşağıdaki gibi ele alınmıştır:

“Ortaokulda öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin dinamik matematik yazılımı destekli ve matematiksel manipülatif kullanılan ortamda matematiksel genelleme süreçleri nasıldır?”

Bu problem cümlesi çerçevesinde ele alınan alt problem cümleleri ise şöyledir:

- 6. sınıfta öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin GeoGebra destekli ve matematiksel manipülatif kullanılan ortamda matematiksel genelleme süreçleri

nasıldır?

- 7. sınıfta öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin GeoGebra destekli ve matematiksel manipülatif kullanılan ortamda matematiksel genelleme süreçleri nasıldır?

- 8. sınıfta öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin GeoGebra destekli ve matematiksel manipülatif kullanılan ortamda matematiksel genelleme süreçleri nasıldır?

## 1.2. Araştırmanın Önemi

Matematiksel genelleme süreci cebirsel ve geometrik düşünmenin yanı sıra aynı zamanda matematiksel verilerin oluşturulmasında da önemli bir yere sahip olan düşünsel süreçleri oluşturmaktadır. Bu açıdan ele alınan matematiksel genelleme süreci matematik alanı uzmanları tarafından çeşitli boyutlar ile incelenmiştir. Matematiksel düşünme süreçlerini ele alan Tall (2002) tarafından matematiksel düşünme; soyutlama (abstraction), sentezleme (synthesizing), genelleme (generalizing), modelleme (modelling), problem çözme (problem solving) ve ispat (proof) gibi bileşenleri kapsamaktadır. Stacey, Burton ve Mason (1985) da aynı konuda; özelleştirme (specializing), genelleme (generalizing), varsayımda bulunma (conjecturing), doğrulama ve ikna etme (justifying and convincing) süreçlerini incelemişlerdir. Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar (2003) ise Stacey, Burton ve Mason (1985)'un çalışmalarını desteklemişlerdir. Krutetskii (1976) genelleme sürecin iki yönlü olarak ele almaktadır. İlk olarak ele aldığı durum bireyin genelleme sürecini belirli aşamalardan biçimlendirme becerisinin gözlenmesidir. İkincisi ise, bireyin özel ve somut olan durumlardan genelleme yapabilme becerisi üzerinedir. İki yönlü olarak ele alınmasının amacını ise bireyin genelleme sürecinde iç dünyasında yaşadığı değişimi görebilme süreci olarak ifade etmektedir.

Matematikte aritmetik işlem bilgi ve becerisi de terim ve genelleme bilgisine dayanmaktadır. Dolayısıyla bu iki bilgi çeşidinin öğretiminin de önemli olduğu söylenebilir (Merrill, 1983). Aynı zamanda genelleme süreçleri, öğrencilerin yalnızca matematikte değil günlük hayatta da zihinsel bilgilerini pratikleştirmelerinde önem arz eder. Böylece bu süreçte öğrencilerin genelleme sürecine ve sürekliliğe olan etkileri çok yönlü araştırıldığı için de ayrıca önemlidir.

Toplumsal bir varlık olarak insan, toplu olarak yaşamanın getirdiği sorunlarla

beraber iyi bir problem çözücü olmadığı sürece toplum içinde sorunlar yaşanacaktır. Toplum içerisinde üst düzey roller alması beklenen özel yetenekli bireyler yaşanacak problemlerin çözümünde önemli roller alacaklardır (Kaplan, Öztürk ve Doruk, 2016). Bu manada geleceğin toplumlarını şekillendirecek olan bugünün özel yetenekli çocuklarının matematiği nasıl algıladığı ve hangi yönleriyle ele aldığı tespit edilmesi önem kazanmaktadır. Bu durumu matematik öğretiminde en iyi yöntemlerden biri olan genelleme yaparak değerlendirmek oldukça önemlidir.

Literatürde, özel yetenekli çocukların genellikle, normal gelişim gösteren çocuklara göre, yetenekli oldukları alanda daha hızlı ilerledikleri vurgulanmaktadır. Ancak özel yeteneklilik tiplerine göre bu hızlı ilerleme özelliği değişebilir (İncekara, 2013). Özel bir alanda yetenekli olan çocuğun tüm gelişim alanlarında hızlı olması beklenmemelidir. Bu yüzden bu ayırımın göz önünde bulundurulması araştırmanın seyri açısından önemlidir. Genelleme süreci gerçekleşmeden önce, her verinin dikkatlice değerlendirilmesi, tümdengelim ve tümevarımda akıl yürütme yetkisine sahip oldukları ve hızlı çözüm bulabilmelerinin sağlanması gerekmektedir.

Matematiksel bilgi birbiriyle ilişkili bilgiler bütünüdür. Bu ilişkiler nedeniyle matematiksel bilginin elde edilmesinde; bir sonraki bilginin oluşturulmasında bir önceki bilginin oluşturulmuş olması veya öğrenilmiş olması gerekmektedir (Altun, 2008; Pesen, 2008). İlişkiler, genellemeler ve soyutlamalar bilimi olarak ifade edilen matematiğin temel öğretim düzeyinde verilmesinin ana amaçlarından birisi, öğrencinin toplum içerisinde yaşayabilmesi için gerek duyacağı bilgi ve becerileri elde etmesini sağlamaktır (Baykul, 2009). Bu beceriler toplumların zamanla değişen ihtiyaçları göz önüne alınarak belirlenmiş ve bireylerden eleştirel, yaratıcı, sistemsel, yansıtıcı, analitik, derinlemesine ve mantıksal düşünme becerilerine sahip olmayı beklemektedir. Mesela bireyin karşılaştığı bir problemi çözmek için kullanması gereken becerileri geliştirmesi, bireyin matematik öğrenmesinin bir gerekliliğidir (Doruk, Öztürk ve Kaplan, 2016).

Tüm bu bilgilerden hareketle bu çalışmada; katılımcı grubu olarak özel yetenekli öğrencilerin seçilmesi, bu öğrencilere yönelik müfredatın MEB'in belirlemiş olduğu öğrenme seviyelerine uygun olarak farklılaştırılmış bir eğitim programında yürütülmesi ve bu program ile öğrencilerin düşünme biçimlerinin gelişim süreçleri, genelleme süreçleri ve kavrama gibi durumların anlaşılması açısından önemlidir. Bu anlamda literatürdeki yapılan çalışmalar dikkate alındığında

bu çalışmanın alandaki bu boşluğu doldurmada oldukça önemli olduğu düşünülmektedir.

### **1.3. Araştırma Sınırlılıkları**

Araştırma, genelleme sürecini ortaya çıkaracağı düşünülen çalışmaya özgü tasarlanmış etkinliklerle, bilgisayar destekli öğretim ortamında kullanılan GeoGebra yazılımı ve tasarlanan matematiksel manipülatiflerle (manipülatif malzemesinin kalınlığı göz ardı edilmiştir.) ve BİLSEM öğrencisi altı katılımcı ile verilerin analizinde kullanılan genelleme taksonomisi ile sınırlıdır.

### **1.4. Araştırmanın Varsayımları**

Araştırmada tasarlanan etkinliklerin genelleme sürecini ortaya çıkaracağı, etkinliklerde alınan uzman görüşlerinin tarafsız ve doğru olduğu, ortamda kullanılan GeoGebra yazılımı ve tasarlanan matematiksel manipülatiflerin doğru ve etkili kullanıldığı, görüşme sorularının genelleme sürecini ortaya çıkaracağı, katılımcıların çalışmada tamamen gönüllü olarak yer aldıkları ve tüm düşünme süreçlerini açıkça ifade ettikleri varsayılmaktadır.

### **1.5. Araştırmadaki Tanımlar**

*Matematiksel Genelleme:* Belirli durumlardan sağlanan ve belirli durumlara sebep olan, ayrıntılardan elde edilen ama ayrıntıları içeren, geneli tanımak ve geçerlilik alanını genişletmek adına teoremleri formüleştirmeye öncülük eden tümevarımsal bir süreçtir (Davydov, 1990; Krutetski, 1976; Polya, 1954; Sriraman, 2004; Tall, 1991; Yılmaz, 2011). Genelleme süreci üst seviye bilişsel beceri olarak kabul edilmekle birlikte, sofistike ve güçlü bir zihinsel aktivitedir ve matematiksel düşünmede alanında önemlidir (Carraher, Martinez ve Schliemann, 2008; Skemp, 1987).

*Özel Yetenekli Bireyler:* Yaşlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren öğrencilerdir (MEB, 2021). Matematikte özel yetenekli bireyler ise, nicel ve uzamsal ilişkilere göre mantıksal düşünme yeteneğine, sayı ve harf sembollerle matematiksel ilişkilerin ve işlemlerin hızlı ve geniş genelleştirilmesi yeteneğine, matematiksel hafıza ve zihinsel süreçlerde esneklik gibi karakteristik özelliklere sahip birey olup (Krutetski, 1976), bu özellikler yüksek matematik

potansiyeli ile ilişkilidir ve bu bireyler dikkatli bir şekilde desteklenmeli ve teşvik edilmelidir (Leikin ve Landman, 2000).

*GeoGebra*: Geometri, cebir, analiz, istatistik gibi matematik alanlarını tek bir ortamda bir araya getiren ve tüm eğitim seviyeleri için kullanılabilir dinamik bir matematik yazılımıdır ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)).

*Matematiksel Manipülatif*: Öğrencilerin matematiksel bir kavram veya ilişkiyi tanımları, oluşturmaları ya da düzenlemeleri için kullanılan, informal matematik ile formal matematik arasındaki boşluğu tamamlamada öğretim aracı olarak kullanılan hazır ya da el yapımı tasarlanmış somut fiziksel nesnelere. Hem görsel hem de dokunsal çekiciliğe sahiptirler ve uygulamalı deneyimler yoluyla öğrenciler tarafından manipüle edilebilirler (Carbonneau, Marley ve Selig, 2012; Moyer, 2001).

## 2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Araştırmanın bu bölümünde çalışma ile ilgili kavramsal çerçeveye dair bilgiler aktarılacaktır.

### 2.1. Matematiksel Genelleme

Genelleme, birbirinden bağımsız veya dağınık olarak bulunan birden çok matematiksel terimin birbiriyle ilişkilendirerek özetleyen sürece verilen isimdir. Genelleme süreci mantık elemanlarıyla insan yargısının temel bir elemanı olarak ele alınmaktadır. Bu açıdan genellemeler, bilgi alanının ya da elemanlar kümesinin varlığını ortaya çıkarır ve bu elemanlar aracılığıyla bir ya da daha fazla karakteristik nitelikler paylaşılır. Dolayısıyla, genellemeler iki ya da daha fazla kavram arasındaki ilişkinin açıklanmasına dayanmaktadır. Nitekim burada, bütün geçerli dedüktif muhakeme çıkarımlarının özünü meydana getirmektedir. Bu açıdan bakıldığında da genelleme sürecinde elde edilen kavramlar arası ilişkilerin belirlenmesinde geniş uygulamalar kullanılmaktadır (Yılmaz, 2011). Bu sebeple bu süreçte net genellemelere ulaşılabilmesi adına daha geniş örneklemeler ele alınarak değerlendirilmelidir (Özyaprak, 2012).

Mason, Burton ve Stacey (1985) çalışmalarında katılımcıların ortak olan özellikleri fark etmesinin sonucunda genelleme sürecinin başladığını, katılımcıların yaptıkları genellemelerin açıkça ifade edilemese bile elde edilen bilgilerle bir düzenin ya da örüntünün farkına varıldığında genellemenin başladığını ve bu farkına varma sürecinde katılımcıların yaptığı eylemlerin ve söylediği söylemlerin genelleme olduğunu belirtmektedirler. Benzer şekilde Burton (1984) da silsile halinde saptanan bir kurgu veya düzenin fark edilmesinin genellemeye neden olduğunu ifade eder.

Genelleme kavramını ele alan Bell (1976) ise, çalışmasında matematik genellemelerini gerekçelendirmelerini öğrenciler vasıtasıyla “deneysel ve tündengelim” olarak iki başlık altında değerlendirmiştir.

Stevens (2006) bilimin betimlemesi, tahminselliği ve açıklaması olacak biçimde üç ana fonksiyonunun olduğunu ve bu fonksiyonlar arasındaki en önemli olanının ise açıklama olduğunu belirtmiştir. Açıklama süreci, varsayım, ilke, hipotez, teori, genelleme gibi etkinliklerden oluşturularak gerçekleştirilir. Çünkü açıklama kavramı genel olgular üzerine kuruludur. Dolayısıyla bilim de açıklama işlemi gerçekleştirilirken genelleme sürecinden yararlanılmaktadır. Nitekim doğruluğu ve

gerçekliğe uygunluğu kabul edilmiş olan mantıksal işlemler bir ilişki içerisinde sunulan önermeler vasıtasıyla ele alınırlar. Matematiksel genellemeler ise kapsamaları bakımından teoremlerin formüle edilmesine yardımcı olan ve uygun görülen örüntülerin meydana çıkarılmasında, örneklerin oluşturulması ile başlayan yargı sürecinin ve yanımların bir zigzaglı indüktif sürecin sonucu olarak değerlendirilir (Yılmaz, 2011).

Matematik eğitimi ile ilgili çalışmalar ele alındığında genelleme kavramının belirli durumlarda sağlanan ya da belirli durumlara sebebiyet veren bir süreç olarak ifade edildiği görülmektedir (Davydov, 1990; Krutetski, 1976; Polya, 1954).

Sayısal veya aritmetik verilerinden genellemeler yapma süreci, erken çocukluk yıllarından itibaren öğretilen hesaplamalar, matematiksel işlem ve işlem niteliklerinin yapısı anlam kazanıncaya kadar sürmektedir. Harel ve Tall (1991), genelleme sürecini ortaya atılmış bir savın daha geniş bir bağlamda açıklanıp uygulanması şeklinde tanımlarken, Dreyfus (1991) ise genelleme sürecini geçerlilik kapsamında genişletilmesi ve ortak nitelikleri tanımlama ile tümevarım olarak ele almıştır.

Aynı zamanda örüntüler arama ile ilişkilendirilen bu süreç matematiksel akıl yürütmenin anahtarlarından bir tanesini de oluşturmaktadır (Kapur, 1976). Lee ve Wheeler (1987) karşılaşılan sorunlarda genelleme problemleri ile ilgili öğrencilerin genellemeyi aşağıdaki gibi dört safha biçiminde ilerleyerek çözdüklerini ifade etmişlerdir:

- İlk olarak yalnızca birkaç olguya ve olaya bakarak genelleme hakkında tahminler yaparlar.
- Daha sonrasında verilen özel örneklemeler karşısında kendi genellemelerinin kontrolünü sağlarlar.
- Üçüncü safhaya gelindiğinde ihtimali olan bütün durumları kontrol etme ihtiyacına yönelik olarak farkındalık sergilerler.
- Son safha yani dördüncü safhaya gelindiğinde açık genellemelerde bulunurlar.

Yani matematiksel bir kontrol süreci sonucunda bir düzen oluşturma beklentisinin, matematiksel manada akıl yürütme sürecinde kişilerin içlerinde yetişen

bir hissi durumun varlığı ve bu sayede kişilerin örüntülerin farkındalığına yönlendirdiği ifade edilmiştir. Ancak bu bahsedilen süreçler, özel yetenekli öğrenciler de daha hızlı gerçekleşmektedir.

Dolayısıyla genelleme süreci verilen kavramların geliştirilmesi için kullanılan önemli bir akıl yürütme sürecini oluşturmakla beraber aynı zamanda da cebirin yapı taşlarından birisi olarak görülmektedir (Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011).

Genelleme sürecinin önerme şeklinde ele alınması demek bir cümle olarak ifade edilmesi demektir. Bir cümle şeklinde belirtilmiş olan önerme ile önerme kapsamı içerisindeki çok sayıda olgu, olay ve durum arasındaki sebep-sonuç ilişkisi ele alınmış olur (Mason, Stephens ve Watson, 2009). Önermenin içerisindeki terimler sayesinde bu önermenin hangi durumun nedeni ve hangi durumun sonucu olduğunu ifade etmekle beraber neden-sonuç ilişkisi bazında değerlendirilmesine imkân sağlar. Bu açıdan genelleme süreçlerinde önemli unsur, mantık ve dinamik ilişkiler ile birbirini meydana getiren kavramlardır (Göl, 2017).

Matematiksel genelleme sürecinde katılımcılara verilen özel durumlar üzerinde çalışmak oldukça önemlidir. Nitekim karşılaşılmış olan herhangi bir problemin özel ya da genel durumunu ele alarak ve bu süreci iyi anlamlandırmak adına belli başlı örnek durumlar üzerinde çalışarak bu süreci tamamlamak gerekir. Dolayısıyla genelleme sürecinin ilk adımlarını oluşturan şey, kanıtlara ulaşmaya çalışmak ve elde edilenleri doğru ve düzgün bir şekilde bir araya getirerek değerlendirebilme işleminden ibarettir. Bunlarla birlikte seçilecek örneklem ve bu örneklem ne şekilde, neye dayanılarak seçildiği problemin çözümüne varmak adına önem taşımaktadır. Bu yüzden rastgele bir seçim yapılmamalıdır. Sonuca doğru atılan adımlarda ulaşılmış olan veriler kapsamında öngörünün doğru olup olmadığını test etmek adına kaliteli örnekler seçilip karşıt durumlar ya da olasılıklar ile desteklenmelidir (Uzun, Topan, Demir ve Çelik, 2018).

Matematiksel genelleme süreçlerinde, olguların iletişimleri neticesinde oluşan etki ve tepkilerin nedenselliğini tanımlamak adına içeriğinde bulunan olay, olgu ve durumları ifade eden terimlerden yararlanır. Terimler, genellemelerin uygulamaya geçirilmesini geçerli kılan şartları ifade etmeye imkân sunar. Genelleme süreçleriyle elde edilen verilerin doğru ve net bir biçimde kullanılması adına uygun olan terimlerin önerme içerisinde kullanıldığı şekli üzerinden anlamları belirtilmelidir.

Bu bağlamda önermelerde geçen terimlerin sınırları gibi önermenin sınırlarını da belirtmek gerekmektedir. Bu bakımdan bir genellemenin örneği, genelleme sürecinde belirtilmiş olan olay ve olgusal farklılaşmalar arasında bulunan ilişkileri ifade eden belirli durumlar, olaylar ya da olgulardan meydana gelmektedir. Ancak genelleme sürecini, bir tek olay ve olgu üzerinden ya da durum üzerinden ele alarak oluşturmak doğru değildir. Dolayısıyla, genelleme sürecinde belirtilmiş olan neden-sonuç ilişkilerinin geçerliliği kabul edilen ve sözü geçen ilişkiyi doğrulayan bütün olay ve olgular genellemenin örneklerini meydana getirir. Ele alınan örneklerde, genellemenin doğruluğu için gerekli görülen şartlar neticesinde olay ve olguların meydana çıkışı, var olan sınırlılıkları, olay ve olguların gerçekleşme sırası, belirlenen terimler ve bu terimler arasında meydana getirilen neden-sonuç ilişkileri açık ve net bir biçimde ifade edilmesi gerekmektedir (Oflaz, 2017).

Genelleme sürecinde ele alınan örnekler, nedeni belirleyen olgu ve olayların değişimleri ile sonucu belirleyen olay ve olgulardaki değişikliğe sebebiyet veren durum ve hangi yönde değiştiği ifade edilirken aynı zamanda da bu değişikliğin ne şekilde meydana geldiğine de değinilmesi önemlidir. Çünkü genelleme sürecini problemin açıklayıcılığı bulunmayan durumlar ile neden-sonuç ilişkisinin gösterilmediği olay, olgu ve durumlar da oluşturmaktadır. Yani bu problemler, genelleme sürecinin açıklayıcılığı bulunmayan durumları, ele alınan neden-sonuç ilişkisine değinilmediği ya da geçerli kılınmayan olay, olgu ve durumlarını da barındırmaktadır. Böylece genellemenin tanımlanmasına olanak sunan ne kadar olay, olgu ve durum bulunuyorsa aynı zamanda da genellemenin tanımlamadığı ne kadar olay, olgu ve durum bulunuyorsa genellemenin de dışında kalır. Örnekleme verilmeyen olay, olgu ve durum; önermeyi meydana getiren terimler ve bu terimler arasındaki ilişkiler ile belirlenmesi mümkün değildir. Dolayısıyla genelleme içerisinde ele alınan problemlerin çözümlenmesinde genellemelerde bulunmak ve oluşturulan genellemelerin sınırlarını belirlemek, geleneksel problem çözmeye göre daha etkin bir durumdur (Çelebi, 2013).

Daha genel bir ifadeyle, Davydov (1990) matematiksel genellemelerin özelden genele doğru zihinsel işlemler ile oluştuğunu belirtmektedir. Polya (1957) ise bu süreci yani genelleme durumunu belli bir terime ilişkin bir anlayıştan, terimi içeren kümeyle ilgili olarak ya da sınırlı bir kümeye bağlı olarak gerçekleştirilen kavrayıştan bu sınırlı kümeyi de barındırmış olan daha geniş kapsamlı bir kümeye

ilişik bir kavrayışa ulaşmak şeklinde ifade etmektedir. Mason (1996) buna ek olarak, genellenenin genelden bakıldığında özel durumu görmeye dayalı teorinin ya da denenmiş her deneyimin, gerçeğin uygulamasına imkân veren bir uzmanlaşma şeklinde olduğunu belirtmiştir (akt.Yüce, 2017).

### **2.1.1. Genelleme Türleri**

Mitchelmore (2002) genelleme terimini, soyutlama veya kavram ile eş anlamlılık, mevcut bir kavramın genişlemesi (empirik (deneysel) genişleme, matematiksel genişleme ve matematiksel buluş), mevcut olan kavramla ilgili bir teorem olarak üç kategoride ifade etmiştir. Buna göre ilkinde genelleme soyutlama ile eşanlamlı olarak kullanılır. Davydov (1990) genellemeyi, benzer nesnelere sınıftaki tüm özelliklerin bulunması ve yalınlanması olarak, Dreyfus (1991) ise soyutlamanın ilk basamağı olarak ifade etmiştir. Ancak, genelleme çoğunlukla soyutlamadan farklı anlamda kullanılmıştır. Çünkü genellemede yeni bir kavram oluşumu düşünülmez ancak bir kavram ya da bir ilişkinin alanını genişletme fikri hâkimdir (Mitchelmore, 2002).

Radford (2010)'a göre, genellemeler bağlamsal, olgusal ve sembolik durumlardan oluşmak üzere üç safhadan meydana gelmektedir. Bu safhlardan ilki, çoğunlukla karşılaşılan eylemlerin işlemsel şekilde yürütüldüğü ve buna bağlı oluşturulan bir genellenenin fiziksel boyutta üretilmiş olduğu olgusal genellemelerdir. Bu genelleme; genelleme sürecinin başlangıcını oluşturmaktadır ve bu sebeple olgusal genelleme olarak nitelendirilmiştir. Ancak bu genelleme türü sayısal alan ile sınırlandırılmış olduğundan ötürü diğer iki genelleme türünden yani sembolik ve bağlamsal genellemeden ayrı özellikler taşımaktadır. Diğer bir deyiş ile olgusal genelleme türünde şekiller ile kavramların arasında numaralandırılmış bir ilişki söz konusudur. Dolayısıyla, bu tarz genelleme türlerinde, sayılar verilerden yola çıkılarak gerçekleştirilen eylemler aktarılmaktadır (Radford, 2003). Çoğunlukla bu tarz genellemelerde “sonra” ya da “her zaman” şeklinde ifadeler kullanılmaktadır (Rivera, 2013).

İkinci safhası ise kişilerin karşılaştığı şekiller üzerinden yola koyularak bir sonraki kavram hakkında bir yorum yapması ve daha soyut olan ya da üretilen genellemelerin tanımlanıp açıklanması için dilin işlevselliğinin kullanıldığı bağlamsal genellemelerdir. Bu genelleme, ikinci tür genellemeler şeklinde de adlandırılmaktadır. Olgusal genellenenin yanı sıra bu genelleme türünde geçen süreç

yalnızca sayılardan ibaret olmayıp aynı zamanda da eylemlerin arkasında bulunan nesnelere de genellemesi yapılmaktadır ve spesifik biçimlerden değil de sözü geçen biçimin “kendisi” ya da “sonraki” biçiminden söz edilir. Bu da demek oluyor ki yeni bir genelleme söz konusu olduğunda işlemler ve spesifik biçimlerden soyutlama gerçekleştirilir (Radford, 2003).

Üçüncü ve son safha ise, cebirsel gösterimlerin üretilerek bir genellemenin ifade edildiği sembolik bir genelleme sürecini oluşturmaktır (Demircioğlu ve Tuncay, 2020). Sembolik genelleme türü, bireyin harflerde bulunmakta olan anlamlarına yönelik bir karar aşamasını ve tanımlama aşamasını gerekli kılan karmaşık bir süreci oluşturmaktadır (Radford ve Pierce, 2006). Bu tarz genelleme sürecinde nesnelere, biçimlendirilmiş ve konumlandırılmış tanımlamalar sayesinde isimlendirilir ve sembolik genelleme sürecine girildiğinde nesnelere ve nesnelere uygulanan işlemler, cebirin olarak tanımlanır. Bu açıdan ele alınan bağlamsal ve olgusal genellemeler bireyin şekil sayısı yerine şeklin kendisinden bahsetmesi sürecini oluşturur. Bu açıdan genellemelerde nesnelere bir kavrama yönelik olarak ya da bağlantısı olan başka bir kavram aracılığıyla ifade edilmesinden dolayı bireyler bu aşamada genellemeleri genellikle biraz belirsiz bulur. Oysaki olgusal genellemeler de nümerik eylemlerin genellemesi gerçekleştirilirken bağlamsal genelleme içerisinde ise nesnelere ağırlık veren bir genelleme söz konusudur. Sembolik genelleme sürecindeyse cebir alanının anlaşılması ve kullanması ağırlıklıdır (Zazkis, Liljedahl ve Chernoff, 2008).

Araştırmacılar öğrencilerinin matematiksel genellemeye dayalı karşılaştıkları problemlerde genelleme eylemlerini gerçekleştirirken nasıl işbirliği yaptıkları ve bu sürece ne şekilde katkı sağladıklarını da incelemiştir. Bunu yaparken de Radford (2010)'un ele aldığı önerilen çerçeveyi kullandıkları ifade edilir. Böylece bu gözlem esnasında oluşturulan iş birliğine dayalı grupların sürece cebirsel genelleme ile adım attıkları ve daha sonra bu süreçte de bağlamsal ve olgusal genellemelere dayalı olarak ilerlediklerini ifade etmişlerdir. Aynı zamanda, bütün öğrenciler bu süreçte sembolik genelleme seviyesine bağlı birtakım çözümler de ürettikleri görülmüştür (Göl ve Duru, 2016).

Radford ve Peirce (2006), matematiksel genelleme süreçleri aritmetik ve cebirsel olmak üzere iki kategori altında ele almışlardır. Buna göre; cebirsel genelleme de örüntü cebirsel şekilde genellenir, ortak olan bir nitelik anlamlandırılır,

bu niteliğin örüntü içerisindeki terimlerde geçerli olduğunu fark edilir ve örüntünün içerisinde bulunan bir terimin olduğu gibi ifade edilmesi için aynı nitelik kullanılır. Aynı zamanda matematiksel terimler ve kavramlar arasındaki ilişkiyi oluşturabilmek ve buna bağlı olarak genellemeleri yapabilmek, ifade etmek ve doğruluğunu kanıtlamak cebirsel genellemelerin ana damarlarından biridir (Kaput, 2008). Bir diğer ifadeyle anlatmak gerekirse; cebirsel düşünme süreci aritmetik işlemlerinde karşılaşmış olan örüntüleri genellemeye dayalı olmakla birlikte aynı zamanda da bu örüntüleri analiz etmesi ve belirsizliği olan işlemleri çözme ile bağlantılı bir durumdur. Dolayısıyla burada, örüntüleri tanımlama, işlem yapma, verilen ifadeleri sembolik şekilde karakterize etme sürecinde önemli görevlere sahiptir. Böylece hem sayısal işlemlerin gerçekleştirilmesi hem de sayılarla ilgili olan niteliklerin ifade edilmesini sağlamaktadır (Thompson, 2007).

Yıldırım (1998)'a göre, tümevarım yöntemiyle ulaşılmış olan genellemelerin diğer adı olgusal genellemelerdir. Bu genellemelere örnek vererek açıklayacak olursak; mesela Boyle'un gazlar yasası veya cisimlerin düşme yasası gibi. Yani tümevarımda netice kısmı öncüllerde bulunan gözlemleri kapsamaktadır. Nitekim bu kapsamından ötürü de öncüllerde yapılan gözlemleri geçen bir genelleme olarak ele alınır. Tümevarım yöntemi neticesinde elde edilen bu genellemeler, gözlem ve deneysel bilgilere dayalı bir şekilde gözleme yapılmasına sebep olan olgusal ilişkileri ve gözlem dışında olan nesnelere de içinde barındıracak bir biçimde ifade edilen matematiksel genelleme türlerindedir. Fakat tümevarım genellemelerinde yapılan gözlem oranı ne kadar çok olursa olsun sonuçta ulaşılabilecek olan genellemeye yeterli sayılabilecek bir kanıt sağlamamaktadır. Bunun sebebini ise şu şekilde ifade edilebilir; dünya üzerinde yaşayan bütün kuşlar ele alınarak bu kuşlarının hepsinin beyaz olduğu sonucuna ulaşılabilecek çok zor bir genellemedir. Bu sebepten ötürü öncül sebeplerin tümü doğru olmuş olsa dahi ulaşılabilecek sonucun kesin doğruluğu savunulamaz. Böylece tümevarım yöntemi ile elde edilen genelleme sonucu olasılıklı bir şekilde belirtilmektedir. Çünkü gözlemlenen öncüllerin oluşturmuş olduğu örneklem grubunun bütün evreni kapsama seviyesi net sayılmaz (Yıldırım, 1998).

Tümdengelim yöntemine bağlı olarak elde edilen genellemeler de ise akıl yürütme gibi zihinsel kuralların çerçevesinden elde edilen genellemelerdir. Akıl yürütme durumunda en az iki önerme arasında bir ilişki kurulması ya da bir sonuca

varılma ve kanıtlama ilişkisine dayalı olan genellemeler arasında gösterilmektedir (Ünsal, 2018).

Dedüktif kapsamına bağlı olan genelleme türleri ise oluşması tahmin edilmeyen bir olay, olgu ya da durum karşısında gözlem sonucuyla ulaşılamamış olan ancak gözlem verilerindeki bütün ilişkileri açıklayan kuramsal seviyelerdeki yeni bir ilişkinin oluşturulmasına bağlı olarak ulaşılan genellemelerdir. Bu açıklamayı örneklendirecek olursak; çekim yasasında geçen kütleler arasındaki çekim kuvveti doğrudan doğruya gözlemlenmemekle beraber aynı zamanda da gözlemlenen pek çok olay, olgu ve durumu açıklamayı sağlayan bilimsel genelleme çeşididir (Özlem, 2003). Bu yöntemler kullanılarak ulaşılmış olan bilimsel genellemeler, tümevarım ve tümdengelim yönteminin ikisini de içerdiğinde bulundurmaktadır (Dumitraşcu, 2015).

Araştırmacılar, matematiksel kavram ve terimleri genelleme yöntemi ile eğitim görmüş olan öğrencilere yönelik iki yöntemin varlığına ulaşılmıştır. Keşfedilen ilk yöntemin adı deneysel genelleme olarak isimlendirilmiş ve bu genelleme alanda belli olan şekillerin sistemli bir biçimde değiştirilen genellenenin olay, olgu ve durumlarına bağlıdır. Genel itibariyle matematik dersinde başarı gösteremeyen öğrenciler genelleme sürecini faktörleri anlamlandırabilmek adına bu yöntemi tercih ederler. Elde edilen bulgulara göre belirlenen ikinci yöntemin ise teorik genelleme ismiyle tanımlanmaktadır ve bu türde ise öğrenciler genelleme yapılan olay, olgu ve durumlarındaki ilişkileri tespit ederek bu ilişkilerin açıklamasını yaparak yalnızca bir örnek ile de olsa sonucu genelleme özelliğine sahiptir (Tuncay, 2015). Bu yöntemler ile öğrenciler karşılaştıkları problemin belli bir kısmına kadar genelleme yaparak ulaşmak yerine karşılaşılan probleme, yaklaşım yöntemleri ve çözümleriyle ilgili bir genelleme yaparak sonuca ulaşmayı tercih ettikleri bilinmektedir. Dolayısıyla başarıyı yakalamış olan öğrencilerin teorik bazdaki genellemeleri tercih ettikleri ifade edilir.

Alana özgü çalışmalar incelendiğinde, genellenenin bir çeşidi olan deneysel genellenenin tercihi, öğrencilerin matematik konularında zorluklarla karşılaşmalarını, somut örneklerin kullanımının bilindik ve alışkın olmadıkları problemlerin çözümüne yönelik olarak öğrencileri kısıtladığını ve buna bağlı olarak süreci daha da zorlaştırıldığı iddia edilmiştir (Davydov, 1990;; Krutetskii, 1976; Schmittau, 2003).

Genelleme türlerinden en önemli görülen türü cebirsel eylemlerdir. Vygotsky'e göre bu alanda başarı gösteren öğrenciler, genelleme ve soyutlama da üst düzey bir düşünme seviyesine sahip öğrencilerdendir (Schmittau, 2003). Netice itibariyle cebirsel eylemlerin eğitimi çocuklara erken dönemlerde verilmesi gerekmektedir (Radford, 1996).

Genelleme eğitimi aslında iki unsur arasındaki bir örüntünün ya da ilişkinin analiz edilmesi sonucunda ulaşılmış olan verilerin sistematik bir düzen dâhilinde organize edilmesi ile beraber bu örüntü ya da ilişkinin sözel ve şekilsel biçimlerde ifade edilmesi şeklinde tanımlanmaktadır (Oflaz, 2017).

Genellenenin türü ne olursa olsun amaç belirtilmiş olan kavramı, matematiksel modellemelere bağlı bir biçimde problem çözme ve nicel ilişkilerin şekiller ile gösteriminin sağlanması gerekliliğidir (Becker ve Rivera, 2006).

Genelleme durumu, ürün ya da süreç olarak ele alınmaktadır. Nitekim genelleme, aslında her iki faktörü de içeriğinde bulundurmaktadır; buna bağlı olarak genelleme sürecinin neticesi itibariyle bir genelleme şeklinde ifadesi söz konusudur (Yerushalmy ve Schwartz, 1993).

### **2.1.2. Genelleme Seviyeleri**

Garcia-Cruz ve Martinon (1998), genelleme seviyelerini belirlemişler ve bu seviyeleri üç şekilde meydana getirmişlerdir.

1.seviye olarak adlandırdıkları seviye “Prosedürel Aktiviteler”dir. Buna göre, bireyler ardışık ve yinelemeli niteliklerin farkına varmaktadır. Ele alınan yöntemler genele yayılamaz olsa da bu rutin tavırlar daha sonra geliştirilen yöntemlerin değerlendirmelerini kontrol etmektedir.

Diğer seviyede ise “Lokal (Yerel) Genelleme” adıyla isimlendirilen bir aşama kabul edilir. Bu aşamaya gelindiğinde bireyin lokal (yerel) bir genellemesi söz konusudur. Burada, problemden probleme değişiklik te söz konusudur. Ancak yeni bir problem belirtildiğinde içerisindeki numaralandırma ya da şekil dizisindeki bir hareketlilik sonucunda değişmeyi elde etmek söz konusudur (Tanışlı, Ayber ve Karakuzu 2018). Burada değişmeye ulaşılması spesifik bir kavramın hareketliliğinden türetilen benzer bir hesaplama yöntem ve kurallarının, aynı şekilde bir problem ya da olgu ve durum karşısında diğer bir hesaplamada uygulamak anlamına gelir (Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017).

3. seviye olarak belirlenen “Kavramsal Anlamaya” yönelik bir aşamadır. Bu aşamada birey belirlemiş olduğu bir yöntemi genelleştirmeye çalışır. Bunun yapılmasının nedeni ise yeni ancak benzer bir problem durumunda benzer değişmez faktöre ulaşmasının ardından bunu uygulamaya geçirmesi olarak nitelendirilir. Geliştirilmiş olan kural bundan sonraki aşamada hareket için uyarıcı olan bir objeye dönüşmüştür. Kavramsal anlama olarak belirtilen bu adımda, genelleme olarak tanımlanan durum, bireyin bu durumlarla alakalı olan tüm performansına yönelik belirlenen bir yöntem olarak tanımlanmaktadır. Bu adımda yer alan değişmez faktörler var ise süreç içerisindeki değişkenleri elde etmeyi başarır. Çünkü durum içerisindeki değişmez karakterler artık kaybedilmiş ve farklı veriler için de yer almışlardır. Sonuç olarak bireylerin zihinsel davranışları, tutumları bundan sonraki terimsel anlamlandırmalar olarak düşünülebilmektedir (Yılmaz, 2011).

Genelleme süreci gerçekleştirilirken öğrencilerin zihninde gerçekleşenler ve buna ilişkin olarak zihinsel sürecin nasıl şekillendiği ele alınmaktadır. Ellis (2007b) ele alınan bu süreci, öğrencilerin sözel ya da yazılı eylemleri süresince zihinlerinde yer alan genelleme sürecinin bir donanımı ve karakteristiği şeklinde değerlendirmiş olup aynı zamanda da bu durumu genelleme eylemleri adı altında parçalara bölmüştür. Mesela; bir öğrenci bir örüntünün ya da şeklin formülünü bulurken daha önceden ele alınmış olan bir örüntüye yönelik durumu ilişkilendirerek karşılaşılan soruna bir çözüm üretebilir ya da soruna yönelik benzer bir şekli veya örüntü inceleyerek problemi çözüme kavuşturabilir. Bu işlemler, öğrencinin zihinsel işlemlerine dayalı olarak gerçekleşen süreçlerdendir ve bu süreçlerin neticesi itibarıyla ortaya çıkan bir genelleme ifadesi bulunmaktadır. Bu ifadeleri de Ellis (2007b) ilişkilendirme, genişletme ve araştırma olmak üzere üç gruba bölmüştür. Bu grupların hepsi birbirlerinden kesin ve net çizgiler ile ayrılmamaktadır ve hepsi birer genelleme eyleminin bölümlerini oluşturmaktadır. Bu ayrımın gerçekleştirilmesinde esas alınan nokta; öğrencilerin odak noktalarının ne şekilde gerçekleştiğiyle ilgili olarak oluşturulmuştur.

#### **2.1.2.1. Genelleme Sınıflandırması**

Ellis (2007b) tarafından yapılan genelleme sınıflandırmasına göre genellenenin iki ayrı şekilde gerçekleştiği belirtilmiştir. Genelleme sürecinde karşılaşılmış olan her bir tutum, yürütülen adımlar veya kullanılan genelleme yöntemlerine bağlı birçok çalışmanın da konusu olmuştur. Bu durum ele aldığı bir

genelleme taksonomisi ile ifade edilmiştir ve genellemeyi, genelleme eylemleri (ilişkilendirme, araştırma, genişletme) ve refleksiyon genellemeleri (işaretleme ya da açıklama, tanımlama ve etki) biçimiyle kategorize edilmiştir.

Bunlardan ilki genelleme eylemleri, ikincisini ise refleksiyon genellemeleridir. Ayrıca bu iki başlık alt sınıflara da ayrılmıştır. Genelleme eylemleri sınıfında kişilerin eylemleri ve konuşmaları içinde sonuçlanan zihinsel süreçler yer almakta iken, kişilerin açıkladıkları ifadeler de refleksiyon genellemeleri sınıfında bulunmaktadır. Ellis (2007b) genelleme sınıflandırmasını aşağıdaki gibi yapmıştır.

### **Genelleme Eylemleri**

Genelleme eylemleri, genel tanımıyla kişilerin herhangi bir problem karşısında başvurulan matematik işlemlerine dayalı olan problem çözme gibi bir davranışın analiz edilmesi, gözlemlenir matematiksel odaklanma süreci ve bu süreçte kullanılan örüntü, ilişki ve nitelikler ya da yöntemleri belirleme, genelleme sürecinde öğrencilerin kullandığı görünür olan akıl yürütme hareketlerinin çeşitliliğini tanımlayan bir ifade olarak kullanılır (Yılmaz, 2011).

Bu süreçte davranışların kendisi bireyin hangi genelleme eyleminin yerine getirileceğini belirlemede yardımcı olan unsurlardandır. Bu sayede genelleme eylemi oluşur. Bir diğer ifadeye göre, fiziksel eylemlerle zihinsel eylemler birbirlerinden ayrı olmuş olsalar da eylemsellik terimi, bireylerin pratikliğine dayalı olarak etkileşim içerisinde bulunan bilgilerini nitelendiren ve aktif olan adaptif oluşumları ifade etmektedir.

Olay, olgu ve durumların ilişkilendirilmesi ile ilgili, iki ya da daha fazla olay, olgu ve durum arasında bir iletişim kurulur. Mevcut bir durum karşısında geri bağlantı ile daha önce rastlanılmış olan bir olay, olgu ya da durum arasında bir ilişki oluşur. Buna göre, birey, daha önceden alışık olduğu bir problem karşısında ya da durum arasında bir bağlantı oluşturur. Nitekim var olan iki tasarı arasında oluşturulmuş önemli matematiksel değişimler yer almaktadır. Bu durumda birey aynı zamanda daha önce karşılaştığı durumdan, benzer bir niteliği ile anılan mevcut konumda yer alan olay, olgu ve durumun bir niteliği fark edildiğinde ya da diğer bir sorun içinde benzer bir niteliğin algıladığı bir probleme yönelmesi halinde yeniden geriye dönmektedir. Bunun dışında da yeni durumu oluşturulması ile var olan duruma benzer şekilde yeni bir durum sonucu meydana gelir. Ellis (2007b)

genelleme eylemlerini 3 ayrı alt başlık altında incelemiştir. Bunlardan ilişkilendirmeyi yine kendi altında 2, araştırmayı 4 ve genişletmeyi de 4 ayrı başlıkta incelemiştir. Genelleme eylemleri ve kategorileri Tablo 2.1.'de verilmiştir.

Tablo 2. 1. Genelleme Eylemleri (Ellis, 2007a)

<b>İLİŞKİLENDİRME</b>	1. <i>Durumları</i> <i>İlişkilendirme:</i> İki veya daha fazla durum arasındaki bir çağrışımın oluşması	<i>Geri Bağlantı:</i> Mevcut bir durum ve daha önce karşılaşılan bir durum arasındaki bir bağlantının oluşumu <i>Yeni oluşturma:</i> Mevcut duruma benzer olan yeni bir durumun ortaya çıkarılması
	2. <i>Nesneleri</i> <i>İlişkilendirme:</i> İki veya daha fazla mevcut nesne arasındaki benzerliklerin bir çağrışımının oluşması	<i>Özellik:</i> Her ikisine benzer özellikler üzerine odaklanarak nesnelerin çağrışımı <i>Form:</i> Benzer formları üzerine odaklanarak nesnelerin çağrışımı
<b>ARAŞTIRMA</b>	1. <i>Aynı İlişkiyi Araştırma:</i> İki veya daha fazla obje arasındaki sabit ilişkiyi belirlemek için tekrarlayan bir hareketin performansı	
	2. <i>Aynı Prosedürü Araştırma:</i> Tüm durumlar için geçerli olup olmadığını test etmek için bir prosedürün tekrarlanan performansı	
	3. <i>Aynı Örüntüyü Araştırma:</i> Belirlenmiş bir örüntünün karşılıklı tüm durumlar için geçerli olup olmadığını kontrol etmek için tekrarlanan performans	
	4. <i>Aynı Çözüm veya Sonucu Araştırma:</i> Hareketin sonucunun her zaman eşit olup olmadığını belirlemek için tekrarlanan bir hareketin performansı	
<b>GENİŞLETME</b>	1. <i>Uygulanabilirlik Alanını Genişletme:</i> Bir fenomenin, durumların orijinalinden daha geniş bir alanda uygulanması	
	2. <i>Ayrıntıları Uzaklaştırma:</i> Global bir durum elde etmek için aynı içeriksel detayların uzaklaştırılması	
	3. <i>İşlem:</i> Yeni durumlar ortaya çıkarmak için bir obje üzerinde işlem hareketi	
	4. <i>Devam ettirme:</i> Yeni durumlar ortaya çıkarmak için ortadaki bir örüntüyü tekrarlama hareketi	

**İlişkilendirme.** İki ya da ikiden fazla ele alınan olayı, olguyu veya durumu, sorunu birbiriyle ilişkilendirmek ya da arada bir bağ kurmak, ilişkilendirme sürecinin gerçekleştiğini göstermektedir. İlişkilendirme grubunda ele alınan ve gerçekleştirilen eylemler, amaçlı olabileceği gibi rastgele de olabilir. Öğrenciler bir ilişki kurmaya çalışırken, o ilişkinin nasıl kurulması gerektiğini de bilmemektedir. İlişkilendirme süreci iki biçimde oluşmaktadır: *Durumları ilişkilendirme* sürecinde iki ya da ikiden fazla sorun ya da durum arasında ilişkilendirme yapılır. Bu süreçte durum olarak ifade edilen, öğrenci açısından ele alınan ve durum olarak görülen herhangi bir şeyin ifadesidir. Öğrenci karşılaşmış olduğu olay, olgu veya durumu daha önce rastlamış olduğu bir problem ile ya da örnek ile *geri bağlantı kurarak* eskiye yönelik bir ilişkilendirme yapıyor olabilir. Ya da karşılaştığı durumun benzerliği üzerinden başlayarak başka *yeni bir durum oluşturmaktadır* ve aynı zamanda onunla da ilişkilendirme süreci oluşturmaktadır. *Nesneleri ilişkilendirme* sürecinde öğrenci, matematikte yer alan nesnelere arasında bir ilişkilendirme yapar. Bunu *özellikler* ya da *formlara* odaklanarak yapabilir. Böylece öğrenci bu süreçte iki ya da ikiden fazla grafik, tablo, denklem, problem ya da daha başka nesnelere benzerliği üzerinden hareket ederek bir ilişkilendirme gerçekleştirebilir. İlişkilendirme süreci matematiksel nesnelere şekil olarak ya da görsel benzerliklerinden yola çıkarak da yapılıyor olabilir.

**Araştırma.** Araştırma sürecinde kişi, benzer bir ögenin ortaya çıkması için girişimlerde bulunur. Bu girişimler sonucunda benzer bir unsur aranır ve bu süreçte sürekli tekrarlanan hareketler ortaya konulur. Kişi iki veya daha fazla nesne arasındaki matematiksel bir ilişkiyi saptama adına eylemlerde bulunursa, kişinin yaptığı bu eylemler *aynı ilişkiyi araştırma* olarak adlandırılır. Bu seviyede kişi matematiksel hesap yaparak oran hesaplama gibi işlemlere odaklanabilir. Aynı zamanda birbirini takip eden eylemlerde bulunarak tüm durumlar için geçerli olup olmadığını test etmek adına *aynı prosedürü* ya da *aynı örüntü aramaya* da gidebilir. Araştırma eylemleri çoğu zaman kişilerin birçok veri içeren sayılar arasındaki *ilişkileri çözümlemesinde* görülür. Bu çözümleme de daha çok tablolarla çalıştıkları zaman ortaya çıkar. Bu seviyede kişiler araştırma yaparken daha çok *prosedürler*, *örüntüler* veya *çözümler* üzerinde çalışırlar ve bunların ilişkileri üzerine odaklanırlar.

**Genişletme.** Bu eylem de yalnızca benzerlik ilişkisi ya da örüntü arasındaki farkı tanımlamakla kalmayarak, bu ilişkiler hakkında ya da örüntüye dâhil olarak

genel bir olay olgu ve durumu içinde barındıran yapısal genişletmeler söz konusudur. Genişletme eylemi sırasında birey zihinsel eylemlerini de genişletir. Bu da demek oluyor ki karşılaşmış olduğu problemin ya da durumun bir adım ilerisine gider. Bu hareket sonucunda birey, yeni bir geçerli tanım kümesini elde eder. Sınıfsal yeni elemanlar, yeni bir ilişki, yeni bir yapılanma ya da genel bir faktörün yeni bir tanımlamaya maruz kalması gibi yeni şeyler üretilir.

Genişletme eyleminde bulunan her öğrenci, iki ya da daha fazla olgu arasında benzerlik ilişkisinin varlığını farkına varmakla kalmayarak aynı şekilde bahsi geçen bu ilişkiye yönelik oluşmuş olan durumun bir adım ilerisinde daha genel bir yapıda tanımlanırsa, genişletme yapıyor olarak ifade edilir. Yapılan her genişletme sonucunda ortaya yeni bir ilişki, tanım, yapı gibi faktörler elde edilmektedir. Dolayısıyla burada öğrenci, karşılaştığı her ilişkiyi, ona sebep olan olgu, durum veya olayın bir adım ilerisinde daha geniş durumlara göre yürütürse, alanını o kadar çok büyütmüş olabilir.

Kişi, *ayrıntıları uzaklaştırarak* belirli bir problem içinde genelleştirdiklerini alıp daha sonra farklı bir probleme elde ettiği deneyimleri uyarlarken bazı detayları uzaklaştırırlar. Bu seviyede kişi bir özellik, ilişki veya diğer bir fenomen tanımlamalarından global bir durum elde etmek için bazı bağlamsal detayları uzaklaştırır. Aynı zamanda nesnelere bir sınıfını ve sınıftaki her nesne için tespit edilecek genel bir fenomeni tanımlamak için kullanılır.

Kişi bir fenomeni tanımlarken ya da fenomenin yeni özelliklerini geliştirmek için bir ilişki veya bir örüntü üzerinde bir işlem yaparsa *işlem* ile genişletme yapar. Eğer kişinin yaptığı işlemler, elde ettiği ilişkiyi veya örüntüyü değiştiriyorsa kişinin eylemleri işlemle ile genişletme olarak kategorilendirilir. Örneğin verilen  $a$  cm uzunluğundaki bir nesneyi iki parçaya ayırırken yaptığı 2'ye bölme işlemini, iki ayrıta bulunan başka bir nesne üzerinde de her kenarını 2'ye bölerek işlemle genişletme yapar. Burada kişi mevcut bölme işleminin temsilini değiştirmiş ve her iki kenarı da bölme şeklinde ifade etmiş olur. Kişi, saptadığı bir örüntüyü değiştirmeksizin tekrarlarsa *devam ettirme* ile genişletir. Bu sırada kişinin yaptığı eylemler işlemle genişletmedeki yaptığı eylemlerden kısmen daha farklıdır. İşlemde kişinin yaptığı eylemler matematiksel işlemlerle bir oranla ya da diğer ilişkilerle kalır ama devam ettirme de kişinin eylemleri örüntüye neden olan ilişki saptamasından daha çok örüntünün kendisi ile ilgilidir.

## Refleksiyon Genellemeleri

Kişi burada net bir biçimde tanımlanmış olan bir nitelik, örüntü ya da ilişkiyi belirtiyorsa, bu durum refleksiyon genellemesi başlığı altında kategorize edilmiştir. Aynı zamanda da sözlü ya da yazılı bir şekilde herhangi bir durum meydana çıkarılmıyor fakat yeni bir problem adına bir önceki olgulardan ya da olaylardan ulaşılmış olan bir fikri işleme koyuyorsa o zaman bir genelleştirmenin neticesinde hareket ediliyordur ve bu süreç de refleksiyon genellemesi adıyla adlandırılmaktadır. Yani kişi kendisine verilen bir duruma karşı tanımlamada bulunuyor ya da daha önceden saptadığı bir genelleştirmeyi kullanıyorsa refleksiyon genellemesi olarak tanımlanmıştır. Bu anlamda refleksiyon genellemeleri kişilerin genelleştirmedeki son durumlarını göstermektedir. Bu seviyede kişi yaptığı eylemlerle, davranışlarıyla ya da söylemleriyle bunu gösterir. Refleksiyon genellemeleri Tablo 2.2’de verilmiştir.

Tablo 2. 2 Refleksiyon Genellemeleri (Ellis, 2007a)

<b>BELİRLEME</b> veya <b>AÇIKLAMA</b>	1. <i>Fenomeni Devam Ettirme</i> : Spesifik bir durumun ötesinde dinamik bir özelliğin genişlemesinin saptanması
	<i>Ortak Özellik</i> : Objeler veya durumlar için ortak özellik saptanması
	2. <i>Özdeşlik</i> : Benzerlik veya ortaklık durumu <i>Nesneler veya Temsiller</i> : Benzer veya özdeş olan nesnelerin saptanması <i>Durumlar</i> : Benzer veya özdeş olan durumların saptanması
<b>TANIMLAMA</b>	<i>Kural</i> : Genel bir formül veya olay tanımlaması <i>Örüntü</i> : Genel bir örüntü tanımlaması
	3. <i>Genel Prensipten</i> : Genel bir fenomen durumu <i>Strateji veya Prosedür</i> : Spesifik bir durumun ötesinde bir metot genişlemesinin tanımlaması <i>Global Kural</i> : Bir nesne veya fikrin anlamının durumu
	1. <i>Nesneler Sınıfı</i> : Verilen bir ilişki, örüntü veya diğer fenomenlerin tümünü sağlayan bir nesneler sınıfının tanımlanması
<b>ETKİ</b>	1. <i>Önsel Fikir veya Strateji</i> : Daha önce geliştirilen bir genellemenin uygulaması
	2. <i>Modifiye Edilmiş Fikir veya Strateji</i> : Ortadaki bir genellemenin yeni bir problem veya duruma uyarlanması

**Belirleme veya Açıklama.** Bu aşamada kişi, herhangi bir duruma yönelik bir genelleştirmeyi oluşturmuş olduğu zaman genel bir şekil, örüntü, nitelik, formül ya da yöntemi isimlendirmiş olabilir ya da buna binaen farklı olay, olgu veya durum karşısında ya da problemlerde yer alan bir faktörü ifade edebilir. Dolayısıyla birey devamlılığı süren herhangi bir faktörün tanımlamasını yaptığı zaman sıradan bir şekilde spesifik bir örneklemin ötesinde genişletilen nitelikleri de ele almış olur.

Kişi *fenomeni devam ettirdiğinde* kendisine verilen standart bir örneğin ötesinde daha geniş özellikleri tanımlar. Bu tanımlamalar kişinin saptadığı ilişkiler arasındaki devamlılık, hareket veya dinamik ilişkinin bir anlamı ile ifade edilirler. Örneğin “bu bütün şekillerde aynıdır”, “her durumda ortaya çıkar”... gibi. Meydana getirmiş olduğu açıklama ve tanımlamalar iki ya da ikiden fazla problemler, olay, olgu, durum ya da nesnelere ile ilişkiler kurarak meydana getirilmiş olan algılamaları ile bir niteliği açık bir şekilde ifade edecek şekilde ise *özdeşlik* kategorisinde denilebilir. Belirlenen genel ifadeler ya da kural ve gerekçelerin tanımlanması ve açıklanması *genel prensip* olarak ele alınır. Kişi artık spesifik bir duruma bağlı olarak meydana getirilen hareketler ile sınırlandırılmış olmayan açılardan bakmayı öğrenir. Bu süreçte matematiksel ilişkileri tanımlayan sözlü tanımlamalar, yazılı açıklamalar ve cebirsel tanımlamaların ortaya çıktığı görülür. Genel stratejiler ya da prosedürlerin tanımlanması, artık özel bir durumda ortaya çıkarılan hareketlerle sınırlı kalmamış, daha genel ifadelerin ortaya çıktığı görülmüştür. Global kuralların açıklamaları ise matematiksel nesnelere üzerinden veya fikirlerin anlamları üzerinden yapılarak ortaya çıkar.

**Tanımlama.** Bireylerin karşılaştıkları herhangi bir model, ilişki, örüntü, sınıf ya da diğer faktörlerin temel özelliklerini nesnelere sınıfında ele alarak belirtirken yapılmış olan bütün açıklamalar *tanımlama* şeklinde ifade edilmektedir.

**Etki.** Bu süreçte ilk öncelerde meydana getirilip üzerinde çalışılmış olan her bir genellemenin sonucunda yeni faaliyetlerin üzerinde yaratmış olduğu etkisi söz konusudur. Buna bağlı, önsel faaliyetlerin yarattığı etkinin anlaşılması istenirse o zaman da bireyin geçmişi ya da önsel eğitimlere olan alışkanlıklar yoksa buna ulaşmak zor bir süreçtir (Yılmaz, 2011).

## 2.2. Dinamik Matematik Yazılımı ve GeoGebra Programı

Matematik eğitiminde bilgisayar destekli olarak düzenlenen eğitim ortamları, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine katkı sunmakta, bu kapsamda onların matematiksel becerilerini artırmasında ve geliştirmesinde önemli bir rol üstlenmektedir. Bu kapsamda düzenlenen bu ortamlar öğrencilerin karşısına çıkan bir problemin çözümünde hipotez kurması, hipotezini test etmesi ve varsayımda bulunmasını sağlar. Ayrıca işlemler sürekli yinelenen formatta olduğundan maliyeti düşük ve daha az enerji harcanabilecek durumdadır. Bu ortamların kullanılmasındaki temel amaç ise; birçoğu yıllar önce bulunan matematiksel teoremler hakkında öğrencilerin fikir sahibi olmasını sağlamaktır. Bununla birlikte bu programlar öğrencilerin bir matematikçi gibi matematiksel işlemler yaparken kendine has özgün bir düşünme tarzı geliştirmesini sağlamaktadır (Güven, Çelik ve Karataş, 2005).

Bu katkıyı sağlayan yazılımlar içinde ise matematik öğretme ve öğrenmeyi destekleyen ve iki ana unsur olan bilgisayar cebiri sistemleri (BCS) ile dinamik geometri yazılımları (DGY) dir. BCS kısaca, “matematiksel nesnelerin gösteriminde kullanılan semboller üzerinde işlemler yapma eylemleri” şeklinde tanımlanır. DGY ise noktalar, doğrular, üçgenler, çemberler ve bunun gibi geometrik şekiller arasındaki ilişkiler üzerine çalışma yaparlar. Cabri, Geometer’s Sketchpad ve Logo DGY içinde en çok tanınmış olanlarıdır (Horzum, 2010).

GeoGebra yazılımı ise noktalar, doğru parçaları, çokgenler ve benzeri geometrik şekiller üzerine çalıştığı için bir bakıma DGY olarak düşünülebilir. Diğer bir bakış açısı ile de değişkenlerin, denklemlerin ya da fonksiyonların direkt olarak girilebilme, cebirsel olarak tanımlanabilme ve süreç içinde değiştirilebilme yönleriyle bir BCS olarak ele alındığı düşünülebilir. GeoGebra programı cebirsel ifadelerle işlemler yapabilen matematiksel komutlar içeren sade bir BCS’dir. Bu manada GeoGebra’yı diğer yazılımlardan ayıran en temel özellik bir yönden BCS diğer bir yönden ise DGY olarak ele alınabilmesidir. Hohenwarter ve Jones, (2007), GeoGebra programı matematik eğitimindeki potansiyeli ve işlevselliği ile müfredatta yer alan geometri ve cebir arasındaki ilişkiyi kuran etkili bir yazılım olarak görülmektedir.

Matematik eğitiminde öğrenciye verilmesi gereken her kavram için somut modeller bulunmayabilir. Bu manada resim, diyagram, grafik ve şekiller ya da modeller rahatça oluşturulabildiğinden GeoGebra yazılımı matematikteki soyut

kavramların görselleştirilebilmesi açısından oldukça değerli görülmektedir (Taş, 2016).

Geometri ve matematik disiplinleri (örneğin cebir ya da analiz) birbiri ile bütünlük bir durumdadır. Bu sebeple bazen matematiksel bir dil ile belirtilen edilen durumları daha iyi ifade edebilmek için geometrik bilgi ve beceriler gerekmektedir. Bunlardan biri olan görselleme birçok farklı disiplinlerin de yer aldığı en önemli bileşen olarak ifade edilmektedir (Taş, 2016). Bu yaklaşım sayesinde bazı geometrik şekiller ve bu şekillere hitap eden geometri konuları ve kazanımlar daha açık ifade edilir ve anlaşılır bir hale getirilmiş olur. Bu konuda daha önce yapılmış olan araştırmalarda öğrencilerin görsel-uzamsal yeteneklerinin geometrideki birçok konunun öğrenilmesini etkilediğini ve bu becerilerin üzerinde daha çok durulması gerektiğini vurgulamaktadır (Işık ve Konyalıoğlu 2005). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NTCM, 2000), geometriyi öğrenmek için somut materyallerin, manipülatiflerin, grafiklerin ve dinamik geometri yazılımlarının önemli olduğunu ve ayrıca Cabri, Geometry Inventor, Cinderella, Geometer's Sketchpad vb. gibi DGY'nin öğrencinin şekiller arasında ilişki kurmasını ve yorumlar yapabilmesini kolaylaştırdığını ifade etmiştir.

Özet olarak GeoGebra programı, geometri konusunun daha ifade edilebilir, açık ve anlamlı bir şekilde sunulmasına olanak sağlamaktadır. Bu sebeplerden ötürü bu çalışmada DGY birisi olan GeoGebra programı kullanılmış ve katılımcılara verilen her bir matematiksel manipülatif için ayrı ayrı çizimler yapılmıştır.

### **2.3. Matematiksel Manipülatifler**

Manipülatif yabancı kökenli bir kelime olup anlamı herhangi bir nesneye dokunarak, kullanarak ve fiziksel özelliklerini değiştirerek farklı bir şekle döndürme anlamına gelmektedir (Durmuş ve Karakırık, 2006). Öğretim açısından bakıldığında manipülatifler programda belirlenen ve hedef kazanımlarda yer alan kavramların somutlaştırılmasında kullanılmaktadır. Bu somutlaştırma işlemi somut olarak öğrencilerin dokunduğu üzerinde işlemler yapabildiği şekillerde olabilirken bilgisayar ortamında modelleyerek de yapılabilir. Bu manada manipülatifler somut ve sanal olarak kendi içinde iki başlıkta incelenmektedir. Bunlardan sanal manipülatifler bilgisayar ortamında özellikle bazı soyut kavramların modellenerek somutlaştırılmasıyla, somut algılama düzeyinde olduğu varsayılan ilköğretim öğrencilerinin kavramları daha iyi anlama, kavramlar üzerinde yorum yapabilme ve

kavramları problem çözmeye yardımcı olan yeteneklerini geliştirmelerinde yardımcı olduğu varsayılmaktadır. Türkçede sanal manipülatif kelimesi ayrıca "öğrenme nesnelere" ve "soyut modeller" olarak kullanılmaktadır. Somut manipülatifler de, matematiksel bilgileri ve kavramları içeren, farklı duylara hitap eden ve öğrenciler tarafından dokunup hareket ettirilebilen modeller olarak adlandırılır (Hynes, 1986). Yine benzer şekilde kişi tarafından matematiksel düşünmenin teşvik edilmesi sonucu duysal bir şekilde ele alınabilen nesnelere (Swan ve Marshall, 2010) olarak da tanımlanabilir.

NCTM (2000), matematik eğitiminde kullanılan manipülatifleri, sürecin içinde kullanılması gereken standartlardan biri olarak temsil (representation) şemasında belirtmektedir. Bu açıdan bakıldığında manipülatiflerin matematik eğitiminde nesne olarak kullanılması faydalı ve önemlidir. Hali hazırda daha önceden yapılmış olan çalışmalar da bu kanıtı destekler niteliktedir (Bohan ve Shawaker, 1994; Clements ve McMillen, 1996; Kelly, 2006; Mutluoğlu ve Erdoğan, 2017; Ross ve Kurtz, 1993).

Konu ile ilgili yapılmış olan eğitim araştırmaları da manipülatiflerin öğrencilerde matematiksel bir anlayış geliştirmeye katkı sunduğunu ve bunun öğrencilere büyük deneyimler sağladığını göstermektedir (Boggan, Harper, ve Whitmire, 2010). Somut manipülatiflerle birlikte desteklenen sanal manipülatiflerin de bu deneyime ayrıca katkı sunduğu düşünülmektedir. Bu manada özellikle henüz somut işlemler döneminde yer alan öğrencilerin, bilgisayar ortamında bazı soyut kavramların modellenerek somutlaştırılmasıyla kavramları daha iyi anlama, kavramlar hakkında yorum yapabilme ve bu kavramları problem çözmeye yardımcı olan yeteneklerini geliştirmelerinde yardımcı olduğu görülmüştür (Durmuş ve Karakirik, 2006; Ross, 2008). Benzer şekilde, manipülatiflerin uzun süreli kullanımının öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine katkı sunduğu, matematik başarılarını arttırdığı incelenen meta analiz çalışması ile de saptanmıştır (Sowell, 1989). Özetle, matematik eğitiminde manipülatiflerin kullanımı, matematiğin öğretilmesini, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesini kolaylaştırabilir (Baki, Kosa, ve Guven, 2011). Öğretim yöntem ve teknikleriyle ilgili olarak da manipülatifler, eğitim öğretime sunduğu katkıyla birlikte kullanımı açısından kolay ergonomik yapıda olması sebebiyle öğretmen adayları tarafından güçlü bir şekilde benimsenmiştir (Swars, 2005). Bu sebeple manipülatif

kullanımının öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından kullanımının yaygınlaştırılması, bu konuda gerekli kılavuzların hazırlanması ve nasıl kullanılması gerektiğinin öğretilmesi matematik eğitime sunacağı katkı açısından oldukça önemlidir (Çakıroğlu ve Tuncay, 2007).

Suydam ve Higgins (1977), derslerde manipülatif materyalleri içeren etkinliklerin uygun şekillerde kullanıldığında başarılı olunacağını düşünmektedir. Aynı çalışmada manipülatiflerin kullanılmadığı derslere göre manipülatif kullanılan derslerdeki başarının daha fazla olduğu görülmüştür. Benzer şekilde bu konuda yapılan çalışmalarına göre manipülatifler öğretim programının tamamında tutarlı bir şekilde sıklıkla kullanılmalı, öğretim programının hedefleri ile manipülatif olarak kullanılan materyaller, resimler, diyagramlar, ders kitapları, filmler ve benzeri materyaller uygun olmalı, manipülatifler matematik içeriğine ve matematiğe uygun şekillerde kullanılmalı, keşfedici ve tümevarımsal yaklaşımlarla birlikte kullanılmalı, mümkün olan en basit malzemelerden oluşturulmalı, sonuçların kaydedilmesini teşvik eden programlarla birlikte kullanılmalıdır.

Heddens (2005), matematik eğitiminde manipülatif kullanımının öğrencilerin gerçek dünya durumlarını matematik sembolizmiyle ilişkilendirmelerine, sorunların çözümünde birlikte işbirliği içinde çalışmalarına, matematiksel fikir ve kavramları tartışmalarına, matematiksel düşüncelerini sözlü olarak ifade etmelerine, kalabalık bir grubun önünde sunum yapmalarına, sorunları çözenin birçok farklı yolunun olduğunu yaparak yaşayarak öğrenmelerine, matematik problemlerinin birçok farklı şekilde sembolize edilebileceğini öğrenmelerine ve matematik problemlerini öğretmenlerin yönlendirmelerine uymadan çözebileceklerini fark etmelerine yardımcı olacağını ileri sürmektedir.

Alan yazın incelendiğinde manipülatiflerle gerçekleştirilen bazı araştırmaların; Ojose ve Sexton (2009), Björklund (2014), Toston (2017), Manches ve O'Malley (2016), Uttal, Scudder ve Deloache (1997) ve Erdoğan, Parpuçu ve Boz (2017) tarafından okul öncesi dönem; Corsi (2014), Fennema (1997), Liggett (2017), Sarama ve Clements (2009) tarafından ilkokul seviyesi; Kontaş (2016), Larbi ve Mavis (2016), Moch (2002), Stein ve Bovalino (2001) tarafından ortaokul seviyesi; Moyer (2001), Moyer-Packenham, Salkind ve Bolyard (2008) tarafından öğretmen adayı üniversite öğrencileriyle gerçekleştirdiği görülmektedir.

## **2.4. Özel Yetenekli Öğrenciler ve Genelleme Süreci**

Üstün yeteneklilik ya da özel yeteneklilik literatürde halen tam olarak tanımlanamamış ya da anlaşılması güç kavramlardan birisi olarak görülmektedir (Yazgan Sağ, 2019). Oldukça uzun yıllardan bu yana bu alanda fazlaca çalışmanın yapılmış olmasına rağmen bu kavramın net bir tanımının yapılmamış olması bu duruma gerekçe olarak gösterilebilir. Kavram tanımı tam olarak yapılamasa da üstün yeteneklilik tanımlamasında Terman (1926) yaptığı çalışmasında önerilen Stanford-Binet Zekâ Testi'nde 140 puan ve üstü ölçütü kullanılmıştır. 1950'lerde ise bu test Guilford (1956) tarafından yaratıcılığı da kapsayacak şekilde genişletilmiştir (Milgram, 1991). Daha kapsamlı bir yapılanma içinde uygulanan tanımlama testleri sonucunda bu bireyler üstün yetenekli bireyler olarak adlandırılmıştır. Bu bağlamda bu bireyler genel zihinsel yetenek, işbirlikli düşünme, akademik başarı, liderlik vasfı, görsel sanatlar ve psikomotor beceriler gibi alanların bir ya da birkaçında olağan dışı yetenekleri olan; yüksek performansa sahip olduğu alan uzmanları tarafından tanımlanmış ve normal eğitim programlarının yanında yeteneklerine göre düzenlenmiş eğitim programları ile desteklenmesi gereken bireyler olarak tanımlanmıştır (Marland, 1971). Ülkemizde ise, Bilim ve Sanat Merkezleri (BİLSEM) Yönergesine göre bu bireyler yaşlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren öğrencilerdir (MEB, 2021 ). Bununla birlikte üstün yeteneklilik alanında yapılan araştırmalarda küresel çapta gittikçe artan bir ilginin olduğu da görülmektedir (Leikin, 2009). Bu kapsamda bu alanda yapılan ilk çalışmalarda Galton, Binet, Simon ve Terman tarafından çalışmaların olduğu görülmektedir (Davis ve Rimm, 2004). Ardından Alfred Binet ve öğrencisi Theodore Simon tarafından geliştirilen zekâ testi ve devamında Lewis Terman tarafından aynı test üzerinde düzenlemeler yapılarak son halini alan Stanford-binet testi olarak çalışmalar yürütülmüştür (Davis ve Rimm, 2004). Ülkemizde ise 1963 yılında Türkiye Bilim ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK)'nın kurulması ve bundan bir sene sonra Türkiye'de ilk fen lisesi olan Ankara Fen Lisesi'nin açılması bu kapsamda ülkemizde atılan ilk adımlar arasında sayılabilir (Sak, Ayas, Sezerel, Öpengin, Özdemir ve Gürbüz 2015).

Son zamanlarda üstün yetenekliliğin yaygın olarak kabul edilen teorik dayanağının olmayışı sonucunda araştırmacıların olaylara farklı bakış açılarıyla yaklaşımlarına sebep olmuştur (Yazgan Sağ, 2019). Bu kapsamda yapılan çalışmalar

neticesinde çok çeşitli görüşlerle uyumlu olacak şekilde, üstün yetenekliliği tarif etmeye çalışmaktadır. Bu kapsamda Renzulli (2003) tarafından üstün yetenekliliği tanılamaya çalışan bir model geliştirilmiştir. Bu sistemin odak noktası, “Yetenek Havuzu” öğrencileridir. Renzulli’ye göre, üstün yetenekli bireylerin popülasyonu çok çeşitlidir. Bu nedenle üstün yetenekli bireyin tek bir evrensel imajı oluşturulamaz. Aynı durum tanılama için de geçerlidir. Bu kapsamda Renzulli beş basamaklı bir plan hazırlamış ve bu plana göre üstün yetenekli bireylerin tanılanmasını öngörmüştür. Bu modelde üstün yetenekli davranışı; ortalamanın üzerinde yetenek, görev üstlenme (motivasyon) ve yaratıcılığın bir etkileşimi olarak tarif etmiştir. Bu tanıma göre üstün yetenekli kişi, bu üç özelliğe hâkim olan, bu özellikleri geliştirebilen ve ayrıca bu özellikleri çeşitli alanlara uygulayabilme potansiyeline sahip olan kişidir. Maker (1994) ise, öğrencilerin problem çözme performanslarının değerlendirilmesinin üstün zekâlılığın bir değerlendirmesi olduğu, basit problemleri çözmekten çok kompleks problemleri çözmeye becerisinin üstün zekâlılık hakkında bilgi verdiğini düşünmektedir. Bu kapsamda Discover Problem Matrisi adı altında bir problem geliştirme modeli üretmiştir. Matris iyi yapılandırılmış problemlerden iyi yapılandırılmamış problem aralığında yer alan 6 problem türü içermektedir. Performansa dayalı tanılama sürecidir. Etkili, mükemmel ve ekonomik bir şekilde karmaşık problemleri çözmeye yeteneğini değerlendirir. Hem eğitim etkinliklerinin hem de üstün yeteneği tanılama ve değerlendirme araçlarının tasarlanmasında kullanılmaktadır. Mönks (1992) tarafından geliştirilen bir diğer model ise “ENTER” modelidir. Bu modele göre tanılama planının “teorik model”, “kaynaklar” ve “tanılama amacı” olmak üzere üç özel koşula bağlı olduğunu belirtilmektedir. Sternberg (2003) ise Başarılı Zekâ Teorisinde (Theory of Successful Intelligence) üstün yetenekli bir bireyin; analitik, yapay ve pratik yetenekliliğe sahip olduğunu belirtmektedir. Analitik yetenekler; kişinin bir olayı mukayese ederken, analiz edip yorumlarken ve bu yorum üzerinde değerlendirme yapıp karar verirken etkili olan yetenekleri olarak adlandırılır. Yapay yetenekler ise sentezi gerektiren orijinal fikirler üretirken kullanılan yeteneklerdir. Son olarak pratik yetenekler ise gerçek hayatta karşılaşılan problemlerde diğer iki yeteneklerin bir arada kullanabilme becerisinin gerektirdiği yetenekleri kapsamaktadır.

Leikin, Koichu ve Berman (2009) tarafından farklı sınıf ortamlarında, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını keşfetmeyi amaçlayan bir çalışma

yürütülmüştür. Bu çalışmaya göre matematiksel üstün yetenekliliğin sınırları incelenmiş bireylerin problem çözme davranışları betimlenmiştir. Çalışmada genel yeteneklilik kavramının matematiksel problemleri çözmeye de etkili olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca problem çözme literatüründeki problem çözme davranışları olan (i) problem çözmeye stratejik davranış, (ii) birden çok yolla problem çözme ve (iii) verilen bir problem ile ilgili yeni problemler kurma dikkate alınmıştır. Pitta-Pantazi, Christou, Kontoyianni ve Kattou (2011) tarafından literatüre kazandırılan, üstün yetenekliliğin alana özgü ve çok boyutlu olduğunu varsayan ayrı bir çalışma da mevcuttur. Bu çalışma; öncelikle doğuştan gelen kabiliyetler ve yetenek arasında bir ayırım yapmaktadır. Bazı doğuştan gelen yeteneklerin (zekâ, işleyen bellek, bellek işleme hızı ve bellek kontrolü) matematiksel üstün yeteneklilik için ön şart olduğu düşünülmektedir. Matematiksel üstün yeteneklilik, matematiksel becerilerin (nitel-analitik, nicel-ilişkisel, nedensel-deneysel, uzamsal-ımajinal, sözel-önermesel) ve matematiksel yaratıcılığın (akıcılık, esneklik, orijinallik) birleşimiyle meydana gelmektedir (Yazgan Sağ, 2019).

Matematikte üstün yeteneğin ne olduğu konusunda ise araştırmacılar farklı tanımlamalarda bulunmuşlardır (Akar, 2015 ). Bu tanımlamalar kendi içerisinde iki grupta ele alınabilir. Bunlardan ilki bireylerin matematik testlerinde göstermiş oldukları başarı olarak düşünülmüştür. Yani matematikte üstün yetenekli öğrencinin tanımlanabilmesi için öncelikle matematik başarısı ölçülmüştür. İkincisi ise bu başarının yansıması olarak ifade edilmiş, dolayısıyla matematik dersinde başarılı olan öğrencilerin matematikte üstün yetenekli olduğu varsayılmıştır (Akar, 2015). Ulusal Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi tarafından yapılan tanımda da (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) benzer ifadelerin izleri görülmektedir. Matematikte üstün yetenekli birey: “Standart başarı testlerinde %95 ya da üzerinde başarı gösterenler” olarak tanımlanmıştır. Bu ifade uzun bir süre boyunca genel kabul görmüştür. Bununla birlikte, matematikte üstün olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre bu alanda daha erken geliştiği, yani bu öğrencilerin üst düzey bilgileri anlamada daha kabiliyetli olduğu kabul gören diğer bir varsayımdır (Akar, 2015).

Özel yetenekli bireyler kendi içlerinde ayrı yeteneklerinin olduğu, ayrı ilgi alanlarının bulunduğu ve öğrenme tercihlerinin farklı olduğu bireylerdir. Bir bireyin özel yetenekli olarak tanımlanmış olması onu birbirinin benzeri olan bir topluluğun

parçası yapmaz, aksine farklı yanları bulunan bireyler grubuna dâhil eder (Kanlı, 2021). Davis ve Rimm (2004) yaptığı çalışmasında özel yetenekli bireylerin olumlu ve olumsuz yönlerini tablo halinde sıralamıştır. Bu tabloya göre özel yetenekli öğrenciler öğrenmekten keyif alan, araştırmacı bir ruha sahip olan, üst düzey analitik yeteneğe sahip olan, soyut, karmaşık, mantıksal ve sezgisel düşünme becerileri gelişmiş olan meraklı bireylerdir. Bu manada özel yetenekli öğrencilere daha önce karşılaşmadığı bir problem verildiğinde, onlarda merak uyandırması ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirmesi oldukça önemlidir. Bu manada öğretim programlarının da en önemli amaçlarından biri olan genelleme becerilerinin geliştirilmesi özel yetenekli öğrencilerde daha etkili izlenebilir ve geliştirilebilir. Aynı zamanda genelleme süreçleri öğrencilerin sembollerini tanımlamaları ve benimsemelerine ön ayak olduğu ve aritmetikteki ön bilgileri ile ilişki kurabilmelerine katkı sağladığı Lannin (2005) tarafından ifade edilmiştir.

Bu bilgilerden hareketle özel yetenekli bireyler matematiğin gelişim sürecine ve uygulamaya dökülmesine katkı sağlayabilecek bireylerdir. Bu sebeple bu bireylerin matematik kavramını nasıl algıladıkları oldukça önemlidir. Araştırmalara göre matematik derslerinde özel yetenekliler problemlerin çözümünde yaratıcılığını ortaya koyan bireyler olarak tanımlanmaktadır (Miller, 1990; Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012). Ayrıca Sowell, Zeigler, Bergwell ve Cartwright (1990) matematiksel alanda özel yetenekli öğrencilerin, kendinden yaşça büyük öğrencilerin yapabildiği matematiksel becerileri sergilediğini de belirtmişlerdir.

Genelleme taksonomisinin ana unsurunu Lobato (2003)'nun ele almış olduğu öğrenen odaklı transfer yaklaşımı oluşturmaktadır. Bu taksonomi genel itibariyle, öğrencinin karşılaşmış olduğu verileri kendi zihinlerinde bulunan bilgiler kapsamında kurulan benzerlik süreçleri açıklamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin kendi donanımları sayesinde olup bitenler, araştırmanın odak noktasına alınır. Ancak öğrencilerin zihinsel öğrenme süreçlerinin analizini tam ve net bir biçimde sağlamak zordur. Nitekim son dönemlerde matematik alanı çalışmalarında en çok tercih edilen eylemlerin öğrenci zihinlerindeki verilerin ve zihinlerinde konu bazında neler olup bittiğiyle ilgili önemli ipuçlarına ulaşabilmektir. Dolayısıyla bu yaklaşımda, özel yetenekli öğrencinin ele aldıkları problemler arasında kurmuş oldukları benzerlikler ve bunları oluşturma süreci, öğrenci açısından ele alındığından dolayı yeni bir boyut olarak ifade edilmektedir. Bu yeni boyut olarak ele alınan eylemlerde süreçlerin

geçişini en kolay sağlayan gruplar da özel yetenekli öğrencilerdir. Bu öğrencilerin genelleme sürecine dayalı olarak yaptıkları terimler arasında bağlantı kurma, kendi donanımlarıyla kurmuş oldukları benzerlikler elde edilen verilerin daha çok olmasına, bu sebeple veriler üzerinde daha çok yorum yapma olanağı sağlamıştır.

Ayrıca Budak (2007), özel yetenekli öğrencilerin genelleme yetenekleriyle ilgili olarak ilgi ve alakalarını çeken matematiksel olay, olgu ve durumları analiz etmeye daha yatkın olduklarını ifade etmekle birlikte, yapı üzerine dikkatlerini verdikleri zaman çok rahat bir biçimde yapıdaki anlamı çözdüklerini belirtmiştir. Bu öğrenciler bu kapsamda çözülen sorunlar karşısında matematiksel ilişkileri fark etmeye başladıkları an hızlıca somut düşünceden soyut düşünceye doğru eğilim gösterirler ve edindikleri bilgileriyle genelleme yapabilirler.

Dolayısıyla bu araştırmada elde edilen bilgiler doğrultusunda özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerini, onların bakış açısından incelemek ve onların yaptığı genelleme eylemlerine ilişkin zihinsel aktivitelerini anlamak amaçlı çalışma yapılmıştır.

## **2.5. İlgili Çalışmalar**

Bu başlıkta sırası ile özel yetenekliler alanında yapılan çalışmalara, ardından manipülatiflerle ilgili çalışmalara ve dinamik geometri yazılımlarını konu edinen çalışmalara bu çalışmaya benzer olanlara ağırlık verilerek ve sonuçlarından faydalanılması esasıyla yer verilmiştir.

Ülkemizde matematik eğitimi alanında özel yetenekli öğrencileri ele alan çalışmalar genel olarak incelendiğinde, tanılama çalışmalarının yanı sıra bu öğrencilere yönelik öğretim uygulamalarının oldukça fazla olduğu görülmektedir (örneğin, Akay, 2018; Altıntaş, 2014; Battal-Karaduman, 2012; Budak, 2007; Karataş, 2013; Kök, 2012; Özçelik, 2017; Özyaprak ve Davaslıgil, 2015; Taş, 2018; Türk, 2018). Ayrıca eleştirel düşünme, başarı seviyesi, tutum ve kaygı, öz-yeterlik ve benlik, uzamsal yetenek, işlemsel düşünme, problem çözme, akıl yürütme, matematiksel düşünme, ispat yapma gibi birçok başlıkta ele alınan çalışmalar da bulunmaktadır (örneğin, Akkaş, 2014; Aygün, 2019; Boran, 2016; Dinamit, 2020; Gürel, 2011; İnanır, 2019; Karataş, 2013; Kök, 2012; Taş, 2018; Taşkın, 2016). Ülkemizde özel yetenekliler alanında yapılan çalışmaların gün geçtikçe artmasına rağmen yürütülen çalışmalarda deneysel ve uygulamaya yönelik çalışmaların yeterli seviyede olmadığı ya da hep aynı çerçeveden bakılarak çalışmaların yürütüldüğü

belirtilmektedir (Ayvacı ve Bebek, 2019; Koçak, 2020). Bu sebeple yaptığı araştırmasında Nacar (2015), Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalarda üstün zekâlılar ve özel yeteneklileri ele alan çalışmalarda sıklıkla nicel yöntemin daha fazla kullanıldığını belirtmektedir. Benzer şekilde, Ayvacı ve Bebek (2019) tarafından da nicel yöntemlerin kullanılarak özel yetenekli öğrencilerin bireysel özelliklerini ve becerilerinin araştırıldığını da ifade etmiştir. Güçin ve Oruç (2015) çalışmasında ise konu ile ilgili çalışmaların genellikle akademik bildirilerden oluştuğu belirlenmiştir. Ayrıca üstün zekâlı ve özel yetenekli bireylere yönelik durum saptama ile eğitimlerini konu edinen çalışmaların daha fazla olduğu tespit edilmiştir (Kaya, 2021).

Geçmişten günümüze doğru üstün yeteneklilik alanında yapılan araştırmalar üstün yetenekli bireylerin tanımlanmasından daha çok bu bireylerin nasıl düşündüklerine ağırlık verilerek yapılmıştır. Bu sebeple yapılan çalışmaların çoğunda matematiksel yeteneğe sahip bireylerin karakteristik özelliklerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır (Yazgan Sağ, 2019). Freiman (2003) çalışmasında bu bireylerin karakteristik özelliklerini şu şekilde sıralamıştır.

- Özel yetenekli öğrenciler matematiği severler. Bu öğrenciler matematiksel becerilere dayalı işlem yapmaktan hoşlanırlar. Ayrıca matematik ile ilgili etkinlikleri yapmak için zaman harcamayı da severler. Bunlarla birlikte sayılar, formüller, şekiller, grafikler gibi matematiksel ilişkileri birbiriyle bütüncül olarak ifade etmekten zevk alırlar.

- Matematikte özel yetenekli öğrenciler ilgilendikleri konu ile ilgili daha çok şey öğrenmek isterler. Bireyler bu isteklerini; kendini motive ederek meraklı, ısrarcı, keşif odaklı ve girişimci bir ruha sahip olarak yerine getirirler.

- Özel yetenekli öğrenciler matematik alanında olmasa bile birçok öğrenim durumlarında matematiksel olarak düşünürler. Yani bu gruptaki öğrenciler, bilgiyi işlemsel düşünme becerisine, bilgiyi organize ve analiz etme becerisine, örüntüleri ve ilişkileri saptayabilme becerisine, verileri yorumlama, genelleme yapma becerisine, mantıksal olarak ispatlama ve açıklama becerisine sahiptirler.

Altıntaş (2009) çalışmasında özel yetenekli öğrencilere 3 aşamalı Purdue modeli kullanılarak etkinlik tasarlanmış ve deney-kontrol grupları oluşturularak ilgili etkinlik gruplara uygulanmıştır. Sonuçta da, modele dayalı olarak geliştirilen etkinlik

ile işlenen dersin, müfredatta yer alan konuyla ilgili etkinliklerle işlenen derse göre deney grubundaki öğrencilerin başarı, eleştirel düşünme ve matematik problemi çözme tutumlarını arttırmada daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öztürk, Akkan ve Kaplan, (2014) tarafından üstün yetenekli öğrencilerin matematik kavramına ilişkin sahip oldukları zihinsel imgeleri ortaya çıkarmak amacıyla nitel bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada odak grup görüşmeleri içerik analizi yoluyla yapılmış ve çalışmaya katılan öğrencilerin 16 farklı metafora sahip olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Batdal (2010) tarafından “Üstün Yetenekli Öğrenciler İçin Uygulanan Farklılaştırılmış Matematik Eğitim Programları” adıyla bir çalışma yürütülmüştür. Bu çalışmada dünyanın farklı yerlerinde uygulanan matematik programları incelenmiş ve üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde matematik öğretiminin önemi ve farklılaştırılmış eğitim programının gerekliliğine dikkat çekilmiştir.

Karabey (2010) tarafından yapılan çalışmada “İlköğretimdeki üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı problem çözmeye yönelik erişim düzeylerinin ve kritik düşünme becerilerinin belirlenmesi” başlıklı araştırma yapılmıştır. Çalışmada 32 6. Sınıf, 32 7. Sınıf öğrencisi alınarak çalışma grubu oluşturulmuş ve katılımcıların yaratıcı problem çözme becerileriyle eleştirel düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerinin yaratıcı problem çözme becerilerine oranla daha yüksek olduğu görülmüştür.

Manipülatif kullanımı son yıllarda matematik eğitiminde kullanılan öğretim stratejilerinden birisidir. Konuyla ilgili yapılan araştırmalarda bu alanda yapılan çalışmaların sonuçlarına değinilmiştir. Manipülatif kullanımı öğretmenlere derslerin planlanması ve stratejilerin uygulanması aşamasında rehberlik ederken öğrencilere de daha faydalı ve verimli etkin bir öğrenme ortamı sunulmasına katkı sağlamaktadır (Berkseth, 2013). Bu katkı Çetin, Aydın ve Yazar (2019) tarafından yapılan çalışmada da ortaya çıkarılmıştır. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik derslerinde somut ve sanal manipülatif kullanımına ilişkin tutumlarının farklı değişkenler açısından incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada ayrıca manipülatif kullanma ile ilgili öğretmenlerin ihtiyaçlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular neticesinde,

öğretmenlerin % 65,8'inin derslerinde manipülatif kullandıkları ortaya çıkmış ve hangi konularda daha çok kullandıkları belirlenmiştir. .

Ortaokul öğrencilerine yönelik manipülatiflerle ilgili Yaman ve Şahin (2014) tarafından yapılan çalışmada ise somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi araştırılmıştır. Bu kapsamda 56 öğrenci katılımcı olarak belirlenmiştir. Araştırma sonucunda somut ve sanal manipülatif destekli eğitim alan gruptaki öğrenciler ile ilköğretim matematik dersi öğretim programının öngördüğü şekilde eğitim alan gruptaki öğrencilerin geometrik yapıları inşa etme ve çizme başarı testi puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğu bulunmuştur. Araştırma öğrencilerin geometrik yapıları inşa etme ve çizme konusundaki başarılarının somut ve sanal manipülatif destekli eğitim ile arttırılabileceğini ortaya çıkarmaktadır.

GeoGebra dinamik yazılımı ilk kez bir yüksek lisans tezi kapsamında geliştirilmiş ve ilköğretimden yükseköğretime kadar matematik öğretimi için geliştirilmiş ücretsiz kullanıma açık bir dinamik matematik yazılımıdır. GeoGebra, dinamik geometri yazılımlarının kullanım kolaylığını ve bilgisayar cebiri sistemlerinin temel özelliklerini bir araya getirmektedir. Bu manada geometri, cebir ve hatta matematik analiz disiplinleri arasındaki ilişkileri görselleştirmeye yardımcı olmaktadır (Hohenwarter ve Preiner, 2007). Bu kapsamda Genç ve Öksüz (2016) yaptıkları çalışmada da GeoGebra programını kullanmışlar ve 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konusunun, dinamik matematik yazılımı ile öğretiminin, başarıya ve kalıcılığa etkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırmada ön test - son test kontrol gruplu yarı deneysel araştırma modeli kullanılmıştır. Beş haftalık bir süre boyunca deney grubu ile yapılan matematik derslerinde, çokgenler ve dörtgenler konusu, dinamik matematik yazılımı ile işlenmiş, kontrol grubunda ise yürürlükte olan program takip edilmiştir. Araştırmanın sonucunda; çokgenler ve dörtgenler konusunu dinamik matematik yazılımı ile öğrenen deney grubu öğrencileri ile bu programın kullanılmadığı kontrol grubu öğrencilerinin son testleri arasında istatistiksel düzeyde deney grubu lehine anlamlı bir farklılık tespit edilmiş ve deney grubu öğrencilerinin konuya ilişkin bilgilerini daha uzun süre muhafaza edebildikleri tespit edilmiştir.

Benzer şekilde Erdener ve Gür (2019) çalışmasında da ortaokul matematik derslerinde dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad kullanımı ile ilgili öğrenci görüşlerini incelemiştir. Çalışmanın içeriğinde öğrencilere matematik derslerinde GSP kullanımına ilişkin görüşleri sorulmuştur. Görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Çalışmanın sonunda öğrencilerin matematik öğrenmeye ilişkin görüşlerinin GSP kullanımı sayesinde olumlu yönde değiştiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca matematik derslerinde GSP'nin kullanılması öğrencilerin geometri kavramlarını öğrenmelerini kolaylaştırdığı ve öğrenilen kavramların akılda kalmasını geliştirdiği savunulmuştur.

Deniz (2009) çalışmasında ise ilköğretim 7. sınıf geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin erişim düzeylerine etkisini ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesini araştırmıştır. Çalışmada hem nicel hem de nitel yaklaşımlar bir arada kullanılmıştır. Çalışma grubu olarak 40 tane 7. sınıf öğrencisi seçilmiş ve öntest son test gruplu model çalışma deseni olarak belirlenmiştir. 4 hafta boyunca oluşturulan grupların birine geleneksel öğretim yöntemi, diğerine ise dinamik geometri yazılımları kullanılarak bilgisayar destekli öğretim yöntemi uygulanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında, dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı deney grubu öğrencilerinin geometrik cisimler erişim ortalamalarıyla, kontrol grubu öğrencilerinin erişim ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı fark bulunmuştur. Bununla birlikte uzamsal yetenekleri açısından deney grubu ile kontrol grubu arasında anlamlı farka rastlanmamıştır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli ve deseni, araştırmanın tasarlanması ve yürütülmesi, pilot çalışma, katılımcılar, veri toplama araçları, etkinlikler ve veri toplama süreci, verilerin analizi ve çalışmanın geçerlik ve güvenilirliği hakkında bilgiler verilmektedir.

#### 3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerinin dinamik yazılım destekli ve matematiksel manipülatif katkılı ortamda incelenmesi amaçlanmaktadır. Matematiksel genelleme sürecinin doğasından kaynaklı sofistike ve karmaşık yapısı gereği, sürecin çözümlenebilmesi ve derinlemesine incelenebilmesi için çalışma nitel olarak modellenmiştir. Böylece, çeşitli değişkenler kontrol edilmeye çalışılmadan tam tersine tüm süreçteki sorgulamalar araştırmanın doğal ortamında ve müdahalesiz gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların matematiksel genelleme yaparken kendi zihinsel süreçlerinde neler geçirdikleri ve süreci nasıl algılayıp anlamlandırmaya çalıştıkları yorumlanmaya çalışılmış ve tüm bunların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül şekilde ortaya konmaya çalışılmıştır. Ayrıca, nitel araştırmada araştırmacının çalışmanın temel unsurlarından biri olduğu bilgisi beraberinde çalışmadaki ortaya çıkan ve etkileşimli tüm etmenler ve aşamalar ayrıntılı bir şekilde analiz edilmeye çalışılmıştır (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2012; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

##### 3.1.1. Araştırma Deseni

Araştırma, çoklu durum çalışması olarak desenlenmiştir. Ele alınan durumlar ise 6., 7. ve 8. sınıf özel yetenekli öğrencilerdir. Araştırmanın farklı kaynaklarda örnek olay incelemesi, vaka çalışması ve İngilizce adıyla 'case study' olarak da anılan durum çalışması olarak desenlenmesinin sebebi ise araştırmacının araştırma ortamına girmesi gerekliliği ve tüm sürecin nasıl gerçekleştiğini derinlemesine ortaya koymaya amaçlamasıdır. Böylece, ortaokulda üç sınıf seviyesinde özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme sürecini nasıl geçirdikleri bütüncül şekilde ortaya konulmaya çalışılmıştır. Ayrıca, durum çalışmalarında tüm durumlar birbirinden farklı ve kendine özel olabileceğinden elde edilecek sonuçların tüm öğrencilere genellenmesi söz konusu değildir. Ancak, özel yetenekli öğrencilerin durumlarına özel analitik çıkarımlar ve genelleme sürecinin kuramsal yapısına dair

öneriler yapılmaya çalışılmıştır. (Yin, 2003).

### 3.2. Araştırmanın Tasarlanması ve Yürütülmesi

Bu çalışmada öncelikle çalışmanın yapılacağı sınıf düzeyleri belirlenmiş, matematiksel genelleme sürecinin ortaya çıkarılacağı GeoGebra destekli etkinlikler ve matematiksel manipülatifler tasarlanmış ve görüşme soruları oluşturulmuştur. Sonrasında, pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın ışığında asıl çalışmanın yapılacağı ortam planlanarak katılımcılar belirlenmiş ve veri toplama süreci gerçekleştirilmiştir. Çalışma planına Tablo 3.1.'de yer verilmiştir.

Tablo 3. 1 Çalışma Planı

Tarih	Yapılan Çalışmalar
2020-2021 Bahar Dönemi	Genelleme ortamlarının tasarlanması Veri toplama araçlarının uzman görüşleriyle birlikte hazırlanması
2020-2021 Yaz Dönemi	Pilot çalışma için katılımcıların belirlenmesi Pilot çalışmanın yapılması
2021-2022 Güz Dönemi	Veri toplama araçlarının revize edilmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması Asıl katılımcıların belirlenmesi Çalışmanın uygulanması

### 3.3. Pilot Çalışma

Veri toplama işleminin gerçekleşmesinden önce, araştırmacının görüşme yapma, veri toplama, veriyi analiz etme ve yorumlama becerilerinin gelişmesi, ortaya çıkabilecek eksikliklerin ya da hataların fark edilip düzeltilebilmesi ve böylece çalışmanın güvenilirliğinin artırılabilmesi için pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca, yapılan pilot çalışmanın, GeoGebra'nın ve matematiksel manipülatiflerin kullanılması ve verilerin analizi sürecinde genelleme taksonomisinden yararlanma konusundaki güçlü ve zayıf yönlerini açığa çıkaracağı, zayıf yönlerin giderilmesini sağlayacağı da düşünülmüştür. Bunlarla birlikte pilot çalışma asıl katılımcıların sınıf seviyelerinin belirlenmesi ve teyit edilmesinde de önemli rol oynamıştır.

Pilot çalışmada katılımcılar Karadeniz bölgesinde büyük bir ilinde bulunan BİLSEM’de öğrenim gören üç özel yetenekli öğrencidir. Araştırmacı bu kurumların birinde matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Dolayısı ile öğrencileri tanımakta ve kendileri hakkında yeterli bilgiye sahiptir. Pilot çalışma için katılımcı olarak 6., 8. ve 10. sınıf öğrenci seçilmiştir. 5. sınıfın genelleme sürecinin seviyelendirilip sınıflandırılması için erken olduğu, ortaokul seviyesini tam olarak temsil edemeyeceği düşünülmüştür. Katılımcılar farklı sınıf seviyelerinde seçilerek matematiksel genelleme süreçlerinin farklılıkları da görülmeye çalışılmıştır.

6. sınıf öğrencisi M.K. ile görüşme yapılmış ve ve genelleme sürecine ilişkin eylemlerde bulunabildiği gözlenmiştir. Bu çalışmada öğrencinin 6. sınıf olması ve henüz kenarortay kavramını bilmiyor oluşu öğrencinin genelleme yapabilmesi açısından da oldukça önem kazanmıştır. Bu sınıf düzeyinde bulunan öğrencilerin GeoGebra programına aşina olmayışı ve bu süreçte bu programı öğrencinin kendisinin kullanamıyor oluşu bir dezavantaj sayılabilir. Ancak bu programının kullanımının öğrenci tarafından bilinmemesi süreci aksatmamış, aksine araştırmacının katılımcıya rehberlik edilebilmesi için bir alternatif olarak kullanılması sağlanmıştır.

8. sınıf öğrencisi olan A.S. ile de görüşme yapılmış ve 1. aşamada katılımcıya verilen üçgen manipülatiflerin katılımcı için kolay çözümlenebilir olduğu saptanmıştır. Ancak 2. aşamada katılımcıya verilen çokgen manipülatiflerin denge merkezleri bulma eylemi kendisine zor gelmesine rağmen üçgen yardımıyla bulunabileceği düşüncesi 1. aşamanın bu sınıf seviyesinde de kullanılmasının gerekliliğini göstermiştir.

10. sınıf düzeyinde öğrenci Y.T. ile de görüşme yapılmış ve bu sınıf seviyesinde matematik dersinde üçgenlerin ağırlık merkezi konusu müfredatta yer aldığı için bu sınıf düzeyinde belirlenen etkinlik etkili olmamıştır. 2. aşamada katılımcıya verilen çokgen manipülatifler her ne kadar öğrenciye farklı gelse de, öğrencinin genelleme sürecinde düşündüğü ilişkilendirme üçgenin denge merkezi aracılığı ile değil, aynı sınıf seviyesinde fizik dersi müfredatında yer alan nesnelerin ağırlık merkezi ve kuvvet ilişkisinden olmuştur. Bu nedenle bu süreçte bu sınıf seviyesinde farklı etkinlikler tasarlanarak hem de farklı disiplinler bir arada tutularak daha farklı bir araştırma yapılabileceği düşünülmüş ve bu sınıf seviyesine belirlenen etkinlik uygun bulunmamıştır.

Pilot çalışma neticesinde matematiksel genellemenin inceleneceği sınıf seviyeleri teyit edilmiştir. Ayrıca, uygulanacak etkinlikler pilot çalışma sonucuna göre revize edilmiştir. Böylece, GeoGebra destekli ve manipülatif katkılı ortamın sınıf seviyeleri için asıl uygulamadan önce geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır.

### 3.4. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, 2021-2022 eğitim öğretim yılında farklı okullarda öğrenim gören ancak Karadeniz Bölgesi'nin büyük bir ilinde bulunan BİLSEM'de ortaokul kademesinde kayıtlı bulunan öğrenciler arasından gönüllülük ilkesine göre seçilenler oluşturmaktadır. Araştırmacının matematik öğretmeni olarak görev yaptığı kurumda, katılımcılarla matematiksel geçmişleri ve matematiğe karşı duydukları ilgi hakkında ön görüşmeler yapılmıştır. Katılımcıların matematik alanında yıl içerisinde yapmış olduğu çalışmalar incelenmiş ve bu manada matematiksel altyapıları hakkında bilgi edinilmeye çalışılmıştır. Katılımcılar hakkındaki bilgiler katılımcıların diğer öğretmenlerinden de edinilmeye çalışılmıştır. Bu kapsamda katılımcıların BİLSEM'de dersine giren branş öğretmenleri ile görüşmeler yapılmış, hangi katılımcının araştırmaya daha çok katkı sağlayacağı yönünde konuşmalar yapılmıştır. Ayrıca, düşüncelerini iyi ifade edebilen ve çalışmaya tamamen gönüllü olanlar arasından üçü erkek üçü kız öğrenci olmak üzere 6 öğrenci katılımcı olarak belirlenmiştir (Tablo 3.2). Böylece katılımcıların seçiminde amaçlı örneklem yöntemlerinden benzeşik örnekleme metodundan yararlanılmıştır. Böylece küçük ve benzeşik bir örneklem oluşturularak belirgin bir alt grup tanımlanmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Dolayısıyla bu belirli bir alt grup derinlemesine tanımlanarak seçimi yapılan homojen örneklerin farklılıkları ortaya çıkarılmaya çalışılacaktır. Ayrıca, derin bir incelemeye tabi tutulacak sınırlı sayıda ancak aynı ölçüde de bilgi bakımından zengin durumların çalışmasını öngördüğü için tercih edilmiştir.

Tablo 3. 2 Katılımcı Bilgileri

Katılımcı Kodu	Cinsiyeti	Sınıf Seviyesi	Matematik Alanında Yapmış Olduğu Çalışma
A.Y.	Erkek	6	TÜBİTAK 2204-Ortaokullararası Araştırma Projeleri Yarışmasına Katılım
A.N.	Kız	6	TÜBİTAK 2204-Ortaokullararası Araştırma Projeleri Yarışmasına Katılım
T.M.	Erkek	7	TÜBİTAK 2204-Ortaokullararası Araştırma Projeleri Yarışmasına Katılım

N.K.	Kız	7	TÜBİTAK 4006- Bilim Fuarları Destekleme Programına Katılım
K.Y.	Erkek	8	TALES Matematik Yarışması ve TZV Yarışmasına Katılım
S.A.	Kız	8	TÜBİTAK 4006-Bilim Fuarları Destekleme Programına ve TZV Yarışmasına Katılım

### 3.5. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın veri toplama araçlarını matematiksel genelleme süreçlerinde kullanılan görüşmeler ve etkinlikler ile etkinliklerde kullanılan GeoGebra çalışma sayfaları ve manipülatifler oluşturmaktadır.

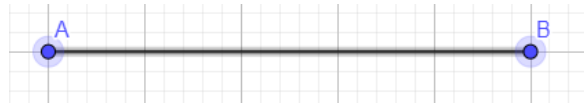
#### 3.5.1. Görüşmeler

Çalışmada görüşmeler, araştırmacının kendisinin ortamda bulunması nedeniyle ortamda kontrolü sağlayacağı ve veri kaynağını teyit edebileceği için tercih edilmiştir. Böylece görüşme ile verilerin geçerliği yükseltilmeye çalışılmıştır. Ayrıca, matematiksel genelleme bir süreç olduğundan süreç ile ilgili derinlemesine bilgi sağlayacağı düşünülmüştür. Görüşmeler gerçekleştirilmeden önce araştırma problemi ile ilgili tüm detayları kapsayacak şekilde bir görüşme formu hazırlanmaya çalışılmıştır. Görüşme formu hazırlanırken kolay anlaşılabilmesine, odaklı, açık uçlu, yönlendirmeden kaçınan, çok boyut içermeyen ve farklı türden sorular olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca görüşme soruları, alternatif sorularla yarı-yapılandırılmış hale getirilmiştir. Araştırma grubuna dâhil olan bireylerin bu süreçler hakkında neler düşündüklerine, bu süreçleri nasıl yaşadıklarına ve bu süreçler sırasında genellemeyi ne kadar ve nasıl kullandıklarına ilişkin algılarını, stratejilerini derinlemesine belirlemek amacıyla durumları oluşturabilmek ve durumları anlayabilmek için hazırlanan sorularla ilgili olarak uzmanların görüşleri alınmıştır. Bu kapsamda katılımcılarla aynı kurumda (BİLSEM) görev yapan farklı iki matematik öğretmeni ve üniversitede görev yapan matematik eğitimcisi ile hazırlanan görüşme soruları üzerinde çalışma yürütülmüş, gerekli dönüt ve düzeltmelerden sonra görüşme soruları tekrar revize edilmiştir. Üniversitede matematik eğitimcisi olarak görev yapan uzmandan aynı zamanda nitel araştırma süreçlerinden de yararlanılmıştır. Yapılan pilot çalışma ile görüşme sorularına son hali verilmiştir (EK 1, EK 10 ve EK 11). Görüşmeler öncesinde katılımcılara kimliklerinin saklı kalacağı ve süreçteki

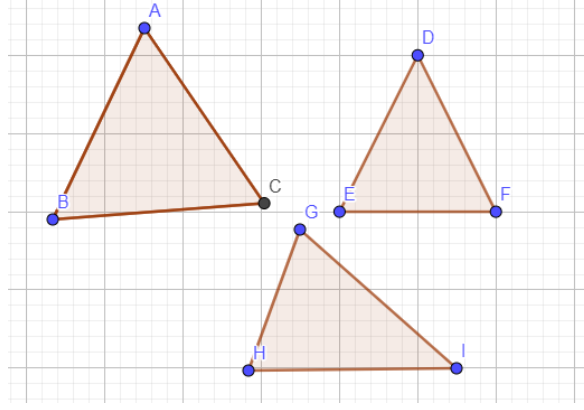
katılımlarının BİLSEM’de öğrenim göreceği derslere hiçbir etkisinin olmayacağı anlatılmıştır. Burada yapılan görüşmelerde kendilerinden olabildiğince samimi olmalarının beklendiği belirtilmiş ve süreçlerin gelişiminde işe yarasın veya yaramasın düşündükleri her şeyi detaylı olarak belirtmeleri diğer bir ifade ile sesli düşünmeleri istenmiştir. Ayrıca katılımcılara süreçlerle ilgili verileri tam ve eksiksiz toplamak adına kamera kaydı yapılacağı söylenmiş ve bu kayıtların sadece veri analizi yapılırken araştırmada kullanılacağı anlatılmıştır. Böylece katılımcıların kameraya karşı olumsuz bakışları önlenmeye çalışılmıştır. Her bir katılımcı ile ayrı ayrı görüşülmüş ve her bir görüşme ortalama olarak bir ile bir buçuk saat arasında sürmüştür. Görüşmeler katılımcıların aşına oldukları BİLSEM’ in Matematik Atölyesi’nde sessiz bir ortam içinde, olabildiğince rahat düşünebilecekleri şekilde gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Katılımcılara rahat düşünmeleri sağlamak için yeterli zaman tanınmış, süreç içinde katılımcıların matematiksel genellemelerini detaylı incelemek adına görüşmenin seyrine göre yarı yapılandırılmış sorular sorulmuştur. Görüşmede katılımcıların matematiksel genelleme süreci içinde verilen probleme nasıl ve ne kadar çözüm üretebildikleri incelenmeye çalışılmıştır.

### 3.5.2. GeoGebra Uygulamaları

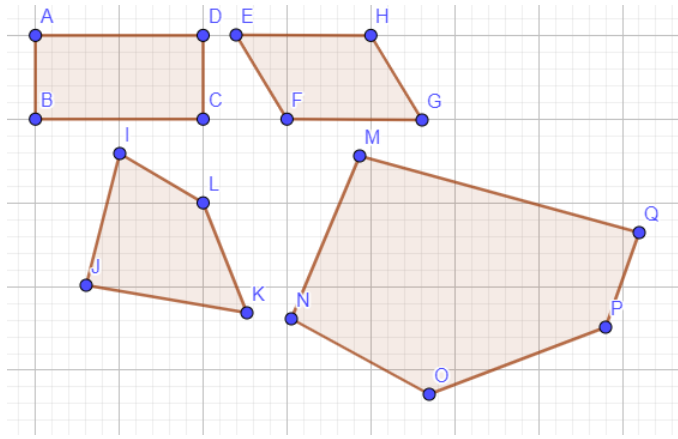
Katılımcılarla yapılan görüşmelerde görüşme soruları beraberinde GeoGebra ile hazırlanan içerikler de kullanılmıştır. Bu kapsamda katılımcıların her boyutta düşünebilmesi sağlanmış, görüşme sorularında sorulan her soruya katılımcıların kendi istedikleri şekilde cevap vermeleri sağlanmıştır. Bu bakımdan GeoGebra kullanılarak doğru parçası, üçgen ve çokgen nesnelерinin modelleri bilgisayar ortamında oluşturulmuştur. Bu nesnelere ilişkin görseller Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3’te verilmiştir.



Şekil 3. 1 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Doğru Parçası Modeli



Şekil 3. 2 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Üçgen Modelleri



Şekil 3. 3 GeoGebra Uygulaması ile Elde Edilen Çokgen (Dörtgen – Beşgen) Modelleri

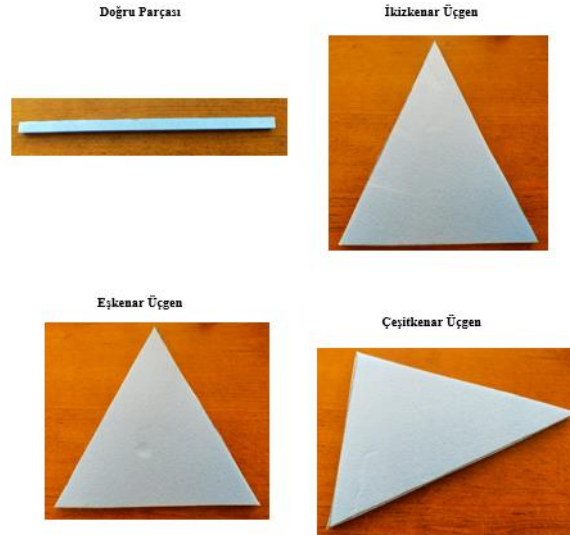
Çalışmada GeoGebra programı bir nevi cevap anahtarı vazifesi görmüş, katılımcılar önce kendilerine verilen manipülatiflerle eylemlerde bulunmuşlar, buldukları sonuçların doğruluğunu ise gerektiğinde GeoGebra programı ile teyit etmişlerdir.

### 3.5.3. Matematiksel Manipülatifler

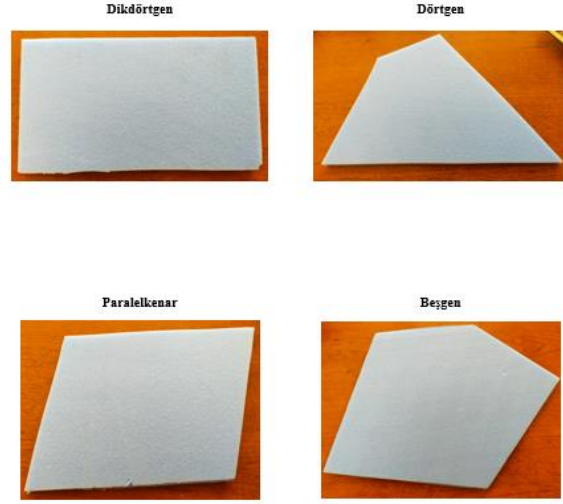
Matematiksel manipülatifler öğrencilerin matematiksel bir kavram veya ilişkiyi tanımları, oluşturmaları ya da düzenlemeleri için kullanılan, informal matematik ile formal matematik arasındaki boşluğu tamamlamada öğretim aracı olarak kullanılan hazır ya da el yapımı tasarlanmış somut fiziksel nesnelere dir. Matematiksel manipülatif temelli öğretim teknikleri, öğrencilerin hedef bilgileri öğrenmeleri için nesnelere fiziksel olarak etkileşime girme fırsatlarını içerir (Carbonneau ve Marley, 2012). Bununla birlikte Ulusal Matematik Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), öğrencilere manipülatiflere erişimin sağlanmasını tavsiye etmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin matematik öğretimi sırasında matematiksel

manipülatifleri kullanmasının öğrencilerde matematiksel anlayışı geliştirdiği gözlenmiştir.

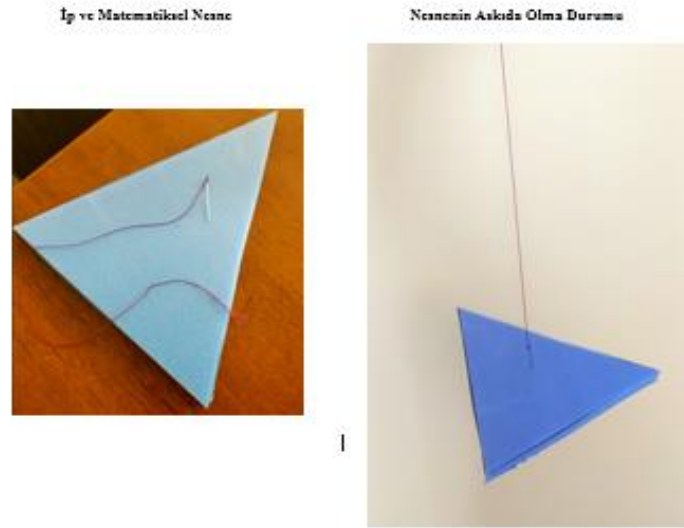
Bu anlatılanlardan hareketle katılımcılarla yapılan görüşmelerde görüşme soruları beraberinde katılımcılara daha önceden hazırlanmış matematiksel manipülatifler verilmiştir. Kullanılan her bir manipülatif yanında kalın uçlu kalem, cetvel, toplu iğne ve ip ile birlikte katılımcılara ihtiyaç halinde ve aşamalarla verilmiştir. Oluşturulan manipülatifler 2 cm kalınlığında bulunan strafor köpüklerden elde edilmiştir. Strafor köpükler yapıları itibariyle hem çok hafif hem de kolay şekil verilebilir bir yapıda olduğu için bu araştırmada kullanılmaya değer bulunmuştur. Katılımcılar kendilerine verilen manipülatifleri ip yardımıyla dengede tutmaya çalışacaklar, bu sayede hangi manipülatifin denge noktasının tam olarak hangi nokta olması gerektiğine karar vereceklerdir. Bu işlemi yaparlarken de kendilerine sorulan görüşme soruları doğrultusunda gerektiğinde GeoGebra programından da yardım alınarak etkinlik uygulanacaktır. Aşağıda araştırmada kullanılan 1. Aşama manipülatifler Şekil 3.4, 2. Aşamada kullanılan manipülatifler Şekil 3.5 ve uygulama tekniğine ilişkin görseller de Şekil 3.6'da verilmiştir.



Şekil 3. 4 1. Aşama Matematiksel Manipülatifler



Şekil 3. 5 2. Aşamada Kullanılan Matematiksel Manipülatifler



Şekil 3. 6 Uygulama Tekniği

### 3.6. Etkinlikler ve Veri Toplama Süreci

Katılımcıların matematiksel genelleme süreçlerini ortaya çıkarabilmek için çokgenin denge (ağırlık) merkezini bulmaları istenmiştir. Bunun için 2 aşama şeklinde gerçekleşen etkinlikler tasarlanmıştır. 1. aşamada katılımcılara doğru parçasının denge merkezinin nerede olacağı sorulmuş ve düşüncelerini doğru parçası manipülatifi ile değerlendirmelerine, ayrıca GeoGebra ile kontrol etmelerine imkân verilmiştir. Daha sonra önce eşkenar üçgenin denge (ağırlık) merkezini bulmaları istenmiş ve düşüncelerini eşkenar üçgen manipülatifi ile değerlendirmelerine ve yine GeoGebra ile kontrol etmelerine imkân verilmiştir. Benzer süreç devamında önce ikizkenar üçgen, sonra da çeşitkenar üçgen için gerçekleştirilmiştir. Daha sonra üçgenin denge (ağırlık) merkezine ulaşmaları

beklenmiştir. 2. aşamada ise katılımcılara dikdörtgenin denge (ağırlık) merkezinin nerede olacağı sorulmuş ve düşünmelerini dikdörtgen manipülatifi ile değerlendirmelerine, GeoGebra ile kontrol etmelerine imkân verilmiştir. Daha sonra paralelkenarın denge (ağırlık) merkezini bulmaları istenmiş ve düşünmelerini paralelkenar manipülatifi ile değerlendirmelerine ve yine GeoGebra ile kontrol etmelerine imkân verilmiştir. Benzer süreç devamında önce genel bir dörtgen, sonra da beşgen için gerçekleştirilmiştir. En son, çokgenin denge (ağırlık) merkezine ulaşmaları beklenmiştir. Tablo 3.3'te gerçekleştirilen etkinliğin organizasyon şeması verilmektedir. Ayrıca genelleme süreci için oluşturulan şemanın organizasyonu ise EK 2 ve EK 3 de verilmiştir.

Tablo 3. 3 Matematiksel Genelleme Sürecinde Belirlenen Aşamalar ve Etkinlik Uygulama Süreci

Aşama	Verilen Matematiksel Nesne	Genellenen Matematiksel Nesne
I	Doğru Parçası	Üçgenin Denge (Ağırlık) Merkezi
	Eşkenar Üçgen	
	İkizkenar Üçgen	
	Çeşitkenar Üçgen	
II	Dikdörtgen	Çokgenin Denge (Ağırlık) Merkezi
	Paralelkenar	
	Dörtgen	
	Beşgen	

Etkinlik sırasında katılımcıların düşünme süreçleri sırasında ihtiyaç hissedecekleri düşünülen kareli kâğıt, renkli kalemler, cetvel, ip gibi materyaller hazır bekletilmiştir. İhtiyaç hisseden katılımcılara talepleri halinde verilmiştir.

### 3.7. Verilerin Analizi

Nitel olarak desenlenen bu çalışmada, görüşme sürecinden elde edilen veriler betimsel analizle değerlendirilmiştir. Bunun için öncelikle görüşmede toplanan video kaydı şeklindeki veriler yazılı metinler haline getirilmiştir. Bu süreçte araştırmanın konusu olan genellemeyi derinlemesine incelemek adına video kayıtları içinde bulunabilecek görsel verileri analiz etmek adına görüntü kayıtları tekrar tekrar izlenmiştir. Metinlerin analizi ve görüntülerin tekrar izlenmesi farklı zamanlarda yinelenerek veri kaybının önlenmesi amaçlanmıştır. Görüşme metinlerinin yanında gözlemler ve araştırma süresince tutulan notlar da analize dâhil edilmiştir. Analiz sürecinde verileri tanımlanmaya, verilerin içinde saklı olabilecek gerçekleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Temelde yapılan işlem birbirine benzeyen verileri belirli

kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları düzenleyip yorumlamaktır. Analizin ilk aşamasında veriler kodlanmıştır. Bu aşamada elde edilen veriler incelenerek anlamlı bölümlere ayrılmış ve her bölümün kavramsal olarak ne ifade ettiği bulunmaya çalışılmıştır. Kendi içinde anlamlı bir bütün oluşturan bu bölümler isimlendirilmiş diğer bir deyişle kodlanmıştır. Tüm veriler bu şekilde kodlandıktan sonra, bir kod listesi oluşturulmuş ve bu liste verilerin incelenmesinde ve düzenlenmesinde anahtar görevi görmüştür. Veriler tekrarlı bir şekilde incelenmiş, karşılaştırılmış, ilişkilendirilmiş ve kavramsallaştırılmıştır. Elde edilen kavramlar ise belirlenen kategoriler veya temalar altında sınıflandırılarak, açıklanmaya çalışılmıştır. 6. sınıf öğrencilerinin 1. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 4, 2. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 5, 7. sınıf öğrencilerinin 1. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 6, 2. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 7, 8. sınıf öğrencilerinin 1. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK8, 2. Aşama sonuçlarına ilişkin kod-kategori tablosu EK 9'da verilmiştir. Tüm analiz sürecinde farklı alan uzmanları ile değerlendirme yapılarak mutabakata varılmıştır (Strauss ve Corbin, 1990; Yıldırım ve Şimşek, 2011).

### **3.8. Çalışmanın Geçerlik ve Güvenirliği**

Araştırmadan elde edilen sonuçların inandırıcı ve gerçekçiliği, bilimsel araştırmanın en önemli ölçütlerinden biri olarak kabul edilir. “Geçerlik” ve “Güvenirlik” bu açıdan araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan iki ölçüttür. Yapılan çalışmalarda her araştırmacıdan, kullanılan veri toplama araçlarının ve araştırma deseninin geçerliğini ve güvenirliliğini dikkatli bir şekilde test etmesi ve sonuçları analiz ederek rapor etmesi beklenir. Bunun için ayrıntılı olarak belirlenmiş tanımlar, yöntemler ve istatistiksel testler mevcuttur. Ancak bu analizler nicel araştırmalarda daha çok ön plana çıkarken nitel araştırmalarda da benzer çalışmalar yürütülerek geçerlik güvenirlilik sağlanabilmektedir. Bu düşüncelerle nitel araştırmada araştırılan olgu veya olayın niteliği ön plana çıkarken, nicel araştırmada bu olay veya olgunun sayısal özellikleri önem kazanmaktadır. Nitel çalışmalarda doğru bilgiye ulaşmak için, çalışmanın geçerliğini sağlamak adına araştırmacının gerekli önlemleri alarak doğru bilgiye ulaşması beklenir. Ayrıca araştırma süreciyle verileri ayrıntılı olarak açık bir şekilde sunarak güvenirlilik çalışması yapması beklenir. Araştırmacının araştırmada elde edilen verilere yorum katmadan elde ettiği bulguları okuyucuya

sunması ve bu fırsatı vermesi okuyucunun ulaşılan sonuçları değerlendirebilmesine imkân tanır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Nitel araştırmalarda elde edilen bulguların hem araştırmacıya hem de okuyucuya güven vermesi araştırmanın güvenilirliği açısından önemlidir (Lincoln ve Guba, 1985). Lincoln ve Guba (1985), nitel araştırmada güvenilirlik ve geçerlik kavramlarını, nicel araştırmada var olan güvenilirlik ve geçerlik kriterlerine eş değer kavramlar olarak yeniden oluşturmuşlardır. Bu kavramlar aşağıdaki tabloda karşılaştırmalı olarak sunulmuştur:

Tablo 3. 4 Çalışmada sağlanan nitel araştırmada güvenilirlik ve geçerlik kavramları (Lincoln ve Guba, 1985; Yıldırım ve Şimşek, 2011, uyarlanmıştır.)

Ölçüt	Nicel Araştırma	Nitel Araştırma	Yöntem	Tez Çalışmasında Gerçekleştirilme Durumu
Araştırma sonuçlarına ulaşırken izlenen sürecin çalışılan gerçekliği ortaya çıkarma yeterliliği (sonuçların doğruluğu)	İç geçerlik (Internal validity)	İnanırlılık/ İnanılabilirlik (Credibility)	Uzun süreli etkileşim	✓
			Derinlik odaklı veri toplama	✓
			Çeşitleme (triangulation)	✓
			Uzman incelemesi	✓
			Katılımcı teyidi	x
			Negatif durum analizi	x
Sonuçların benzer durumlara aktarılması	Dış geçerlik (External validity)	Aktarılabilirlik (Transferability)	Ayrıntılı betimleme	✓
Başka araştırmacıların aynı verilerle aynı sonuçlara ulaşabilmesi?	İç güvenilirlik (Internal reliability)	Tutarlık (Dependability)	Amaçlı örnekleme	✓
			Tutarlılık incelemesi	✓
Sonuçların benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilebilmesi?	Dış güvenilirlik (External reliability)	Teyit edilebilirlik (Confirmability)	Teyit incelemesi	✓

Creswell, (1998) nitel bir çalışmada geçerlik ve güvenilirlik sağlamanın sağlıklı olabilmesi için yukarıda tabloda belirtilen yöntemlerden iki veya daha fazla yöntemin yerine getirilmesi gerektiğini savunmuştur. Bu manada gerçekleştirilen bu çalışmada yukarıdaki tabloda gösterilen inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik yöntemlerinden katılımcı teyidi ve negatif durum analizi hariç diğer başlıklar yerine getirilmiştir. Tez çalışması sırasında gerçekleştirilen inandırıcılık, aktarılabirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik yöntemlerinin nasıl sağlandığı aşağıda açıklanmıştır.

### **3.8.1. İnandırıcılık/İnanırlılık Sağlama Yöntemleri (İç Geçerlik)**

Nitel araştırmalarda araştırmacı elde ettiği verilerin doğruluğunu ve gerçekleri yansıtmada durumunu analiz ederek bu konuda okuyucuyu inandırması gerekmektedir (Merriam, 2013). Bu manada nitel araştırmalarda elde edilen bulguların doğruluğunu teyit etmek amacıyla kullanılan birkaç yöntem bulunmaktadır.

#### **3.8.1.1. Uzun Süreli Etkileşim**

Nitel araştırmalarda verilerin toplanması sürecinde başlıca kaynak insan olduğundan, elde edilen bilgiler insanın yaptığı eylemlerin gözlemleri ve insanın söylemleri olmaktadır. Bu süreçte insandan elde edilen veriler olayın gerçek durumu hakkında araştırmacıya doğrudan bilgi sağlamaktadır (Merriam, 2013). Bu süreçte Lincoln ve Guba (1985) gerçekleştirilen bir nitel çalışmada araştırma ortamında yeteri kadar zaman harcamanın uzun süreli etkileşim ve sürekli gözlem yapmanın inandırıcılığı arttırmak için önemli bir unsur olduğunu belirtmişlerdir. Bu sebeple süreç içerisinde araştırma ortamında geçirilen zaman, yapılan görüşmenin süresi ve görüşme öncesi katılımcılarla ilişki kurmak adına geçirilen zaman verilerin inandırıcılığını artırmaktadır.

Katılımcı ile uzun süreli etkileşim kurarak verilerin inandırıcılığını artırmak amacıyla bu çalışmada araştırmacı katılımcıların her biriyle ön görüşmeler yapmıştır. Yapılan ön görüşmelerde katılımcıların matematik ile ilgili alt yapıları sorgulanmış, bu sayede araştırmacı ile katılımcıların tanışması ve kaynaşması sağlanmıştır. Ayrıca katılımcılara sürecin nasıl ilerleyeceği ve veri toplama esnasında gerçekleştirilecek olan görüşmede katılımcıların hangi imkânlarla sahip olacağı gibi detay bilgileri de verilmiştir. Ön görüşmelerin sonunda ise her bir katılımcının kişisel ders programına göre randevu listesi oluşturularak asıl görüşmelerin yapılacağı takvim belirlenmiştir.

Sonuç olarak katılımcılarla uzun süreli etkileşimler gerçekleştirilerek güvene dayalı bir ortamın geliştirilmesi sağlanmıştır.

### **3.8.1.2. Derinlik Odaklı Veri Toplama**

Araştırmacılar verileri elde ederken belirlenen duruma yönelik olay ve olguları en ince ayrıntısına kadar incelemeli, verileri anlamlı, birbiri ile ilişkili ve bir bütün haline getirebilmelidir. Bu işlemleri yaparken de derinlemesine elde ettiği bilgilerin doğruluğunu birbiri tutarlı bir şekilde teyit edebilmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Bu çalışmada katılımcıların matematiksel genelleme süreçlerini incelemek adına farklı veri toplama araçları kullanılmıştır. Video kaydı, ses kaydı, DGY yoluyla elde edilen pc ekran görüntüleri, manipülatiflerdeki temsil görüntüleri, gözlem ve alan notları yoluyla veriler elde edilmiştir. Bu sayede çoklu veri kaynakları kullanılarak derinlemesine veri toplanmış ve çalışmanın inandırıcılığına katkı sağlanmıştır.

### **3.8.1.3. Çeşitleme (triangulation)**

Çalışmada elde edilen bulguların doğruluk ve gerçekliğinin kontrolü için araştırmacı çokluğu, veri kaynağının fazla olması, verileri yorumlamak için birden fazla bakış açılarının kullanılması (kuram çeşitlemesi) ya da çoklu veri toplama yönteminin kullanılması olarak tanımlanan çeşitleme (triangulation) inandırıcılığı arttırmanın ve okuyucuyu ikna etmenin bir diğer yoludur (Merriam, 2013).

Bu sebeple bu çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme soruları yapılan görüşme, manipülatiflerle desteklenen materyaller üzerinde katılımcıların eylemlerinin gözlemi ve bilgisayar destekli ortamda katılımcıların DGY ortamındaki performanslarının gözlemi şeklinde iki ayrı veri toplama yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca DGY üzerinde yapılan çizimlerin kayıtları, ekran görüntüleri, kareli kâğıda yapılan çizimler, manipülatiflerdeki çizimler, görüşme transkriptleri, görüşme sorularına verilen cevaplar ve gözlemlerden elde edilen alan notları da kullanılan veri toplama araçlarıdır. Ayrıca araştırmacının dışında bulguların doğruluk ve gerçekliğinin kontrolü için alanında uzman iki araştırmacıdan da destek alınmıştır.

### **3.8.1.4. Uzman İncelemesi**

Yetersiz ya da geçersiz sonuçları bulgu olarak ele alma, kapalı yanıtlara dayalı oluşturulan temalar ve elde edilen verileri yanlış yorumlama gibi yapılan yanlışlar nitel çalışmalarda inanılırlığın yeterli düzeyde olmasını düşürmektedir (Başkale,

2016). Uzman incelemesi; yapılan araştırmanın konusu hakkında genel bilgiye sahip olan ve nitel araştırma yöntemleri konusuna hâkim olan kişilerin araştırmayı ve elde edilen bulguları çeşitli boyutlarıyla incelemesi ve inanırlık konusunda alınabilecek önlemleri belirtmesidir (Creswell, 2013). Bu incelemede uzman, araştırmanın yönteminden elde edilen verilere, verilerin analizine ve sonuçların yazımına kadar olan tüm süreci eleştirel bir gözle bakar ve geri bildirimde bulunur. Bu sebeple çalışmada alanda uzman eğitimci ve nitel çalışma konusunda deneyimli bir uzman başka bir araştırmacı ile veri toplama araçlarının oluşturulması, verinin toplanması ve verilerin analizinin gerçekleştirilmesi sırasında düzenli olarak değerlendirme toplantıları yapılmıştır. Sonuç olarak araştırmacı iki uzmanla birlikte yapılan toplantılar neticesinde araştırmanın deseni, veri toplama araçları, veri toplama süreçleri, çalışma grubunun seçimi, verilerin analizi, verilerden bulguların oluşturulması ve ulaşılan sonuçların elde edilmesi adına güvenirlilik ve geçerlik çalışmaları yürütülmüştür.

### **3.8.2. Aktarılabirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Geçerlik)**

Nicel araştırmalarda verileri evrene genelleyebilmek için seçilen bir örneklemden verilerin elde edilmesi amaçlanmışken, nitel araştırmalarda edilen verilerin temsil edildikleri ortamların benzer örneklemlerde temsil edilemeyeceğinden verilerin genellenmesi amaçlanmamaktadır. Nitel araştırmalarda araştırmacı elde edilen verilerin temsil ettiği genel bir kaniya ulaşmak yerine, dikkatli ve titiz bir biçimde analiz edilen verinin derinliğine inmek ve anlamak ister (Merriam, 2013). Bu sebeplerden ötürü nitel araştırmalarda elde edilen sonuçların benzer ortamlara aktarılabirlik değerini ortaya koymak amacıyla *ayrıntılı betimleme* ve *amaçlı örnekleme* yöntemleri kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

#### **3.8.2.1. Ayrıntılı Betimleme**

Aktarılabirliği sağlamak amacıyla kullanılan *ayrıntılı betimleme* çalışma ortamının sağlanmasından, katılımcıların belirlenmesine kadar, katılımcı görüşmelerinden araştırmada elde edilen görüşme dökümleri ve notlarına kadar elde edilen bulguların detaylı tanımlanması anlamına gelmektedir (Merriam, 2013). Böylece detaylı bir betimleme ile elde edilen bulgular, diğer ortamlara aktarılabilecek ve verilerin ortak özellikleri sayesinde transfer edilmesi sağlanmış olacaktır (Creswell, 2013).

Bu çalışmada katılımcıların nasıl belirlendiği, çalışmaya katılım sağlayan katılımcıların belirgin özellikleri, çalışmanın yapılacağı ortamın belirlenmesi, çalışma ortamında hangi araç-gereçlerin kullanılacağı, çalışmada elde edilen bulgulara doğrudan yer verilmesi gibi başlıklara detaylı bir şekilde yer verilmiştir. Bu hususlar çalışmada ayrıntılı olarak betimlenmiş ve böylece çalışmanın aktarılabilişliğini güçlendirmek amaçlanmıştır. Sonuç olarak verilerin elde edildiği ortamın ve çalışma grubunun ayrıntılı tanımlanması, okuyucunun zihninde daha iyi canlandırmasını ve bu ortamda elde edilen verilere göre oluşan sonuçların benzer ortamlardaki çalışma sonuçlarına aktarılabilişine katkı sağlamıştır.

### **3.8.2.2. Amaçlı Örnekleme**

Aktarılabilişliği arttırmak amacıyla kullanılan bir diğer yöntem *amaçlı örnekleme* yöntemidir. Bu yöntem çoğunluk hakkında genel doğrunun ne olduğunu ifade edecek bilgiye ulaşmak yerine, detaylı ve dikkatli bir biçimde özgün olana ulaşmak amacıyla tek bir durum üzerinde maksatlı bir örnekleme seçme olarak tanımlanan bir yöntemdir (Merriam, 2013). Gerek araştırmanın yapılacağı mekânın belirlenmesinde gerekse görüşmeye katılacak katılımcıların belirlenmesinde çalışma grubunun amaçlı örnekleme ile seçilmesi, elde edilecek sonuçların okuyucular ve araştırmacılar tarafından farklı durumlara transfer edebilecek hale gelmesine katkı sunacaktır (Merriam, 2013). Bu çalışmada 6 kişilik üstün yetenekli öğrenci amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş ve bu sayede çalışmanın geçerliğine katkı sunulmuştur.

### **3.8.3. Tutarlık Sağlama Yöntemleri (İç Güvenirlik)**

Güvenirlik nicel araştırmalar doğrunun tek olduğu ve tekrar tekrar incelemelerde aynı doğruya ulaşmanın mümkün olduğundan bahsederken nitel araştırmalar elde edilen bulguların her ölçümde sonuçların aynı olup olmaması ile ilgilenmemektedir (Merriam, 2013). Nitel araştırmada aynı sonuçlara ulaşmak için çalışma tekrarlanmaz, aksine çalışmanın tekrarlanması elde edilen verilerden sayısız yoruma ulaşabilmektir. Burada yer alan en önemli husus bu çalışmaların yapılırken ne derece güvenilir olduğudur. Dolayısıyla bir araştırmacının elde ettiği bulguları ve sonuçları inceleyen diğer araştırmacıların da o verilerden anlam çıkarabilmesi, tutarlı ve güvenilir bulmasını sağlamaktır (Merriam, 2013). Bu amaçla nitel araştırmalarda yapılan çalışmaların güvenilirliği sağlayabilmek adına tutarlılık incelemesi gerçekleştirilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

### **3.8.3.1. Tutarlılık İncelemesi**

Bu yöntem; araştırmayı yapan araştırmacı dışında, alanında uzman diğer araştırmacıların da dışarıdan farklı bir gözle araştırmacıyı incelemesidir. Diğer uzmanlar araştırmacının görüşme süreci boyunca etkinliklerin uygulanmasında tutarlı ve yansız davranıp davranmadığını kontrol etmek amacıyla inceleme yaparlar (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesini esas alan bu çalışmada çalışma desenini, veri toplama yöntemi ve araçlarını belirlenen kuramsal çerçeve doğrultusunda alanında uzman iki araştırmacı incelemiştir. Bu süreçte iki uzman dışarıdan bir gözle olayı değerlendirmiş elde edilen verilerin analizi ve yorumlanması aşamasında araştırmacıya yön vererek gerekli tutarlık incelemesi yapılmıştır.

### **3.8.4. Teyit Edilebilirlik Sağlama Yöntemleri (Dış Güvenirlik)**

Araştırmada elde edilen verilerin tamamen nesnel olması ve öznel yargılardan arındırılması amacıyla toplanan veriler sürekli olarak teyit edilmelidir. Bu sayede elde edilen veriler okuyucuyu verilerin tarafsız bir şekilde değerlendirildiği yönünde ikna etmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu amaçla çalışmanın güvenirliliğine katkı sunması açısından çalışmada teyit incelemesi yapılmıştır.

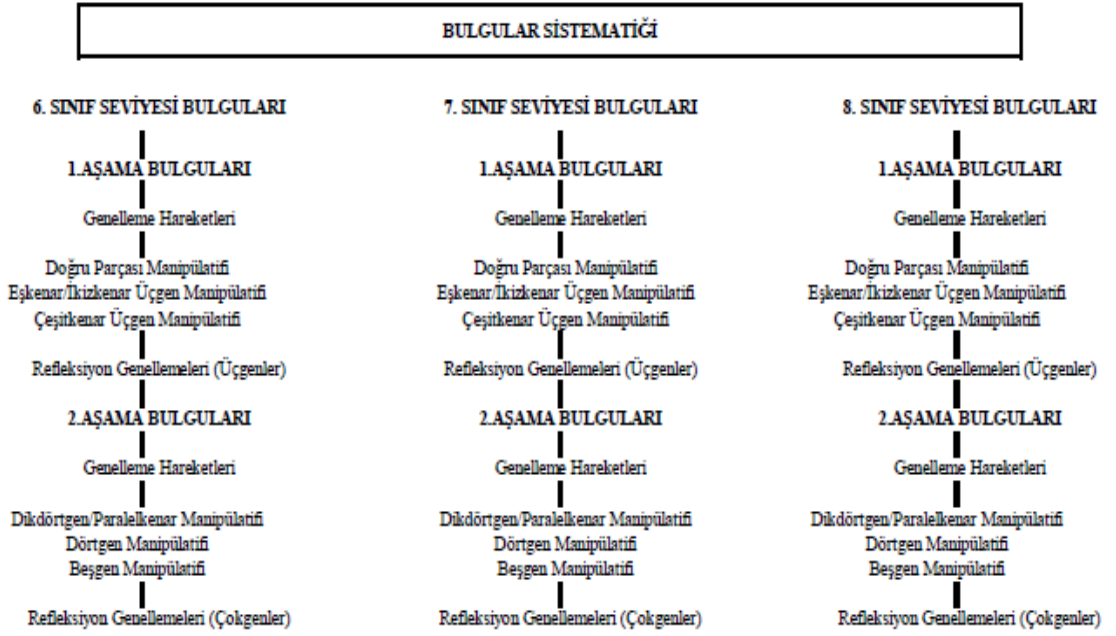
#### **3.8.4.1. Teyit İncelemesi**

Çalışmada elde edilen verilerin ve ulaşılan sonuçların araştırmacı ve farklı uzmanlar tarafından karşılaştırılarak ortak bir sonuca erdirme çalışmasına teyit incelemesi denmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bunun için elde edilen ham veriler, yapılan her incelemede uzman görüşleri dönütleri doğrultusunda analiz edilmeli ve her aşamada elde edilen veriler düzenli olarak kaydedilmelidir. Bu çalışmada da elde edilen tüm veriler (görsel, yazılı ve ses kayıtları, transkriptler, görüşme notları vb.) kaydedilmiş ve oluşabilecek farklı bakış açılarıyla tekrar değerlendirilebilecek şekilde muhafaza edilmiştir.

## 4. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırmada yapılan verilerin analiziyle elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilecektir.

Verilen alt başlıklarda özel yetenekli öğrencilerin sınıf seviyelerine göre genelleme süreçleri ve bu süreçlerdeki aşamaların bulguları ve yorumları belirtilecektir. Ayrıca bulguların hangi silsile ile ifade edileceğine dair bulgular sistematığı Şekil 4.1 olarak aşağıda belirtilmiştir.



Şekil 4. 1. Bulgular Sistematığı

Genelleme süreci için 2 aşama bulunmaktadır. Her aşamada bulgular ve yorumlar verilirken katılımcılar sınıf seviyelerine göre ayrı ayrı değerlendirilmiş ayrıca katılımcıların kullandığı ifadeler tırnak işareti içinde, bu ifadelerin süreçlerdeki parçalanmaları ise italik şekilde yazılarak verilmiştir.

### 4.1. 6. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular

6. sınıf seviyesinde bulunan iki ayrı katılımcıya birbirinden farklı 8 nesne verilmiş ve bu nesnelerin denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği sorulmuştur. Katılımcılarla tek oturum halinde görüşmeler yapılmış ve yapılan görüşmelerde A.N ile yapılan görüşme 140 dakika, A.Y ile yapılan görüşme 135

dakika sürmüştür. Katılımcılara verilen nesnelere iki aşamaya ayrılmış, ilk aşamada doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri, ikinci aşamada ise dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri verilmiştir. Bu nesnelere ilişkin bulgular aşağıda başlıklar halinde detaylandırılarak verilmiştir.

#### **4.1.1. 1. Aşama (Üçgenler)**

Bu aşamada katılımcılara doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelere denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği sorulmuştur. Katılımcıların tamamı kendilerine verilen nesnelere denge noktalarını tespit etmişlerdir. Tespitleri katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

##### **4.1.1.1. Genelleme Hareketleri Bulguları**

Katılımcılar A.N. ve A.Y. kendilerine verilen nesnelere denge noktalarını tespit etmişler ve bu süreçte “Genelleme Hareketleri” olarak *İlişkilendirme, Araştırma ve Genişletme* eylemlerinde bulunmuşlardır. Kendilerine verilen nesnelere bazında aşağıda katılımcılara ait bulgular belirtilmiştir.

##### **-Doğru Parçası**

Bu görüşmede katılımcılara doğru parçası manipülatifi verilmiş ve doğru parçası manipülatifinin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Katılımcılar doğru parçası manipülatifinin denge noktasını belirlemiş ve buna göre doğru parçası şeklinde verilen herhangi bir manipülatifin denge noktasının cismin tam orta noktası olması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, tüm katılımcıların genelleme hareketlerinin ilişkilendirme kategorisinde bulunan durumları ve nesnelere ilişkilendirdiği görülmüştür. Ayrıca katılımcıların tamamı kalem ve cetvel kullanmış, bununla birlikte GeoGebra programında denge noktasının nasıl bulunduğunu görmek istemişlerdir.

A.N. ve A.Y. doğru parçası manipülatifinin denge noktasını bulabilmek için ilk etapta cetvel kullanmaya başlamış ve işlem yaparak ortasını işaretleme yoluna gitmiştir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı söylenebilir. Aynı şekilde bu iki katılımcının cismi dengede bırakan noktanın cismin denge merkezi olması gerektiğine kanaat getirmişler ve bu bakımdan da katılımcıların durumları ilişkilendirerek genelleme yaptığı da ifade

edilmiştir.

A.N. kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde; “*tam ortasından asarsak dengede kalır.*” şeklinde ifade bulunmuş ve bu ifadesinden Durumları İlişkilendirerek genelleme yaptığı düşünülmüştür. Ayrıca aynı nesneye dair “*tam olarak bu noktadır diyebilirim.*” şeklinde ifade bulunarak ölçüm yapmış ve nesneyi ilişkilendirerek genelleme yapmıştır. Ayrıca A.N. doğru parçasının denge noktasının tam ortası olması gerektiğini ifade etmesi üzerine “*Peki, bu bütün doğru parçalarında geçerli midir?*” sorusu kendisine sorulmuştur. A.N. ise “*Evet, bütün doğru parçalarında geçerlidir.*” cevabını vermiştir. Bu durum A.N.’nin verdiği cevaptan ne kadar emin olduğunu göstermektedir. A.N.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.2) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.3) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 2. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.N.’nin Temsili



Şekil 4. 3. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.N.’nin Aşama Görüntüsü

A.Y. ise kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde “*denge noktası, orada bir şey durdurursam onun üstünde kesinlikle denge olacaktır. Dengede kalacaktır.*” şeklinde ifade bulunmuş ve bu ifadesinden durumları ilişkilendirerek genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca aynı nesneye dair “*2’ye bölemem ama bölmem lazım.*”, “*özetle bir şeyin ortasını bulabilmek için önce uzunluğunu ölçmek gerekir, sonra da onu yarıya bölmek gerekir.*” şeklindeki ifadeleri ölçüm yaptığını ve dolayısıyla nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığını göstermektedir. Yine A.Y. ile görüşme sürecinde doğru parçasının uzunluğunun 29,7cm olması 6. sınıf seviyesinde bulunan ve ondalık sayılarla işlemler yapmayı henüz bilmeyen bir öğrenci için ufuk açıcı olmuştur. Kendisine verilen nesnenin ortasının alınması gerektiğini düşünen A.Y. “*29.7 Şimdi 29 u kaç bölebilirim. 2 ye bölemem ama 2 ye bölmem lazım. 4,5 4,5 olur. 20 de 10 – 10 olsa, 14,5 yani ortası 14,5 bir şey olması lazım.*” şeklinde ifade bulunmuştur. Bu durum A.Y.’nin orta

nokta alma işlemi yapması gerektiğini, dolayısıyla *nesnelere ilişkilendirdiğini* göstermektedir. Ayrıca A.Y.'ye sorulan “*Bu bütün düz çubuklarda geçerli mi?*” sorusuna A.Y. “*evet*” cevabını vererek kendinden emin olduğunu ifade etmiştir. GeoGebra programını da merak eden A.Y., bulduğu sonucun tam olarak doğru olduğunun ispatını görmek istemiş ve hem programı tanımış hem de orta nokta alma işleminin doğruluğunu kendince saptamıştır. A.Y.'ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.4) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.5) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 4. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.Y.'nin Temsili



Şekil 4. 5. Doğru Parçası Manipülatifiyle İlgili A.Y.'nin Aşama Görüntüsü

#### **-Eşkenar/İkizkenar Üçgen**

Bu görüşmede katılımcılara eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen manipülatifi verilmiş ve manipülatifin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorulmuştur. Katılımcıların ikisi de her iki manipülatifin denge noktası bulma işlemini belirlemiş ve bu eylemde kendilerine verilen üçgenlerin üzerinde merkezi bir nokta arayışına girmişlerdir. Katılımcılar *Araştırma* yaparak *Genelleme Hareketleri* gerçekleştirmişler ve denge noktasını aynı ilişkiyi araştırarak bulma arayışına girmişlerdir. Ayrıca katılımcılar doğru parçası manipülatifinden elde ettiği prosedürü eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatifine de taşımış ve *aynı prosedürü araştırma* yoluna da gitmişlerdir.

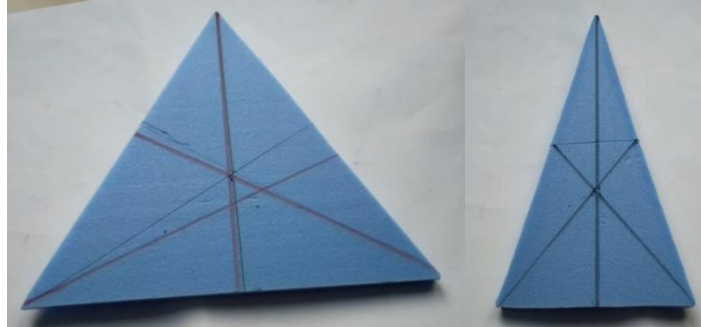
A.N.. ve A.Y. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde cetvel kullanarak ölçüm yapmışlar, ayrıca buldukları sonuçların doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programından yardım istemişlerdir.

A.N... kendisine verilen eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatiflerini incelediğinde;

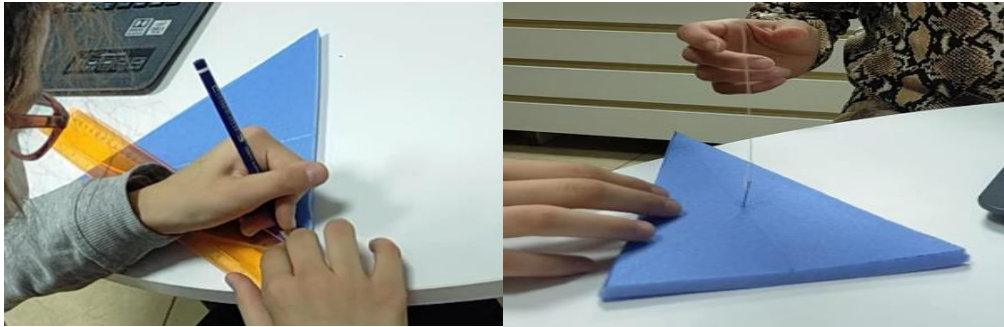
“...aynı şekilde tam ortasından asarsak dengede kalır...” , “...eşkenar üçgen olduğu için her kenarı eşit, o yüzden tam ortasını ölçerek bulabiliyorum...” ,

“...köşeden çizdiğim uzunluğun karşısındaki kenarla birleştiği yer tam ortası olacaktır...” , “...cevabın yanlış çıkmasının sebebini çizdiğim uzunlukların tam ortasından geçmemiş olabileceğinden kaynaklı olacağını düşünüyorum...” , “...ilk çizdiğimin doğru olduğunu, onun ortadan geçtiğini düşünüyorum...” , “...hepsinin kesiştiği yeri bulacağım...” , “...ölçeriz ve tam orta noktasını buluruz...” ve “...yine belki kenarı ölçüp ortadan bölersek bulabiliriz...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler neticesinde A.N.’nin *Aynı İlişkiyi Araştırma* yaptığı düşünülmüştür. Ayrıca A.N. aynı manipülatif ilişkin verdiği “...ortası için bu şekli ikiye böleceğim...” , “...çünkü bu şekil eşkenar üçgendir ve ortadan ikiye katladığımızda oluşan katlama izi ortasından çizilen uzunluktur...” , “...biraz daha uzun bir şekil olacağı için denge noktasının biraz aşağı kayacağını düşünüyorum, simetrik olması lazım...” ve “...yani aynı şekilde tam ortadan bölen çizgi çizeriz ki, iki tarafı da eşit olmalı. Üçgenin tam ortası çizdiğimiz doğru parçasının üzerinde olmalı...” ifadeleriyle de *Aynı Prosedürü Araştırma* yaptığı düşünülmüştür. Bunlarla birlikte A.N. ile görüşme sürecinde A.N.’nin zihninde oluşturduğu genelleme şemalarına ilişkin belirleyici diyaloglar da saptanmıştır. Buna göre A.N.’ye “Çizdiğin doğrunun tam ortası olduğunu nasıl düşündün?” sorusu sorulduğunda A.N. “Ortası için bu şekli ikiye böleceğim. Ondan sonra bulacağım.” cevabını vermiştir. Bu durum A.N.’nin denge noktası bulmaya çalışma düşüncesinin bir durum olduğunu, bir nesnenin denge noktasının ortasında olması gerektiğini ve bu sebeple durumları ilişkilendirdiğini göstermektedir. Devamında A.N.’ye “Peki, o çizdiğin uzunluğun tam ortasından geçeceğini nasıl hesapladın?” sorusu sorulduğunda A.N. “Eşkenar üçgen olduğu için her kenarı eşit, o yüzden tam ortasını ölçerek bulabiliyorum. Köşeden çizdiğim uzunluğun karşısındaki kenarla birleştiği yer tam ortası olacaktır.” cevabını vermiştir. A.N.’nin verdiği cevaplar doğru olmasına rağmen yaptığı hamleler henüz zihninde eşkenar üçgenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiğini tam oturtamamış olabileceğini düşündürmektedir. Ancak kendisine verilen manipülatifin denge durumunu ipe askıya aldığı anda cismin dengede kalması A.N.’nin kendisini doğru yolda olduğuna inandırmıştır. Ardından A.N.’ye “Peki, şimdi ikizkenar üçgenimiz var bu üçgenimizi diğer üçgende yaptığımız gibi nereden asarsam dengede kalır?” sorusu sorulduğunda A.N.. “Biraz daha uzun bir şekil olduğu için denge noktasının biraz daha aşağıya kaydığını düşünüyorum. Simetrik olması lazım.” cevabını vererek daha temkinli davranmıştır. Bu cevap A.N.’nin ölçüm yapmadan göz kararı orta nokta ya da simetrik çizgi bulmaya çalışması sebebiyle

oluşmuştur. Görüşme devam ederken A.N.'ye "O zaman nasıl simetrik, açıklar mısın? Çizeceğimiz çizginin nasıl kesin simetri çizgisi olduğunu anlarız?" sorusu sorulmuş ve A.N. "Ölçeriz ve tam orta noktasını hesaplarız. Yani aynı şekilde tam ortadan bölen çizgi çizeriz iki kısmı da eşit olmalı. Üçgenin tam ortası çizdiğimiz doğru parçasının üstünde olmalı." cevabını vermiş ve A.N. daha emin adımlarla genellemesini sürdürmüştür. Görüşme sonlarına doğru A.N.'ye "Peki, bu noktayı nasıl kesinleştireceğiz?" sorusu sorulmuş, A.N. ise "Az önceki gibi diğer kenardan da orta noktasını bularak bir çizgi çizdiğimizde elde ettiğimiz kesişim noktasını cevap olarak alamayız bence çünkü o şekil eşkenar üçgeni. Bu ikizkenar üçgen" şeklinde cevap vermiş, üçgenin denge noktasının simetrik çizgilerin kesişimi yoluyla bulunabileceği şeklinde bir genelleme yoluna gitmiştir. A.N.'ye ilişkin manipülatifin temsili (Şekil 4.6) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.7) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 6. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Temsili



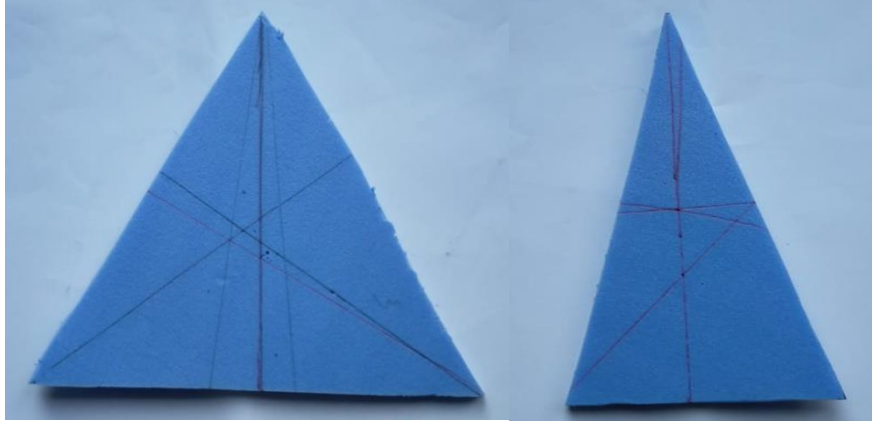
Şekil 4. 7. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü

A.Y. ise kendisine verilen eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatifini incelediğinde;

"...şimdi hepsinin uzunluğunu ölçeceğim...", "...bu çizgi bunun çaprazının durduğu yer...", "...şimdi doğrusu ucundan başlamamız lazım...", "...köşeden tam

*ortasını çizmemiz lazım...*”, “...bunların 3ünün de çakıştığı yer yok, o yüzden ikişer ikişer deneyeceğim...”, “...ben bundan sonra kareye geçeriz sanmıştım. Üçgen kareden daha zor çünkü...”, “...tam ucuna bağlanan bir tane olması lazım...” , “...buranın tam ortasına gelmesi lazım...” ve “...o zaman bu kenarların ortalarına göre yapacağız...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeleri A.Y.’nin *Aynı İlişkiyi Araştırma* yaparak genelleme yaptığını düşündürmektedir. Ayrıca A.Y. aynı manipülatife ilişkin verdiği “...ilk önce bütün çapraz kısımlarının nereye gittiğini görürüm ve onların çakıştığı yeri de şey yaparım...” ifadesiyle de *Aynı Prosedürü Araştırma* yaparak genelleme yaptığını düşündürmektedir. Üstte belirtilen saptamalar haricinde A.Y.’nin verdiği diğer ifadelerle göre A.N. kendisine eşkenar üçgen manipülatifi verilir verilmez zihninde bir şema oluşturmuş ve eşkenar üçgen içinde çizilen çizgilerin tek bir noktada kesişmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ancak A.Y. ölçüm yapmadan yaptığı çizimler neticesinde sonucuna kendisinin de şaşırdığı üzere üçgenin içinde çizdiği 3 kenarortay çizgisinin tek bir noktada kesişmediğini görmüştür. Bu durum kendisine sorulduğunda A.Y. “*Bunların 3ünün de çakıştığı bir yer yok. İlk önce bu ikisinin çakıştığı yeri denicem. Sonrada hepsinin çakıştığı yeri deneyeceğim. Hayır olmadı... Dur bakalım. Şunu deneyeceğim. Rasgele bir yer deneyeceğim... Yok, bu sefer de o tarafa gidiyor.*” şeklinde eylem ve ifadelerde bulunmuştur. Denge noktasını bulabilmek için yaptığı çizimler haricinde birkaç nokta belirleyerek doğru cevabı bulmaya çalışan A.Y. “*Şöyle denersem..., alta doğru gidiyor. Biraz yukarı çıkmam lazım... Şuraya gelirim, şimdi de şu tarafa kayıyor.*” şeklinde farklı denemelerde bulunmuş ve son denemede başarılı olmuştur. Bulduğu noktanın deneme yoluyla bulunduğu bilen AY’ye bu noktanın emin olarak nasıl bulunması gerektiği sorusu iletilmiş, bu soruya cevap olarak A.Y. “*Ben bundan sonra kareye geçeriz sanmıştım. Üçgen kareden daha zor çünkü.*” şeklinde cevap vermiştir. Bu cevabın karenin kenarlarının karşılıklı olarak birbirine paralel olmasından ve birbirine paralel olan kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçalarının kesişiminin tek bir nokta olduğunun A.Y.’nin zihninde şema olarak oluştuğunun bir göstergesi olarak düşünülmektedir. Nitekim bu durum dikdörtgen verildiğinde A.Y.’nin verdiği “*Belki bu çizgi yöntemi burada işe yarar.*” cevabıyla da örtüşmektedir. A.Y.’nin eşkenar üçgen içinde tek noktada kesiştiremediği çizgilerin yerine daha farklı nasıl çizilmeli sorusuna A.Y. “*Yani tam uçtan böyle düzgün gitmesi lazım.*” cevabını vermiştir. “*Bütün çubuklar böyle düzgün gidiyor gördüğün gibi.*” şeklinde bir cümle ile A.Y.’ye hatırlatma yapılmış ve A.Y.’ye

köşeden karşısındaki kenara doğru çizilen farklı çizimler çizilerek hangisinin en doğru çizgi olduğu, ya da bu çizgilerin arasındaki farkın ne olduğu sorulmuştur. A.Y. “*Buranın tam ortasına gelmesi lazım.*” şeklinde ifade edilerek hem bir önceki sorudaki saptadığı *nesnelere ilişkilendirme* kararını genelleyerek aynı ilişkiyi ilişkilendirmiş, hem de göz kararı değil ölçüm yaparak doğru cevabın bulunması gerektiğine kanaat getirmiştir. A.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.8) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.9) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 8. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y’nin Temsili



Şekil 4. 9. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y’nin Aşama Görüntüsü

### -Çeşitkenar Üçgen

Bu görüşmede katılımcılara çeşitkenar üçgen manipülatifi verilmiş ve bunun denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorulmuştur. Katılımcılar manipülatifin denge noktasını nasıl bulacaklarını düşünmüşler ve bu eylemde kendilerine verilen nesnelere üzerinde merkezi bir nokta arayışına girmişlerdir. Katılımcılar *Genişletme* ile *genelleme* yapmışlar ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* denge noktası arayışına girmişlerdir. Ayrıca katılımcılardan birisi *işlem* yaparak nesnenin denge noktasını genelleymiştir.

A.N. ve A.Y. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde

cetvel kullanarak ölçüm yapmışlar ve buldukları sonuçları üzerinde işaretlemeler yaparak genellemelerde bulunmuşlardır. Ayrıca katılımcılardan A.N. bulduğu sonucun doğruluğunu GeoGebra programı ile teyit etmek isterken, A.Y. bu eyleme gerek görmemiştir.

A.N... kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde;

*“...eşkenar üçgenin her tarafı düzgün bir şekildi. O yüzden simetrik çizgi çizerek cevabı bulduk. İkizkenar üçgende de simetrik çizgi vardı. Ama bu üçgenin tüm kenarları farklı uzunlukta, o yüzden kenarların orta noktalarını bularak çizgiler çizeceğiz...”* ifadesini kullanmıştır. Bu ifadesinden A.N.’nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* yaparak genelleme yaptığı düşünülmüştür. A.N. verdiği ifadelere göre üçgenlerin kenarlarına göre farklı türlerinin bulunması sebebiyle denge noktası bulma işlemlerinin de birbirinden farklı olması gerektiğini savunmuş ve *“Eşkenar üçgen her tarafı düzgün bir şekildi. O yüzden simetrik çizgi çizerek cevabı bulduk. İkizkenar üçgende de simetrik çizgi vardı ama bu üçgenin tüm kenarları farklı uzunlukta. O yüzden kenarlarının orta noktalarını bularak çizgiler çizeceğiz.”* şeklinde söylemlerde bulunmuştur. Aslında tüm üçgenlerde kendisi farkında olmasa da aynı yöntemi kullanan A.N.’ye *“O zaman burada yapman gereken senin söylediğin neydi bir de burada tekrar ederek yapalım.”* şeklinde bir yönlendirme yapılmıştır. Buna karşı A.N. ise *“Tüm kenarları ölçüp çıkan sayıyı ikiye bölerek karşısındaki çizgilerin kesiştiği noktayı bulacağım.”* şeklinde cevap vermiştir. Bu cevaba istinaden A.N.’ye *“Sana herhangi bir üçgen verildiğinde ben orta noktasını bulabilirim diyor musun?”* şeklinde soru sorulmuş, A.N. de *“Yani başta nasıl bir üçgen olduğuna bakarım. Her kenar uzunluğu farklıysa hepsini ölçüp, hepsinin yarısını bulup oradan karşısındaki köşeye bir doğru parçası çizerim. Eğer eşkenar bir üçgen ise ölçmeme gerek yok kenardan aşağı doğru çizer ve orta noktasını bulurum.”* şeklinde cevap vererek kenarlarına göre üçgenlerin denge noktalarının farklı çözümlerle bulunacağı iddiasını sürdürmüştür. Görüşmenin devamında A.N.’ye *“İkizkenar üçgende nasıl yapıyorsun peki?”* sorusu sorulmuş. *“İkizkenar üçgende de tam ortasından çizgi çizerim. Sonrasında da diğer köşesinden karşısındaki kenarın orta noktasına doğru bir çizgi daha çizerim ve kesiştikleri noktayı işaretlerim. Bu kadar.”* cevabını vermiştir. Sonuç olarak A.N. farkında olmadan üçgenlerin denge noktası bulma işlemini tek bir çözümle bulabilmiştir. Görüşme sonlarına doğru A.N.’ye *“Bunu tüm üçgenler için yapabilir misin?”* sorusu

sorulmuş. A.N. ise “*Hepsinin kenar uzunluklarını bulup onları ikiye bölüp karşılarındaki köşelerden çizgiler çizerek birleştirirdim.*” şeklinde cevap vererek genellemesini tamamlamıştır. 6. sınıf matematik müfredatında henüz kenarortay kelimesi geçmediği için A.N. bulduğu çizginin adının ne olduğunu bilememiş, kendisine “*Bunun adını hiç duydun mu?*” sorusu sorulduğunda “*Hayır hocam*” şeklinde cevap vermiştir. Daha sonra “*Kenarları ortaladığı için bu çizgiye ‘Kenarortay’ denir. Bunu 6.sınıf müfredatında öğrenmemen çok doğal ama sen bunu öğrendin ve kendin buldun. Bir üçgenin denge noktasını nasıl ifade edersin?*” şeklinde geri dönütler verilmiş ve son kez genel ifadelerle denge noktasının nasıl



Şekil 4. 11. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Temsili



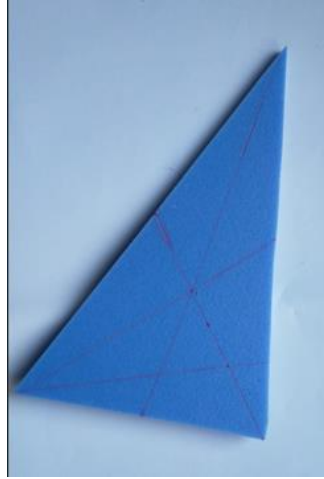
Şekil 4. 10. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Aşama Görüntüsü

bulunması gerektiği sorusu A.N.’ye sorulmuştur. A.N. de “*Üçgenin bir köşesinden bir kenarortay çizerim. Her köşeye bunu yaparım ve son kesiştiği yerde bulurum.*” şeklinde cevap vererek üçgenlere dair üçgen türlerine bağlı kalmaksızın denge noktasının bulunmasını genelleylebilmiştir. A.N.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.10) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.11) aşağıda verilmiştir.

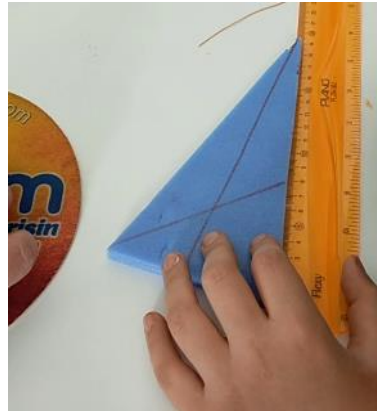
A.Y. kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde;

“...önce yine çizgi yöntemini deneyelim...”, “...çeşitkenar üçgende aynı eşkenar üçgen gibi kenarlarını ölçüp noktaları koyacağız...” ve “...ama ikizkenarda bu değil. İkizkenar üçgende direk uçlardan ölçeceğiz. Aslında ikizkenarda da aynısını yapacağız...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadelerden A.Y.’nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* yaparak genelleme yaptığını düşünülmüştür. Ayrıca A.Y. aynı manipülatife ilişkin verdiği “...köşelere doğru çizerseniz 0’dan 25’e, 12,5 olur...” , “...diğer taraf 28 iken 14 olur...” ve “...şimdi cetvel kullanarak bunları birleştireceğiz...” ifadeleriyle de *İşlem* yaparak genellemeye gittiğini göstermektedir. A.Y. ile görüşme sürecinde çeşitkenar üçgen manipülatifinin denge noktası sorulduğunda A.Y. “Önce yine çizgi yöntemini deneyelim.” cümlesini kullanmış ve göz kararı çizdiği çizgilerin üçgen içinde tek bir noktada kesişmesi gerektiğini ifade etmiştir. Ancak çizdiği çizgilerin göz kararı olduğunu önemsemeyen A.Y. çizdiği çizgilerin doğruluğundan şüphe etmeyip çözüm yönteminin farklı olması gerektiğini savunmuş ve “Çakışmadılar yani kesinlikle diğer tarafa düşecek... deneyelim... ve olmadı...” şeklinde ifadede bulunmuştur. Bu duruma binaen A.Y.’ye “Sen ikizkenar üçgende nasıl bir yöntem bulmuştun?” sorusu sorulmuş, A.Y. de “İkizkenar üçgende şey yapmıştık. Yani sağ sol ölçüp noktaları bulmuştuk. Yaptığın yerden dışarı çekmeyeceksin, köşelere doğru çekeceksin.” cevabını vermiştir. Bu yöntemi çeşitkenar üçgende de uygulaması kendisinden istenince A.Y. “Deneyelim. Köşelere doğru çizerek 0 dan 25 e 12,5 olur. Diğer taraf 28 yani 14 olur. Son bunu deneyelim. Bu da 16. oda 13 yok 8. Şimdi bunları cetvel kullanarak köşelere getireceğiz.” şeklinde ifadede bulunmuş ve doğru cevabı bulmuştur. İlk etapta yaptığı hamlelerin üçgen çeşitlerine göre birbirinden farklı olduğunu savunan A.Y.’den durumu özetlemesi istendiğinde “Yani şey, Çeşitkenar üçgende aynı eşkenar üçgen gibi kenarları ölçüp noktaları koyacağız o noktaları da uçlarına doğru çizeceğiz. Ama ikizkenarda bu değil. İkizkenar üçgende direk uçlardan ölçeceğiz. Aslında ikizkenar üçgende de aynısını yapacağız. Yani üçgenlerde kenarları ölçüp ortalarına nokta koyup noktaları köşelerine doğru çizeceğiz.” şeklinde ifadede bulunmuştur. Üçgenin denge noktasının bulunması olayını henüz kenarortay kavramını bilmediği için kendi çapında çizgilerin kesiştiği nokta yani çizgi yöntemi olarak adlandıran A.Y. sonuç olarak üçgen türlerine bağlı kalmaksızın üçgenlerin denge noktası bulma eylemini genelledebilmiştir. Bununla birlikte A.Y. kendisine verilen materyaller üzerinde birçok deneme yapmış ve ipe askıda tutarak dengenin nasıl korunması gerektiğini anlamıştır. Bu sebeple A.Y.

üçgenlerin denge merkezini bulması eylemini GeoGebra programında görmek istememiş “*Aslında gerek yok, artık nasıl olacağını öğrenmiş olduk.*” şeklinde bir ifade kullanmıştır. A.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.12) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.13) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 12. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y. 'nin Temsili



Şekil 4. 13. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin A.Y. 'nin Aşama Görüntüsü

#### 4.1.1.2. Refleksiyon Genellemeleri Bulguları

1. aşama sonucunda katılımcılar kendilerine verilen nesnelerin denge merkezlerini bulmayı başarmışlardır. Bu sebeple katılımcıların verdikleri cevaplar ve yaptığı eylemler *refleksiyon genellemeleri* açısından ayrıca değerlendirilmiştir. Bununla birlikte bu süreçte *etki* kategorisine ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara üçgensel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış üçgensel bölge manipülatifi verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre refleksiyon genellemeleri olarak *Etki* seviyesine ait *Önsel Fikir* veya *Strateji* ile ulaştıkları da gözlenmiştir. Sonuç olarak bu seviyede katılımcılar *Belirleme* veya *Açıklama*,

*Tanımlama ve Etki seviyelerinde genellemelere ulaşmışlardır. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.*

A.N. kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...bütün üçgenlerde hepsinin kenar uzunluklarını bulup onları ikiye bölüp karşısındaki köşelerden çizgiler çizerek birleştiririm...” , “...başta nasıl bir üçgen olduğuna bakarım, her kenar uzunluğu farklıysa hepsini ölçüp yarısını bulup oradan karşısındaki köşeye bir doğru parçası çizerim. Eğer eşkenar üçgen ise ölçmeme gerek yok, kenardan aşağı çizer ve orta noktasını bulurum...” ve “...ikizkenar üçgende de tam ortasından çizgi çiziyorum. Sonrasında da diğer köşesinden karşısındaki kenarın orta noktasına doğru bir çizgi daha çizerim ve kesiştikleri noktayı işaretlerim...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler neticesinde A.N.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile Belirleme veya Açıklama yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte A.N.’nin “...üçgenin bir köşesinden kenarortay çizerim. Her köşeye bunu yaparım ve son kesiştiği yerde bulurum...” *Objeler Sınıfını* oluşturarak Tanımlama yaptığı, “...her kenar uzunluğu farklı olduğu için hepsini ölçüp hepsinin yarısını bulmam gerekir...” ifadesi de *Önsel Fikir* veya *Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

A.Y. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...evet, bütün üçgenlerde yaptığımız yöntem aynı...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde A.Y.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* yaparak Belirleme veya Açıklama’ya gittiğini göstermektedir. Bununla birlikte A.Y.’nin “...üçgenlerde kenarları ölçüp ortalarına nokta koyup noktaları köşelere doğru çizeceğiz...”ifadesi *Objeler Sınıfını* belirleyerek Tanımlama yaptığı, “...operatörün elindeki şey bir üçgen olduğu için önce kenarlarına bakmamız gerekir. Sonra onları ölçerek ortalarından köşelerine çizgiler çizmemiz gerekir...” ifadesi de *Önsel Fikir* veya *Strateji* yaparak Etki seviyesine ulaştığını göstermektedir.

#### **4.1.2. 2. Aşama (Çokgenler)**

Bu aşamada katılımcılara dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelere denge noktalarının tam olarak neresi olması gerektiği sorulmuştur. Katılımcılardan A.N. tüm nesnelere denge noktalarını tespit edebilmiş ancak A.Y. dörtgen ve beşgen nesnelere denge noktalarında genelleme eyleminde bulunamamıştır. Katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında

incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

#### 4.1.2.1. Genelleme Hareketleri Bulguları

Katılımcılardan A.N. kendisine verilen nesnelerin tamamının denge noktasını tespit etmiş ancak A.Y. dörtgen ve beşgen modellerinin denge noktasını bulmakta zorlanmıştır. Bu süreçte katılımcıların her ikisi de *İlişkilendirme, Araştırma ve Genişletme* yaparak “Genelleme Hareketleri” eylemlerinde bulunmuşlardır.

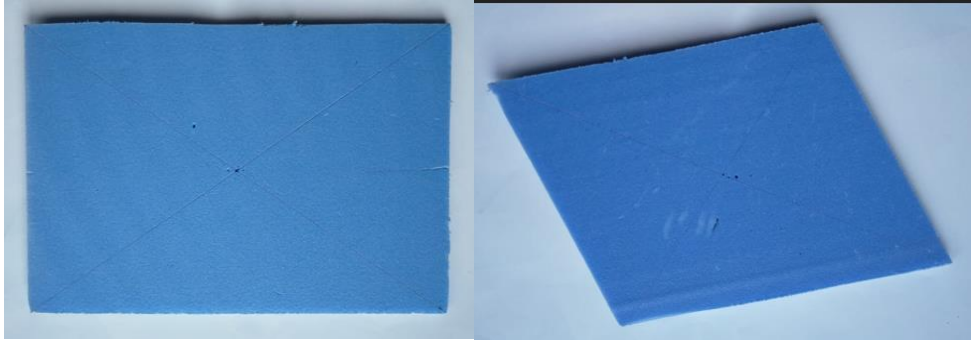
##### -Dikdörtgen/Paralelkenar

Bu görüşmede katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar manipülatifleri sıra belirtilmeden birlikte verilmiş ve bu nesnelerin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Katılımcıların tamamı kendilerine verilen nesnelerin denge noktasını belirlemiştir. Bu süreçte katılımcıların *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları görülmüştür. Ayrıca katılımcıların tamamı kalem ve cetvel kullanmıştır. Bununla birlikte katılımcılardan A.N. GeoGebra programında bulunduğu sonucu teyit etmek istemiş ancak A.Y. dikdörtgen ve paralelkenar nesnelerinin denge noktaları arayışında bu programa ihtiyaç duymamıştır.

A.N. ve A.Y. dikdörtgen ve paralelkenar manipülatiflerinin denge noktasını bulabilmek için ilk etapta cetvel kullanmaya başlamış ve işlem yaparak ortasını işaretleme yoluna gitmiştir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı söylenebilir.

A.Y. kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde; “...belki sadece üçgenlerde değildir, çoğu şekilde işe yarıyordur...” , “...zaten bir tane noktayı bulsak bile düz bir şekilde diğer noktaya gideceği için gerek yok...” , “...her zamanki yöntemi hepsinde denerim...” ve “...yani hepsinde etrafını ölçüp kenarlarının ortalarını bulmam lazım...” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu ifadeler *Nesneleri İlişkilendirme* yaparak genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. A.Y. ile görüşme sürecinde A.Y.’ye paralelkenarın denge noktası sorulduğunda A.Y. “Belki sadece üçgenlerde değildir çoğu şekilde işe yarıyordur.” şeklinde cevap vermiş ve üçgenlerde bulunduğu orta nokta bulma çözümünü paralelkenarda da uygulamaya çalışmıştır. Bu sebeple *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yapan A.Y. dikdörtgen manipülatifinin denge noktasında da aynı şekilde “Yani burada dik kenarlar var ama aynı dikdörtgen gibi ama biraz daha eğilmiş. Her zamanki yöntemi hepsinde yine

*deneyelim.*” şeklinde cevap vererek *nesneleri ilişkilendirerek* genellemesine devam etmiştir. Sonuç olarak paralelkenar ve dikdörtgen manipülatiflerin denge noktasının nasıl bulunabileceği sorusu kendisine sorulduğunda A.Y. “*Şu an her zaman denediğimiz şeyi yine deniyoruz. Evet, yani anladık ki şunun gibi bir şey olmadığı sürece (herhangi bir özel durumu olmayan beşgenden bahsediyor) yani hepsinde etrafını ölçüp kenarlarının orta noktalarını bulmamız lazım.*” şeklinde cevap vererek denge noktası bulma eylemini genellemiştir. A.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.14) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.15) aşağıda verilmiştir.



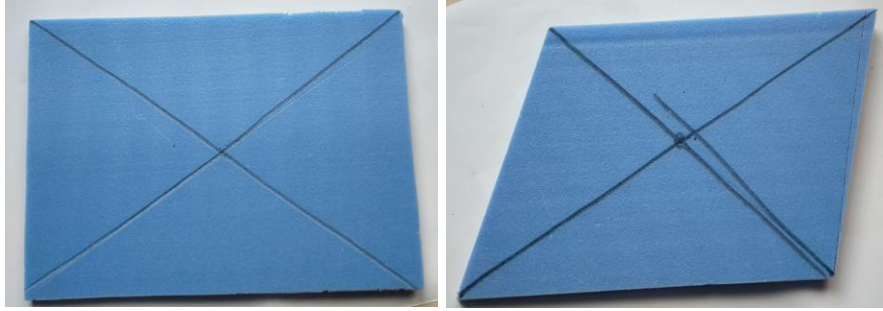
Şekil 4. 14. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.’nin Temsili



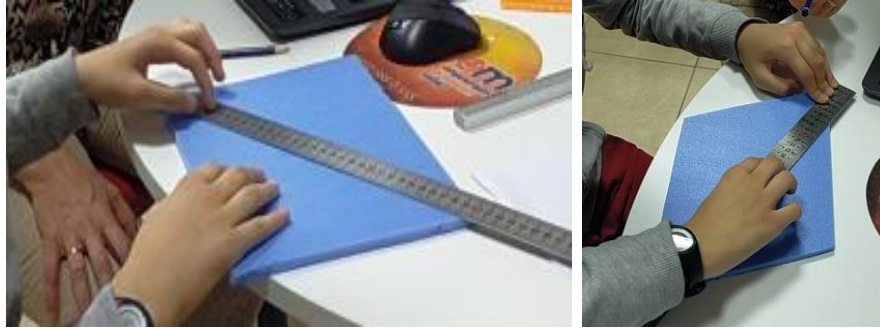
Şekil 4. 15. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.’nin Aşama Görüntüsü

A.N. ise kendisine verilen nesneleri incelediğinde ; “*...üçgenlerde kenar uzunluklarını ölçüp ona göre karar vermişim. Dikdörtgende köşeler karşılıklı olduğu için köşeleri birleştiren uzunlukların birleştiği nokta ortasıdır...*” ve “*...yine aynı mantığı uyguluyorum, köşegenlerin kesişimini alıyorum...*” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu ifadeler *Nesneleri İlişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. A.N. ile görüşme sürecinde A.N.’ye dikdörtgenin denge noktası sorulduğunda A.N. “*Üçgenlerde kenar uzunluklarını ölçüp ona göre çizmişim.*

*Dikdörtgende köşeler karşılıklı olduğu için köşeleri birleştiren uzunlukların birleştiği nokta ortasıdır.*” şeklinde cevap vererek yine orta nokta arayışına girdiğini dolayısıyla *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığını göstermektedir. Paralelkenarın denge noktası bulma eyleminde de A.N. *“Yine aynı mantığı uyguluyorum.”* şeklinde cevap vererek dikdörtgen ve paralelkenarın denge noktası bulma işlemini genellemiştir. Ayrıca A.N.. bulduğu sonuçları GeoGebra programında da görmek istemiş ve bulduğu sonuçların doğruluğu teyit etmiştir. A.N.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.16) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.17) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 16. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Temsili



Şekil 4. 17. Paralelkenar/Dikdörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Aşama Görüntüsü

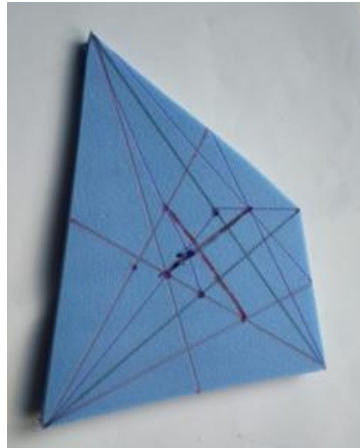
### **-Dörtgen**

Bu görüşmede katılımcılara herhangi bir özelliği olmayan sıradan bir dörtgen manipülatifi verilmiş ve bu nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Katılımcılardan A.Y. kendisine verilen nesneye dair denge noktası bulmakta başarılı olamamış, A.N. ise başarılı olmuştur. Katılımcılar *aynı ilişkiyi araştırma* yapmışlar, ayrıca A.N. *aynı çözüm veya stratejiyi araştırma* eylemlerinde bulunmuştur. Ayrıca katılımcılar kalem ve cetvel kullanmıştır. Bununla birlikte bu görüşmede katılımcılar yaptıkları eylemlerin doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programına ihtiyaç duymuşlardır

A.N. ve A.Y. kendilerine verilen dörtgen manipülatifini incelemiş, cetvel ve kalem kullanarak çeşitli hesaplamalar yapmıştır. A.N. farklı denemeler yapsa da doğru sonuca ulaşmış, ulaştığı sonucu GeoGebra programı ile teyit etme ihtiyacı duymuştur. A.Y. ise yaptığı farklı denemeler neticesinde doğru sonuca ulaşamamış ancak yine de GeoGebra programından yardım isteyerek denge noktası ile ilgili bilgi sahibi olmuştur.

A.N. kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde; “...acaba üçgen gibi mi yapsam...” , “...aslında iki noktanın arasını ölçüp tam ortasını bulursak denge noktası orası olabilir...” , “...iki üçgenin karşılıklı köşelerinin kesişen kenarlarına olan uzaklıklarının ne olduğunu ölçeriz. Ardından birbirleri arasındaki farka bakarak kaydırma miktarını öğrenebiliriz. Aradaki farkı bularak ne kadar kaydıracağımızı öğrenebiliriz...” ve “...acaba ikisinin kesiştiği yeri mi yapsak?...” ifadelerini kullanmıştır. . Bu ifadeler A.N.’nin *Aynı İlişkiyi Araştırma* yaparak genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca A.N.’nin verdiği “...yine karşılıklı köşeleri birleştirip kesişim noktasını belirlerim...” ifadesi ise *Aynı Çözüm veya Stratejiyi Araştırma* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. A.N. ile görüşme sürecinde sıradan dörtgenin denge noktasının bulunması eyleminde A.N. “Yine aynı mantıkla köşegenleri birleştiririm” şeklinde cevap vermiştir. Cevabın doğruluğunu ipe manipülatifi askıda tutarak kontrol eden A.N, cevabın yanlış olduğunu anlayınca farklı denemelere başlamıştır. Bu süreçte A.N.’ye dörtgen içindeki üçgenlerin olup olmadığı sorulmuş ve “Şuradan çizersem üçgen olur” cevabı alınmıştır. Bu sebeple dörtgenin içindeki üçgenlerin denge noktalarını bulmaya çalışan A.N. dörtgeni iki üçgene ayırarak her iki üçgenin de denge merkezini belirlemiştir. Bu sefer A.N.’ye iki farklı nokta bulunduğunu, doğru cevabın hangi nokta olması gerektiği sorulmuş, A.N. ise “Bulduğum iki noktanın ortasıdır.” şeklinde cevap vermiştir. A.N.’den bulunduğu noktanın denenmesi istendiğinde A.N. denemesini yapmış ve başarısız bir hamle yaptığını fark etmiştir. Bu süreçte farklı denemeler yaparak doğru denge noktasının iki üçgenin denge noktalarını birleştiren doğru parçasının üzerinde olduğunu fark etmiştir. Doğru cevabın neden ortası olmadığı ya da hangi üçgene daha yakın olması gerektiği sorusu A.N.’ye sorulmuş ve “Emin değilim ama iki üçgenin karşılıklı köşelerinin kesişen kenarlarına olan uzaklıklarının ne olduğunu ölçeriz. Ardından birbirleri arasındaki farka bakarak kaydırma miktarını öğrenebiliriz. Mesela aralarında 3mm var ise orta noktayı 3 mm

*kaydırırız. Aradaki farkı bularak ne kadar kaydıracağımızı öğrenebiliriz.”* şeklinde A.N. cevap vermiştir. A.N.’den daha önceden bulunduğu sonuçlar arasındaki ilişki kurmasının beklendiği, elde ettiği bilgilerle yeni bir şeklin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusuna cevap verilmesi gerektiği kendisine tekrar iletilmiş ve A.N. “Şuradan çizseydik de başka iki üçgen olurdu.” cevabı gelmiştir. Kendisinden aynı işlemlerin bu iki üçgende de yapılması istendiğinde A.N. yine iki nokta belirlemiş, bu iki noktayı birleştiren doğru parçasını çizmiş ve bu doğru parçasının orta noktasını almıştır. Yeni elde ettiği orta noktayı tam emin olmasa da cevap kabul ederek “*Tam emin değilim ama yine de bakalım.*” diyerek manipülatifi askıda kalacak şekilde asmıştır. Manipülatifin tam dengede kalmaması sebebiyle kendisini düşünmeye sevk eden A.N.. “*Acaba ikisinin kesiştiği noktayı mı alsak?*” şeklinde cevap vermiş ve yeni elde ettiği noktanın denge merkezi olduğu iddia etmiştir. Yaptığı denemelerde bulunduğu sonucun doğru olduğunu fark eden A.N. GeoGebra programında da bulunduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek istemiştir. Daha sonra dörtgenlerin denge merkezlerinin nasıl bulunması gerektiği sorusu kendisine sorulduğunda A.N. “*Bir dörtgeni üçgenlere bölüp, o üçgenlerin ağırlık merkezlerini buluruz. Sonra hepsinin birden çakıştığı nokta herhangi bir dörtgenin denge merkezidir*” şeklinde verdiği cevabıyla *uygulama alanını genişleterek* dörtgenlerin denge merkezi bulma eylemini genelleyebilmiştir. A.N.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.18) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.19) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 18. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Temsili

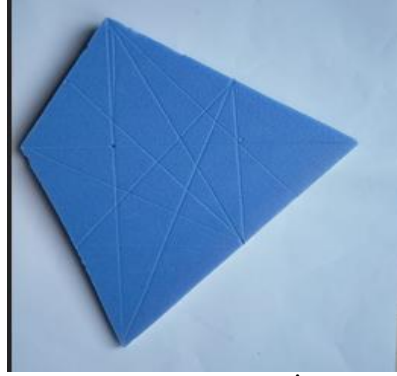


Şekil 4. 19. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü

A.Y. ise kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde; “...ama bunda olmaz ki...” , “...neyse 18,5 civarında, 9 buçuğu işaretleyelim...” , “...her tarafı farklı bir şekil olmadığı sürece işe yarıyordu...” ve “...bunların ortası olmalı, buralarda bir yerde olmalı...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler A.Y.’nin *Aynı İlişkiyi Araştırma* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır.

A.Y. ile görüşme sürecinde kendisine verilen dörtgeni ilk incelediğinde dörtgenin kenarlarının ortasını bulmaya çalışmıştır. Sonrasında bulduğu orta noktaları birleştirerek iki doğru parçası elde etmiş ve bu doğru parçalarını birleştirerek yeni bir nokta elde etmiştir. “Hayır. Kesinlikle hayır. Yani şu tarafa doğru gidiyor. Bu sefer de alta doğru gidiyor” şeklinde ifadede bulunan A.N. yaptığı eylemin başarısız olduğunu fark etmiştir. Daha sonra “Bu yöntem her tarafı farklı bir şekil olmadığı sürece işe yarıyordu. Bunda işe yaramadı ama doğru cevap çok uzakta değil gibi görünüyor ama nerede işte. Merak ediyorum şimdi ben şunların tam kesişimini getirsem, buraya geçiyor.” şeklinde farklı farklı denemeler yapmaya devam etmiştir. Şu ana kadar en iyi bildiği şeklin hangi şekil olduğu sorusu A.Y.’ye sorulduğunda A.Y. “En iyi bildiğim üçgen” cevabını vermiştir. Dörtgenin içinde üçgenin olup olmadığı, eğer varsa o üçgenleri bulup bulamayacağı sorusu A.Y.’ye sorulmuş, A.Y. ise “Bu üçgen, bu da üçgen” ve “Bu üçgenlerin denge merkezini bulsam bile ne işe yaracak ki?” cevabını vermiştir. Bu süreçte A.Y.’nin zihninde şema kurma çabaları giderek artarken A.Y. bulduğu üçgenlerin denge merkezlerini nokta olarak belirlemiş ve “Bu iki noktanın ortası olmalı. Bunların ortasında bir yerde olmalı” şeklinde cevap vermiştir. Tam ortasını deneyen A.Y. bulduğu çözümün doğru olmadığını “Kesin sola çekecek. Kesinlikle sola çekecek. Demiştım.” diyerek fark etmiş ve farklı çözümler arama yoluna gitmiştir. Dörtgen içinde daha

farklı üçgenlerin de elde edilebileceği bilgisi A.Y.'ye iletilince A.Y. farklı üçgenler elde etmiş ve onların da denge noktalarını belirlemiştir. Elde ettiği yeni iki noktayı birleştirerek bir doğru parçası çizen A.Y. ilk bulduğu doğru parçası ile yeni elde ettiği doğru parçasının kesişimini almış ve yeni bir nokta elde etmiştir. “İki çizginin ortası mı olacak denge merkezi?” ve “Deneyelim. Aaa, oldu. Demek ki doğruymuş” şeklinde ifadelerde bulunarak çözüm bulmuş ve dörtgenin denge merkezi bulma eylemini genelleyebilmiştir. A.N.'ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.20) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.21) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 20. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Temsili



Şekil 4. 21. Dörtgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü

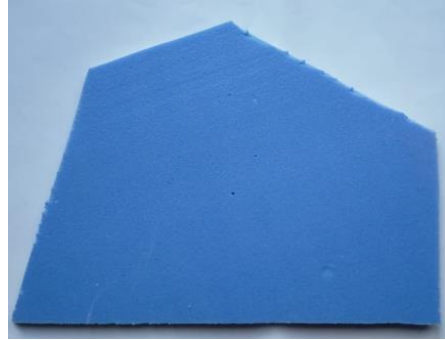
### **-Beşgen**

Bu görüşmede katılımcılara herhangi bir özelliği olmayan sıradan bir beşgen manipülatifi verilmiş ve bu nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Katılımcılardan A.Y. denge noktası bulmakta başarılı olamamış, A.N. ise çeşitli denemeler yapmış ve kısmen zorlansa da başarılı olmuştur. Katılımcılar *uygulanabilirlik alanını genişletme* yaparak genellemeye ulaşmışlardır. Ayrıca katılımcılar tamamı kalem ve cetvel kullanmıştır. Bununla birlikte bu görüşmede katılımcılar yaptıkları eylemlerin doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra

programına ihtiyaç duymuşlardır.

Katılımcılar *uygulanabilirlik alanını genişletme* ile genellemeye ulaşmışlar, ayrıca A.Y. *ayrıntıları uzaklaştırma* eyleminde de bulunmuştur.

A.N. kendisine verilen beşgen manipülatifini incelediğinde; “...*bunu dörtgene bölersek olabilir...*”, “...*beşgende de üçgenlere ayırırız...*” ve “...*bu iki şeklin ağırlık merkezini bulur ve noktaları arasındaki uzunluğu çizeriz. İlk çizdiğimiz uzunluk ile ikinci çizdiğimiz uzunluğun kesiştiği noktaya bakarız...*” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler A.N.’nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. A.N. ile görüşme sürecinde A.N.’nin beşgenin denge noktasını bulabilmek için “*Bunu dörtgene bölersek bulabilirim*” şeklinde cevap verdiği görülmüş, bu sebeple A.N.’nin *uygulama alanını genişlettiği* düşünülmüştür. Dörtgene bölme işleminin nasıl yapılması gerektiği sorusu A.N.’ye sorulmuş ve “*Üçgenlere de ayırabiliriz aslında*” cevabı alınmıştır. Bu cevap da A.N.’nin üçgenler ve dörtgenler vasıtasıyla çözüm aradığını ve *uygulama alanını genişlettiğini* göstermektedir. Daha sonra A.N.’ye altıgen bir şekil verildiğinde denge noktasının bulunması gerektiği sorulmuş ve kendisine kâğıt verilerek kâğıt üzerinde çizim yapılması istenmiştir. A.N. “*Şuradan bir üçgene ayırırdım. Diğer kısmı beşgen olurdu. Beşgenin ağırlık merkezini bulurdum ve iki noktayı birleştirirdim. Şimdi de şu şekilde çizgi çizerek şekli ikiye ayıralım. Şuradan çizersek olur. İki çizgiyi kesiştirirsek cevap kesişim noktası olur*” şeklinde cevap vermiştir. Bu cevap ile A.N.’nin *uygulama alanını genişleterek* genellemede bulunduğu düşünülmüştür. A.N.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.22) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.23) aşağıda verilmiştir.

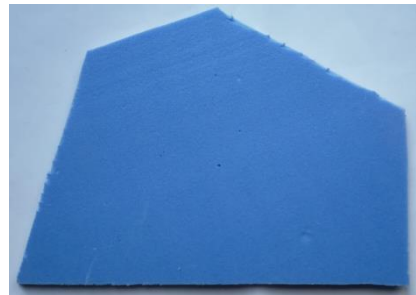


Şekil 4. 22. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.N.’nin Temsili



Şekil 4. 23. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.N.'nin Aşama Görüntüsü

A.Y. ile görüşme sürecinde geçen diyaloga göre A.Y. kendisine verilen beşgen manipülatifi için “*Bunlar hangi şekilse, yani bunlar hangi şeklin sıradantıysa o şekle böleceğiz her tarafını veya sadece bir tarafını.*” diyerek şeklin denge merkezini bulmak için dörtgende ya da üçgende bulunduğu çözümlerin ilişkisinden yararlanmak gerektiğini ifade etmiştir. Bu sebeple A.Y.’nin bu ifadesinin *uygulama alanını genişleterek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. A.Y.’nin zihninde kurduğu şemaya göre hareket ettiği görülmüş ama çözümü eyleme dökmesi istendiğinde başarısız olduğu gözlenmiştir. Tam anlamıyla genelleme eylemlerinde bulunamayan A.Y. beşgenin bir köşesinde diğer köşelere doğru köşegenler çizerek şekli 3 üçgene ayırmış ve bu üçgenlerin denge noktalarını göz kararı belirlemiştir. Bunun üzerine “*Diyelim ki üçgenlere ayırdık. Diyelim ki bunların ağırlık merkezleri burada, burada, burada. O zaman tüm şeklin denge merkezi neresi olmalıdır?*” sorusu A.Y.’ye sorulmuş, A.Y. ise “*Belki de orda oluşan üçgenin ağırlık merkezi şeklin ağırlık merkezidir.*” diyerek cevap vermiş ve A.Y.’nin bu konuda daha fazla ayrıntıyı zihninde tasarlayamadığı görülmüştür. Ancak bu cevabıyla A.Y.’nin detaylardan kaçınarak *ayrıntıları uzaklaştırarak* genelleme yapmaya çalıştığı düşünülmüştür. A.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.24) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.25) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 24. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.Y.’nin Temsili



Şekil 4. 25. Beşgen Manipülatifine İlişkin A.Y.'nin Aşama Görüntüsü

#### 4.1.2.2. Refleksiyon Genellemeleri Bulguları

Bu aşamada katılımcılardan A.N. kendisine verilen nesnelerin denge noktalarını tespit etmiş ancak A.Y. dörtgen ve beşgen manipülatiflerinin denge noktasını bulmakta zorlanmıştır. Bu süreçte katılımcılar *Refleksiyon Genellemeleri* olarak *Belirleme veya Açıklama*, *Tanımlama* ve *Etki* eylemlerinde bulunmuşlardır. Bununla birlikte bu süreçte etkiye ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara çokgensel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış çokgensel bölge manipülatifi verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre katılımcılardan sadece A.N.'nin *Önsel Fikir veya Strateji* ile *Etki* eylemine ulaştığı da gözlenmiştir. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.

A.N. kendisine verilen nesnelere sonucunda çokgen manipülatiflerinin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...bütün çokgenlerde üçgene bölmeye gerek var. Yoksa tam net olarak hangi nokta olduğunu bulamayız...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde A.N.'nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile *Belirleme* veya *Açıklama* yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte A.N.'nin “...herhangi bir çokgeni iki parçaya ayırdığımızda, iki parçanın ağırlık merkezlerini birleştiren doğru parçalarının kesişimini almak çokgenin ağırlık merkezini bulmak için yeterlidir...” ifadesi *Objeler Sınıfını* belirleyerek *Tanımlama* yaptığını göstermektedir. “...operatöre verilen nesne bir dörtgen olduğu için öncelikle dörtgeni iki üçgene ayırırız...” ve “...üçgenlerin ağırlık merkezlerini birleştiren doğru parçasını çizeriz ve diğer üçgenlerle çizdiğimiz çizgi ile kesiştiririz...”

ifadeleri de A.N.'nin *Önsel Fikir veya Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

A.Y. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda çokgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin farklı farklı söylemleri olsa da; bu söylemler (katılımcıya verilen manipülatifin denge noktasının bulunmasına katkı sunmadığı düşüncesiyle) herhangi bir kategoriyle ilişkilendirilememiştir.

#### **4.2. 7. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular**

7. sınıf seviyesinde bulunan iki ayrı katılımcıya birbirinden farklı 8 nesne verilmiş ve bu nesnelerin denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği sorulmuştur. Katılımcılarla tek oturum halinde görüşmeler yapılmış ve yapılan görüşmelerde N.K ile yapılan görüşme 110 dakika, T.M ile yapılan görüşme 105 dakika sürmüştür. Katılımcılara verilen nesnelere iki aşamaya ayrılmış, ilk aşamada doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri, ikinci aşamada ise dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri verilmiştir. Bu nesnelere ilişkin bulgular aşağıda başlıklar halinde detaylandırılarak verilmiştir.

##### **4.2.1. 1. Aşama (Üçgenler)**

Bu aşamada katılımcılara doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelerin denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği sorulmuştur. Katılımcıların tamamı kendilerine verilen nesnelerin denge noktalarını tespit etmişlerdir. Tespitleri katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

##### **4.2.1.1. Genelleme Hareketleri Bulguları**

Katılımcılar N.K. ve T.M. kendilerine verilen nesnelerin denge noktalarını tespit etmişler ve bu süreçte “Genelleme Hareketleri” olarak *İlişkilendirme, Araştırma ve Genişletme* eylemlerinde bulunmuşlardır. Kendilerine verilen nesnelere bazında aşağıda katılımcılara ait bulgular belirtilmiştir.

##### **-Doğru Parçası**

Bu görüşmede katılımcılara doğru parçası manipülatifi verilmiş ve doğru parçası manipülatifinin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Katılımcıların tamamı doğru parçası manipülatifinin

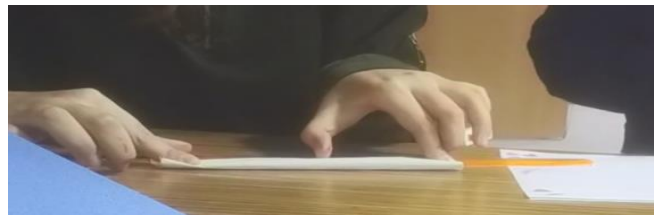
denge noktasını belirlemiş ve buna göre doğru parçası şeklinde verilen herhangi bir manipülatifin denge noktasının cismin tam orta noktası olması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, tüm katılımcıların genelleme hareketlerinden durumları ve nesnelere ilişkilendirdiği görülmüştür. Ayrıca katılımcılar kalem ve cetvel kullanmış, bununla birlikte GeoGebra programında denge noktasının nasıl bulunduğunu görmek istemişlerdir.

N.K. ve T.M. doğru parçası manipülatifinin denge noktasını bulabilmek için ilk etapta ortasını işaretleme yoluna gitmiştir. Daha sonra cetvel ile ölçüm yaparak nesnenin tam ortasını bulmak istemişlerdir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların önce durumları ilişkilendirerek ardından detaylı ölçüm yapmak istemeleri sebebiyle de nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı ifade edilmiştir.

N.K. kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde “...*bence bunun tam ortası olmalı...*” şeklinde ifade bulunmuş ve bu ifadesinden *nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı* düşünülmüştür. Bütün doğru parçalarında bu geçerli midir şeklinde bir soru N.K.’ya yöneltilmiş ve “*Evet geçerlidir.*” cevabı alınmıştır. Ayrıca aynı nesneye dair “... *Tam dengede değil...*” ve “... *Ortasını buluruz...*” şeklindeki ifadeleri de N.K.’nın ölçüm yaptığını ve dolayısıyla *durumları ilişkilendirerek genelleme yaptığı* da göstermektedir. Bulduğu cevabın GeoGebra programında doğruluğu kontrol edelim mi şeklinde sorulan soruya N.K. “*Evet olur*” diyerek programı tanımak istemiş ve doğru çözümünü bilgisayar ortamında da ispatlamıştır. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.26) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.27) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 26. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin N.K.’nın Temsili



Şekil 4. 27. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin N.K.’nın Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde “...*tam*

*ortasını alırım...*” , “...şurası orta noktası olabilir...” ve “...hocam orta noktasını aldım...” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu söylemi T.M.’nin *nesnelere ilişkilendirerek* genellemeye başladığını göstermektedir. Ayrıca aynı nesneye dair “...orta noktası benim bildiğim doğru parçalarında denge noktasıdır...” şeklindeki ifadesi de T.M.’nin *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptığını göstermektedir. Daha sonra doğru parçalarında denge merkezinin genel olarak nasıl bulunduğu sorusuna T.M. “Doğru parçalarında denge noktasını bulabilmemiz için mesafesini ölçmemiz gerek” cevabını vermiştir. T.M.’nin verdiği bu cevaba istinaden T.M.’nin çözümünü orta nokta bulma eylemiyle ilişki kurduğunu, dolayısıyla *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığını göstermektedir. T.M.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.28) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.29) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 28. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Temsili



Şekil 4. 29. Doğru Parçası Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Aşama Görüntüsü

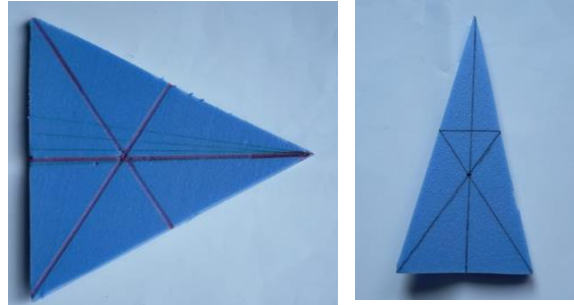
### **-Eşkenar/İkizkenar Üçgen**

N.K. ve T.M. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde cetvel kullanarak ölçüm yapmışlar, ayrıca buldukları sonuçların doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programından yardım istemişlerdir.

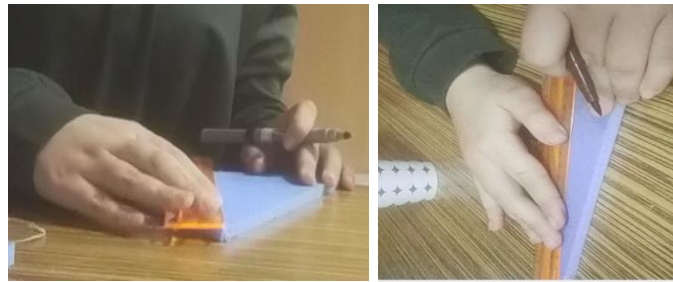
N.K. ile görüşme sürecinde N.K.’ya “Sana bir eşkenar üçgen versem bunun

*tam olarak denge noktasını bana nasıl bulursun*” sorusu sorulmuş, N.K. ise *“Ben yine ortasını denerim”* şeklinde cevap vererek N.K.’nın *aynı ilişkiyi araştırma* yoluna gittiği görülmüştür. Üçgenin ortasının nasıl bulunması gerektiği N.K.’ya sorulduğunda N.K. *“Zaten her tarafı eş kenar nasıl tutarsam aynı.”* ifadesinde bulunmuş ve üçgenin bir köşesinden tabana doğru göz kararı bir çizgi çizmiştir. Daha sonra çizdiği çizginin tam ortasını cetvelle ölçüm yaparak işaretleyen N.K. bulduğu sonucu çözüm kabul etmiş ve iple askıda tutarak doğruluğunu teyit etmek istemiştir. Doğru cevabı bulamayan N.K. *“Olmadı, acaba tahmini bir noktadan batırıp denesem ne olur?”* şeklinde ifade bulunarak kendi açısından farklı farklı denemeler yaparak eylemlerini sürdürmüştür. Yaptığı denemeler sonucunda *“Tamam, neden acaba bunlar farklı çıkıyor.”* şeklinde bir durumla karşılaşan N.K., üçgenin köşesinden tabanına doğru çizdiği göz kararı çizgilerden hangisinin doğru olduğunu düşünmeye başlamıştır. Hangi çizginin doğru çizgi olması gerektiği kendisine sorulduğunda N.K. *“Keşke bir açıölçer olsaydı. 90 dereceye bulurduk direk işaretlerdik. 90 derece tam ortası çıkıyor çünkü.”* şeklinde ifade bulunmuştur. Bu ifadesi de N.K.’nın şekli ortadan ikiye ayırmaya çalıştığını ve *aynı prosedürü araştırarak* genellemeye çalıştığını göstermektedir. Daha sonra çizeceği doğru parçasının tabanında bulunan kenarın tam ortasına gelmesi gerektiğini fark eden N.K. *“Sanırım çizmem gereken çizgi buymuş.”* şeklinde söylemde bulunarak eylemlerine devam etmiştir. Doğru cevabın çizdiği çizginin üzerinde olması gerektiğini savunan N.K. *“Bu çizginin üzerinde burada bir yerde olmalı cevap”* diyerek tekrar denemeye başlamıştır. Yaptığı denemeler sonucunda doğru cevabı bulan N.K.’ya *“Deneme yanılma ile değil de çizimler yoluyla doğru cevabın nasıl bulunması gerektiği”* ve *“Üçgende sadece tek köşeden mi doğru parçası çizebiliriz?”* soruları sorulmuş ve N.K. da üçgende *“Üçgende bir tane yok. Söyle de yapsam ortasını bulup şuradan çizecektim.”* ve *“Acaba şöyle yapsam bunların hepsinin ortası mı bulsam sonra tam kesiştikleri noktaya iğne taksam”* cevabını vermiştir. Bu cümlesi N.K.’nın doğru parçasında elde ettiği ilişkiyi sürdürerek eşkenar üçgende de *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Son durumda köşelerden çizdiği doğru parçalarının tek bir noktada kesişmemesi durumunda ne yapacağı kendisine sorulduğunda N.K. *“O zaman ortada oluşan boşluğa takarım.”* şeklinde cevap vermiş ve orta nokta ya da bir bölgenin tam ortası düşüncesini devam ettirerek *aynı ilişkiyi araştırmayı* sürdürmüştür. Daha sonra kendisine verilen ikizkenar üçgeni inceleyen N.K. *“İkizkenar üçgende de aynısını yapacağız”*

cümlesini kullanmıştır. Önce şeklin köşesinden tabana doğru bir doğru parçası çizen N.K. daha sonra elde ettiği doğru parçasının tam orta noktasını almış ve elde ettiği noktadan tabana paralel bir çizgi çizmiştir. Farkında olmadan göz kararı orta taban çizen N.K. elde ettiği yeni doğru parçasının üzerinde bir nokta arayışına girmiş ve “...burayı alt ve burayı da üst kabul ediyoruz. Üste 1 tane alta 2 tane, yani alta daha çok destek olması gerekiyor...” ve “... Bu yüzden tam ortası olmuyor, çünkü burada daha çok baskı oluyor...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler N.K.’nın kendisine verilen manipülatifin denge durumuna ilişkin söylediği söylemler olarak düşünülmüş ve bu aşamada N.K.’nın aynı prosedürü araştırarak genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. İkizkenar üçgenin denge noktasını bulurken kenarların orta noktasının bulunması gerektiğine kanaat getiren N.K. “...yani bunun yarısı 10,4 olur. 10,4’ü bulacağım...” , “...sonra dik tutunca bitişi buradan başlıyor...” , “...buldum, 20,8’i buldum. 10,4 de tam burada olacak...” , “...tam şurası, şuranın da boyunu hesaplamak istiyorum ben...” , “...tam ortası burası oluyor sanırım...” , “...iki tarafın da orta noktasını aldım...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler neticesinde N.K. doğru parçasında bulunduğu orta nokta bulma ilişkisinden yararlanmış nesnelere ilişkilendirerek genelleme yapmıştır. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.30) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.31) aşağıda verilmiştir.



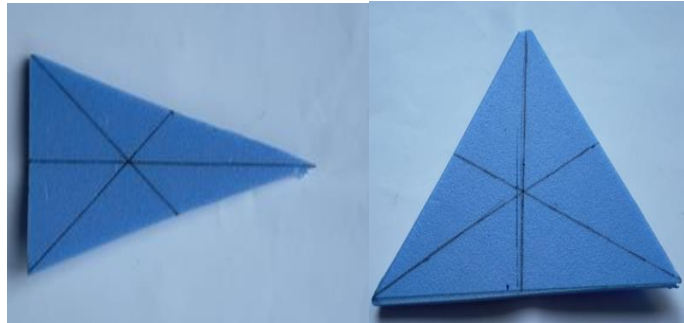
Şekil 4. 30. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.’nın Temsili



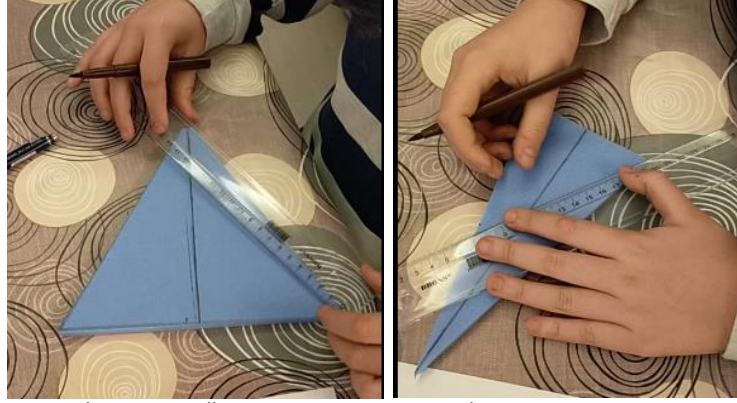
Şekil 4. 31. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.’nın Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatifini incelemiş

materyal üzerinde farklı eylemlerde bulunmuştur. T.M. ile görüşme sürecinde T.M.'ye eşkenar üçgenin denge merkezinin neresi olabileceği sorulmuş ve T.M. *“Yine aynı metodu kullanacağım.”* ve *“a ile b'nin tam ortası”* şeklinde ifadelerde bulunmuştur. T.M. bu eylemini doğru parçasında elde ettiği çözümle ilişkilendirmiş, orta nokta almış ve *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yapmıştır. Eşkenar üçgenlerin denge noktasının bulunması için ne söylenebilir şeklinde bir soru T.M.'ye sorulduğunda T.M. *“Orta noktalarını bir yerde kesiştirdim. Yani kenarlarını birleştirdiğimizde, eşkenar olduğu için, orta noktalarını bir yerde birleştirdiğinizde, merkez noktayı bulmuş oluyorsunuz.”* cevabını vermiştir. Görüşmenin devamında kendisine ikizkenar üçgen verildiğinde ne yapacağı sorulmuş ve T.M. önce eline aldığı şekli incelemiş ve üzerinde çizimler yapmıştır. Daha sonra ise *“Buradan bir çizgi çizeriz. Tam ortadığından emin değilim. O yüzden tam şekil simetrik mi diye bakmak istedim.”* şeklinde cevap veren T.M.'nin bu söylemi şekli ortadan ikiye ayırma gayreti içinde olduğunu, dolayısıyla *aynı prosedürü araştırarak* genelleme çabası içinde olduğunu göstermektedir. Bulduğu cevabı materyal üzerinde askıya alarak kontrol eden T.M.'ye GeoGebra programında da bulduğu sonucun doğruluğunun teyit edilmesi teklif edildiğinde *“Gerek yok, eminim.”* şeklinde cevap vermiştir. Sonuç olarak T.M. ikizkenar/eşkenar üçgenlerin denge merkezi bulma eylemini üçgenlerin köşelerinden kenarlarının ortasına doğru doğru parçaları çizerek ve elde ettiği doğru parçalarının kesişimini alarak bulmuş ve bu eylemi genellemiştir. T.M.'ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.32) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.33) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 32. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili



Şekil 4. 33. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü

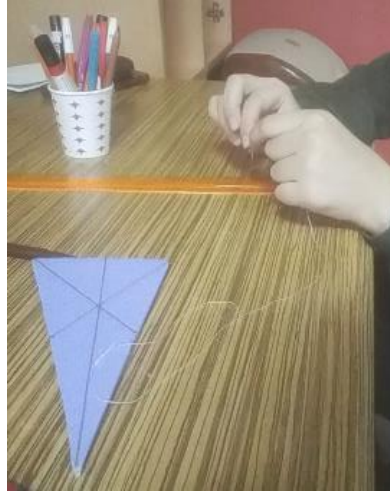
### -Çeşitkenar Üçgen

N.K. ve T.M. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde cetvel kullanarak ölçüm yapmışlardır. Ayrıca katılımcılardan N.K. bulduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programından yardım istemiş ancak T.M. bu yardıma ihtiyaç duymamıştır.

N.K. kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde; “...*bence bunda da olur...*” cümlesini kullanmış ve eşkenar/ikizkenar üçgende bulunduğu çözümü denemiştir. Bu ifade N.K.’nin *uygulanabilirlik alanın genişlettiğini* göstermiştir. Yine N.K. “*İkizkenar çeşitkenar ve eşkenar üçgenlerde köşelerin kenarların orta noktaları ile karşılıklı köşeleri birleştirirsek, orta noktası üçgenin denge noktası olur.*” ifadesini kullanmış ve bu ifade N.K.’nin üçgenlerin denge noktası bulma eyleminin daha genel bir çözümle bulabileceğini göstermektedir. N.K.’ya “*Eşkenar üçgen ikizkenar üçgen çeşitkenar üçgen bir farkı var mı?*” sorusu sorulmuş ve “*Yok. Sonuçta 3 tane üçgen çeşidi var.*” ve “*Bunu bütün üçgenlerde yapabilirim.*” sözleriyle N.K.’nin cevap vermesi yaptığı genellemeyi göstermektedir. Ayrıca N.K. çözümü bulurken çeşitli hesaplamalar da yapmış ve aynı manipülatife ilişkin “*...tamam hesaplayalım. 10,3 oldu. Yarısı 5,15. Tam ucuna denk getirdim...*” ifadesiyle *işlem* yaparak genelleme eylemine devam etmiştir. Görüşme sonunda N.K. bulduğu sonucu GeoGebra programında da görmek istemiş “*Evet programda da deneyelim*” ifadesini kullanmıştır. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.34) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.35) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 34. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nın Temsili



Şekil 4. 35. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin N.K.'nın Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde; “...yine kenarının orta noktasını işaretlerim...” ve “...üçünün bir yerde birleşeceğine inanıyorum...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler neticesinde T.M.’nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişleterek* genelleme yaptığı düşünülmüştür. Ayrıca T.M. bulduğu sonuçlara ilişkin üçgenler hakkında genel bir ifade kullanmış ve “Üçünde de aynı kural geçerli” demiştir. Bulduğu sonuçları manipülatifi askıya alarak deneme yapan ve çözümünde emin olan T.M.’ye GeoGebra programını da kullanalım mı sorusu yöneltilmiş ve T.M. “Hayır gerek kalmadı” cevabını vermiştir. T.M.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.36) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.37) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 36. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili



Şekil 4. 37. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü

#### 4.2.1.2. Refleksiyon Genellemeleri Bulguları

1. aşama sonucunda katılımcılar kendilerine verilen manipülatiflerin denge merkezlerini bulmayı başarmışlardır. Bu süreçte T.M. sorulan sorulara rahatlıkla cevap verebilirken N.K. farklı farklı denemeler yapmış, önce sonucu görmek istemiş, ardından genelleme yapmaya çalışmıştır. Katılımcıların bu süreçte verdikleri cevaplar ve yaptığı eylemler refleksiyon genellemeleri açısından ayrıca değerlendirilmiştir. Bununla birlikte bu süreçte *etki* kategorisine ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara üçgensel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış üçgensel bölge manipülatifi verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre refleksiyon genellemeleri olarak *Etki* seviyesine ait *Önsel Fikir veya Strateji* ile ulaştıkları da gözlenmiştir. Sonuç olarak bu seviyede katılımcılar *Belirleme veya Açıklama, Tanımlama ve Etki* seviyelerinde genellemelere ulaşmışlardır. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.

N.K. kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının

bulunması eylemlerine ilişkin; “...Önce kenarların orta noktalarını bulurum ve karşısındaki köşeyle onları birleştiririm, bu kesiştiği noktaya denge noktası derim...” ve “...bütün üçgenlerde bu yapılabilir...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde N.K.’nın *Fenomeni devam ettirerek* Belirleme veya Açıklama yaptığı düşünülmektedir. Bununla birlikte N.K.’nın “...ikizkenar, çeşitkenar ve eşkenar üçgenlerde köşelerin kenarların orta noktaları ile karşılıklı köşeleri birleştirirsek, orta noktası üçgenin denge noktası olur...” ifadesi *Objeler Sınıfını* oluşturarak Tanımlama yaptığını göstermektedir. Yine “...operatörün elindeki şekil üçgen olduğu için yine aynı şekilde belirlediğimiz noktadan asarız...” ifadesi de *Önsel Fikir veya Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

T.M. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...üçünde de aynı kural geçerli...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde T.M.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile Belirleme veya Açıklama yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte T.M.’nin “...bütün üçgenlerde üç kenarın da orta noktasını bulup bir yerde kesiştirirseniz orası denge noktasıdır...” ifadesi Tanımlama kategorisinde yer alan *Objeler Sınıfını* oluşturarak Tanımlama yaptığını, “...yine aynı şeyi yaparım...” ve “...operatörün elindeki şey bir üçgen olduğu için önce kenarlarına bakmamız gerekir. Sonra onları ölçerek ortalarından köşelerine çizgiler çizmemiz gerekir...” ifadeleri de *Önsel Fikir veya Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

#### **4.2.2. 2. Aşama (Çokgenler)**

Bu aşamada katılımcılara dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelere denge noktalarının tam olarak neresi olması gerektiği sorulmuştur. Katılımcılardan T.M. tüm manipülatiflerin denge noktalarını tespit edebilmiş ancak N.K. dörtgen ve beşgen manipülatiflerinin denge noktalarını bulma eyleminde oldukça zorlanmıştır. Katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

##### **4.2.2.1. Genelleme Hareketleri Bulguları**

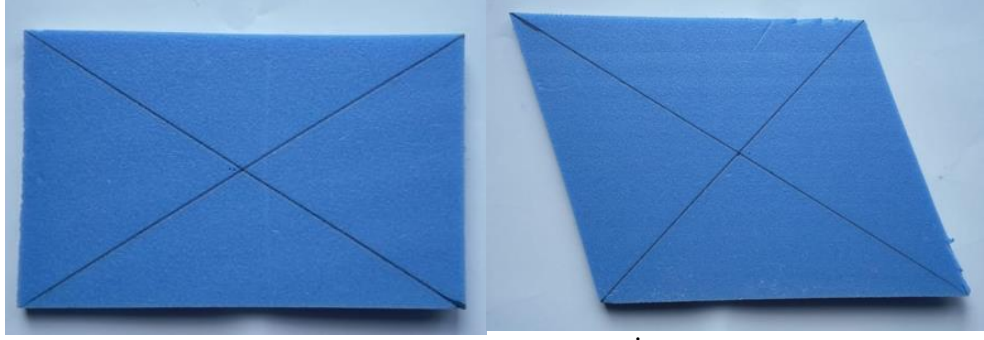
Katılımcılardan T.M. kendisine verilen nesnelere tamamının denge noktasını tespit etmiş ancak N.K. dörtgen ve beşgen manipülatiflerinin denge noktasını bulurken farklı denemeler yaparak genelleyebilmiştir. Bu süreçte katılımcıların her

ikisi de *İlişkilendirme, Araştırma ve Genişletme* yaparak “Genelleme Hareketleri” eylemlerinde bulunmuşlardır.

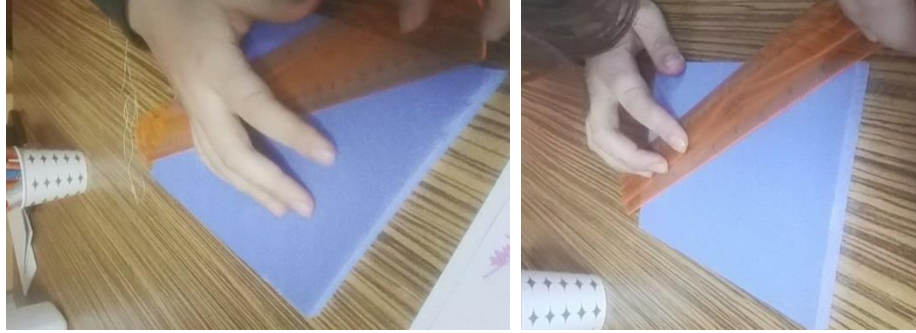
### **-Dikdörtgen/Paralelkenar**

Bu görüşmede katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar manipülatifleri sıra belirtilmeden birlikte verilmiş ve bu nesnelerin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Katılımcıların tamamı kendilerine verilen nesnelerin denge noktasını belirlemiştir. Bu süreçte katılımcıların *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları görülmüştür. Ayrıca katılımcıların tamamı kalem ve cetvel kullanmıştır. Bununla birlikte katılımcıların tamamı GeoGebra programında bulduğu sonucu teyit etmek istemiştir.

N.K. kendisine verilen dikdörtgen manipülatifini incelediğinde çözüm olarak “...direk ortasını alırdım...” ifadesini kullanmış, doğru parçasındaki gibi bir çözüm olduğunu düşünerek orta nokta almış ve *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yapmıştır. Direk ortasının nasıl bulunacağı sorusu sorulduğunda ise N.K. “...karşılıklı köşelerini birleştiririm...” , “...zaten dikdörtgen her kenarı aynı değildir. Bir şey olmaz o yüzden...” cevaplarını vermiş ve *nesnelere ilişkilendirerek* genellemesine devam etmiştir. Görüşme devam ederken süreç içinde “...diğer köşeyi de çizeceğiz...” , “...şuraya gelmesi gerekiyor...” cümlelerini kullanan N.K.’nin *nesnelere ilişkilendirmeye* devam ettiği görülmüştür. Paralelkenarın denge noktasının neresi olması gerektiği sorusuna da N.K. “...paralelkenarın da karşılıklı köşelerini birleştiririm...” şeklinde ifade bulunmuş ve bu ifadesi N.K.’nin *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca N.K.’nin yaptığı incelemeler sonucu “...tam ortası olmadı sanki, dengede değil...” şeklindeki söylemi de nesnenin denge durumunu ifade ettiğinden N.K.’nin *durumları ilişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Bulduğu sonuçları GeoGebra programında da görmek isteyen N.K. “Programda da görmek ister misin?” sorusuna “Evet, olabilir.” şeklinde cevap vermiştir. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.38) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.39) aşağıda verilmiştir.

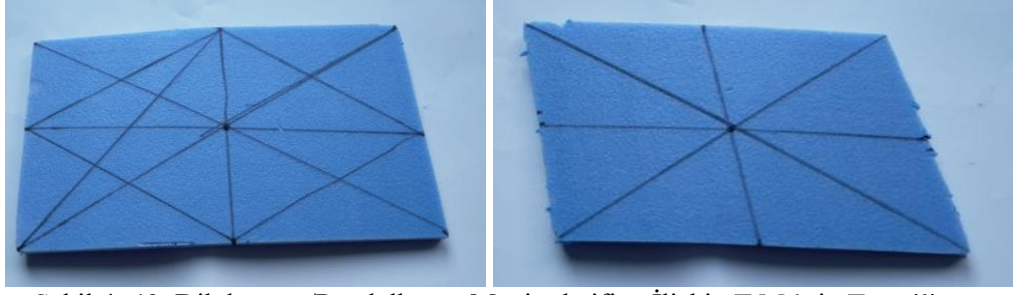


Şekil 4. 38. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin N.K.'nın Temsili

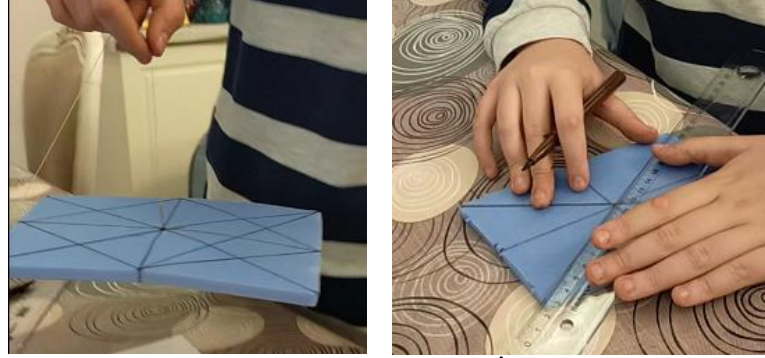


Şekil 4. 39. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin N.K.'nın Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen dikdörtgen manipülatifini incelemiş ve “...yine orta noktasını bulacağız 4 kenarından...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade T.M.’nin orta nokta ilişkisini kurduğunu ve nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Süreç içinde T.M.’ye devamında nasıl yapmamız gerektiği sorulmuş ve T.M. “...dört kenarının birleştiği yer, köşegenlerin birleştiği yer, daha doğrusu sekizinin de birleştiği yer...” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu ifadeler T.M.’nin yine nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Paralelkenar manipülatifinin denge noktasının bulunması eyleminde de aynı işlemleri yapan T.M. “Paralelkenarda ve dikdörtgende aynı kural geçerlidir.” genellemesini tamamlamıştır. Bulduğu sonuçları GeoGebra programında da görmek isteyen T.M.’ye “Programda da bakalım mı?” sorusu sorulmuş ve “Evet” cevabı alınmıştır. “T.M.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.40) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.41) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 40. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Temsili



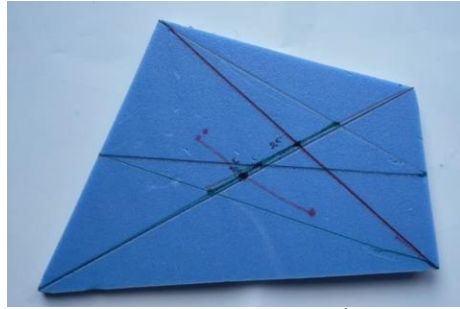
Şekil 4. 41. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifine İlişkin T.M.'nin Aşama Görüntüsü

### **-Dörtgen**

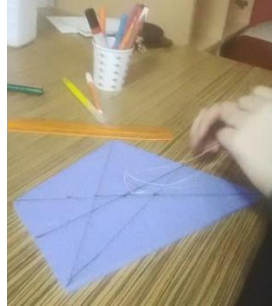
Bu görüşmede katılımcılara sıradan dörtgen manipülatifi verilmiş ve bu nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Katılımcılar bu görüşmede kendilerine verilen nesnelerin denge noktasını belirlemişler ve bu süreçte genelleme hareketlerinin ilişkilendirme kategorisinde bulunan durumları ve nesnelere ilişkilendirmişlerdir. Ayrıca katılımcılar kendilerine verilen dörtgen manipülatifini incelemiş, cetvel ve kalem kullanarak çeşitli hesaplamalar yapmıştır. Katılımcılar T.M. ve N.K. farklı denemeler yapmış, aynı ilişkiyi araştırarak farklı kurgular üzerinde düşünmüş ve nihayetinde denge merkezini belirlemişlerdir. Ayrıca her iki katılımcı da GeoGebra programı ile yaptıkları işlemlerin doğruluğunu teyit etmek istemişlerdir.

N.K. kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde; “...yine köşegenlerini çizerim...” ve “...peki, orta noktası neresi bunun. Ona bakmam lazım...” ifadelerini kullanmış ve bu ifadeler N.K.’nın Aynı İlişkiyi Araştırma yaparak genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Deneme yoluyla şeklin denge merkezine bulmaya çalışan N.K.’ya şeklin içinde var olan üçgenler hatırlatılınca “...olmadı yapamadım, içindeki üçgenlerin de mi denge noktasını bulmam gerekiyor...” ifadesini kullanmıştır. Şekli köşegen çizerek iki üçgene ayıran N.K. “...buradaki üçgenlerin boyutları daha küçük olduğu için daha hafif olduğunu

*düşünüyorum...*” şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifadeyle N.K.’nin şeklindeki denge durumu ile ilgili yorum yaptığı ve bu sebeple *aynı çözüm veya stratejiyi araştırarak* genelleme yapmaya çalıştığı düşünülmektedir. Elde ettiği iki üçgenin denge noktalarını bulan N.K. “*şurası bir üçgen olduğu için ve bu üçgenin dikey doğrultusu burada olduğu için bunu şuradan geçirirsek böyle burada bir yerde olduğunu düşünüyorum...*” söyleminde bulunmuş ve *aynı çözüm veya stratejiyi kullanarak* genelleme eylemine devam etmiştir. Elde ettiği iki üçgenin denge merkezlerini birleştiren doğru parçasını çizmeyi başaran N.K., çözüm için bu doğru parçasının ortasını almamış “*...alttaki üçgen çok küçük olduğu için üstteki üçgen onu da çekiyor...*” şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifade N.K.’nin *Aynı Çözüm veya Stratejiyi Araştırma* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.42) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.43) aşağıda verilmiştir.



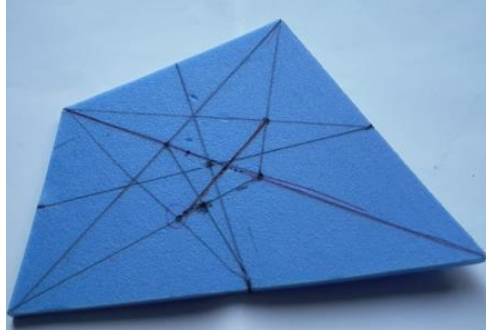
Şekil 4. 42. Dörtgen Manipülatifine İlişkin N.K.’nin Temsili



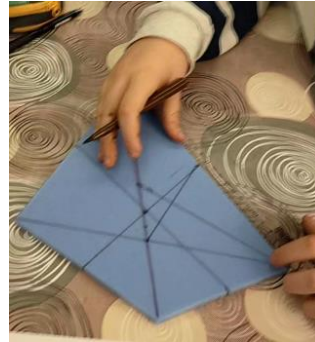
Şekil 4. 43. Dörtgen Manipülatifine İlişkin N.K.’nin Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde; “*...direk noktaları birleştireceğim önce...*” ve “*...şimdi köşegenlerle orta noktaları birleştiriyorum. Böylece tam net bir orta nokta elde etmeye çalışacağım...*” ifadelerini kullanarak daha önce elde ettiği çözümden faydalanmak istemiş ve *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yapmaya çalışmıştır. Bulduğu çözümün geçerli olmadığını fark eden T.M. nesne üzerinde farklı denemeler yapmaya başlamış ve “*Anladığım kadarıyla hocam, şu nokta ile şu noktanın birleşimi, şununla da şunun*

*birleşimi, bir saniye çizeyim.*” ifadesini kullanmıştır. Daha sonra dörtgen içinde bulunan üçgenleri keşfederek *“Bir burayla bura, bir de burayla bu kenarların kesişimi olması gerek. Bunların tam ortası yani yaklaşık burası denge noktası olması gerek.”* ve *“ Taa doğru parçasına dönüyor, taa en başındaki doğru parçasına dönüyor.”* ifadelerini kullanmış ve bu ifadeler T.M.’nin *Aynı İlişkiyi Araştırma* yaparak genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca T.M.’nin yaptığı incelemeler sonucu *“...bazı düşüncelerim var, buraya yakın bir şey çıkacak...”* ve *“...buralarda bir yerde olması gerek...”* şeklindeki ifadeleri de *Aynı Çözüm veya Stratejiyi Araştırma* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Bulduğu sonuçları bir cümle ile ifade etmesi istenen T.M. *“Eğer herhangi bir dörtgendeki içindeki üçgenleri bulursanız şu noktaları birleştirerek ve bu üçgenin orta noktasına da bunları bir çizgi şeklinde birleştirerek bu çizginin ortasını alırsanız tam orta noktasını bulursunuz.”* cümlesini söylemiştir. Bulduğu sonuca ilişkin *“Sana bunu programda gösterebilir miyim?”* sorusu sorulmuş ve T.M. *“Olur hocam.”* cevabını vermiştir. T.M.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.44) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.45) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 44. Dörtgen Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Temsili



Şekil 4. 45. Dörtgen Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Aşama Görüntüsü

### **-Beşgen**

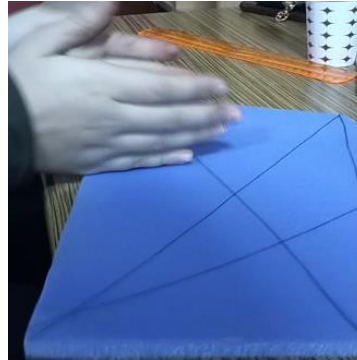
Bu görüşmede katılımcılara sıradan beşgen manipülatifi verilmiş ve bu

nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltmiştir. Katılımcılardan T.M. kendisine verilen nesnenin denge noktasını belirlemiş ancak N.K. bu konuda başarısız olmuştur. Ancak yine de kendi bulduğu sonuçlardan faydalanarak beşgenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Bu süreçte katılımcılar *uygulanabilirlik alanını genişletme* yaparak genellemeye ulaşmışlardır. Ayrıca katılımcılar kendilerine verilen beşgen manipülatifini incelemiş, cetvel ve kalem kullanarak çeşitli hesaplamalar yapmıştır. Ayrıca her iki katılımcı da GeoGebra programı ile yaptıkları işlemlerin doğruluğunu teyit etmek istemişlerdir.

N.K. kendisine verilen beşgen manipülatifini incelediğinde önce köşegenlerini birleştirmiş, sonra üzerinde farklı çizimler yapmayı denemiştir. Daha sonra çözümün üçgenlerden yola çıkılarak bulunacağını bilen N.K. *“Bunlarda bir sürü üçgen var, bir şeyler var. Ay bir sürü üçgen var”* diyerek ümitsizliğe kapılmıştır. Çözümün tam olarak olmasa da göz kararı ile ifade edilmesi kendisinden istendiğinde N.K. *“Üçgenlerin şeylerini bulacaktım. Ortak noktasını bulacaktım. Birleştirecektim böyle ne bileyim...”* ifadesini kullanarak daha önceden elde ettiği çözümlerin *uygulamasını genişleterek* genelleme eyleminde bulunmuştur. N.K.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.46) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.47) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 46. Beşgen Manipülatifine İlişkin N.K. ’nın Temsili

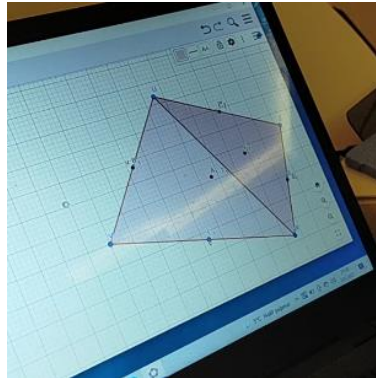


Şekil 4. 47. Beşgen Manipülatifine İlişkin N.K. ’nın Aşama Görüntüsü

T.M. ise kendisine verilen beşgen manipülatifini incelediğinde; “...dört üçgen, bir tane de dörtgen olması gerek...” , “...aynı metodu kullanacağım...” ifadelerini kullanmış ve dörtgende elde ettiği çözümü beşgene de uyarlayarak *uygulama alanını genişleterek* genelleme eyleminde bulunmuştur. Kâğıt üzerinde çizim de yapan T.M. çizdiği şekil üzerinde eylemlerde bulunmuş ve “...beşgende beş tane kenarı çiziyoruz, elimizde dört üçgen bir tane de dörtgen toplandı. Bu elimizdeki dört üçgenin orta noktalarını alıyoruz. Ondan sonra bunları birleştiriyoruz karşılıklı olarak. Bunların kesişme noktası da şeklin denge noktası olacaktır...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade T.M.’nin *uygulanabilirlik alanını genişleterek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Daha sonra kendisine beşgen altıgen yedigen şeklinde devam eden farklı çokgenler verildiğinde ne yapacağı sorulduğunda T.M. “Önemli olan üçgen, üçgen yapın. Üçgenin ortasını bulun çözüm gelir. Bir de düzgün bir dörtgen de olabilir. Bana hangi şekli verirseniz verin sadece işim uzar ama bulurum.” şeklinde ifade bulunmuştur. T.M.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.48) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.49) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 48. Beşgen Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Temsili



Şekil 4. 49. Beşgen Manipülatifine İlişkin T.M.’nin Aşama Görüntüsü

#### 4.2.2.2. Refleksiyon Genellemeleri Bulguları

2. aşama sonucunda katılımcılardan T.M. kendisine verilen nesnelere denge merkezlerini bulmayı başarmış ancak N.K. dörtgen ve beşgen manipülatiflerinin denge noktasını bulmakta zorlanmıştır. Bu süreçte katılımcılar *Refleksiyon Genellemeleri* olarak *Belirleme veya Açıklama, Tanımlama ve Etki* eylemlerinde bulunmuşlardır. Bununla birlikte bu seviyede *etki* kategorisine ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara çokgenel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış dörtgenel bölge manipülatifi verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre refleksiyon genellemeleri seviyesinin *Önsel Fikir veya Strateji* ile *Etki* eylemine ulaştığı da gözlemlenmiştir. Sonuç olarak bu seviyede katılımcılardan T.M. *Belirleme veya Açıklama, Tanımlama ve Etki* alt kategorilerine, N.K. ise *Etki* alt kategorisine ulaşmıştır. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.

N.K. kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...bu nesneyi bir dörtgen gibi düşünürsek içindeki üçgenleri bulurum...” ifadesi N.K.’nin *Önsel Fikir veya Strateji* uygulayarak genelleme yaptığını göstermektedir.

T.M. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...hangi şekil verirseniz verin üçgenden yaparak bulunur...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde T.M.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile *Belirleme veya Açıklama* yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte T.M.’nin “...düzensiz bir dörtgende önce iki kenarı birleştiriyoruz karşılıklı, ondan sonra iki üçgenin orta noktalarını alıyoruz, ondan sonra ikinci bir doğru çiziyoruz karşılıklı diğer noktalardan, ondan sonra 2 tane daha üçgen alıyoruz ve bunların da denge noktasını buluyoruz. En sonunda bu denge noktalarını böyle bir çizgi ile birleştiriyoruz karşılıklı olanları...” ifadesi de *Objeler Sınıfını* belirleyerek *Tanımlama* yaptığını göstermektedir. Ayrıca “...operatörün elindeki malzeme yamuk şekline benziyor. Sonuç olarak bu bir dörtgen ve ben bunu üçgenlere ayırıp üçgenlerin denge noktalarını bularak çözebilirim...” ifadesi de *Önsel Fikir veya Strateji* ile *Etki* kategorisinde olduğunu göstermektedir.

#### **4.3. 8. Sınıf Katılımcılarıyla İlgili Bulgular**

8. sınıf seviyesinde bulunan iki ayrı katılımcıya birbirinden farklı 8 manipülatif verilmiş ve bu nesnelere denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği

sorulmuştur. Katılımcılarla tek oturum halinde görüşmeler yapılmış ve yapılan görüşmelerde K.Y ile yapılan görüşme 35 dakika, S.A ile yapılan görüşme 65 dakika sürmüştür. Katılımcılara verilen nesnelere iki aşamaya ayrılmış, ilk aşamada doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri, ikinci aşamada ise dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri verilmiştir. Bu nesnelere ilişkin bulgular aşağıda başlıklar halinde detaylandırılarak verilmiştir.

#### **4.3.1. 1. Aşama (Üçgenler)**

Bu aşamada katılımcılara doğru parçası, eşkenar/ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelere denge noktalarının tam olarak neresi olabileceği sorulmuştur. Katılımcıların tamamı kendilerine verilen nesnelere denge noktalarını tespit etmişlerdir. Tespitleri katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

##### **4.3.1.1. Genelleme Hareketleri Bulguları**

Katılımcılar K.Y. ve S.A. kendilerine verilen nesnelere denge noktalarını tespit etmişler ve bu süreçte “Genelleme Hareketleri” olarak *İlişkilendirme, Araştırma ve Genişletme* eylemlerinde bulunmuşlardır. Kendilerine verilen nesnelere bazında aşağıda katılımcılara ait bulgular belirtilmiştir.

##### **-Doğru Parçası**

Bu görüşmede katılımcılara doğru parçası manipülatifi verilmiş ve doğru parçası manipülatifinin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Katılımcılar doğru parçası manipülatifinin denge noktasını belirlemiş ve buna göre doğru parçası şeklinde verilen herhangi bir nesnenin denge noktasının cismin tam orta noktası olması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, katılımcılar genelleme hareketlerinden durumları ve nesnelere ilişkilendirdiği görülmüştür. Ayrıca katılımcılar kalem ve cetvel kullanmış, bununla birlikte GeoGebra programında denge noktasının nasıl bulunduğunu görmek istemişlerdir.

K.Y. ve S.A. doğru parçası manipülatifinin denge noktasını bulabilmek için ilk etapta cetvel kullanmaya başlamış ve işlem yaparak ortasını işaretleme yoluna gitmiştir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların nesnelere ilişkilendirerek genelleme yaptığı düşünülmektedir.

K.Y. kendisine verilen doğru parçası manipülatifini incelediğinde önce “*Cetvel kullanabilir miyim?*” diye sormuş ve sonrasında “*...şurası, şuralarda bir şey olması lazım, tam parmağımın ucunda...*” şeklinde ifade bulunmuştur. Bu ifadesi K.Y.’nin herhangi bir nesnenin ortasını işaretleme yoluna gittiğini, dolayısıyla *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Elde ettiği noktayı tam olarak nasıl bulduğu sorusu kendisine yöneltilince K.Y. “*...köşelerine bunlar eşit uzunlukta, doğru parçasını 2 eşit uzunluklara böldüm. Tam orta noktasını buldum...*” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve yine bu ifadeleri dolayısıyla K.Y.’nin *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. K.Y.’ye bulduğu sonucun GeoGebra programında da gösterilerek teyit edilmesi sorulduğunda K.Y. “*Gösterin hocam. Bir görelim yani.*” şeklinde bir cümle kurmuş ve hem programın nasıl işlediğini merak etmiş hem de yaptığı eylemlerin doğruluğunu merak etmiştir. K.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.50) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.51) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 50. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y.’nin Tensili



Şekil 4. 51. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y.’nin Aşama Görüntüsü

S.A. ise kendisine verilen doğru parçasının denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusuna önce manipülatifini inceleyerek sonrasında da “*Nasıl yani? Ölçerim tam ortasını bulurum...*” şeklinde ifade bulunmuş ve bu ifadesi dolayısıyla S.A.’nın *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Bulduğu sonucun tüm doğru parçalarında geçerli olup olmadığı sorusuna S.A. “*Tüm doğru parçalarında geçerlidir*” cevabını vermiştir. Ayrıca S.A. bulduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programında da aynı sonucu görmek istemiştir. S.A.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.52) ve aşama

görüntüsü (Şekil 4.53) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 52. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili S.A.'nın Temsili



Şekil 4. 53. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili S.A.'nın Aşama Görüntüsü

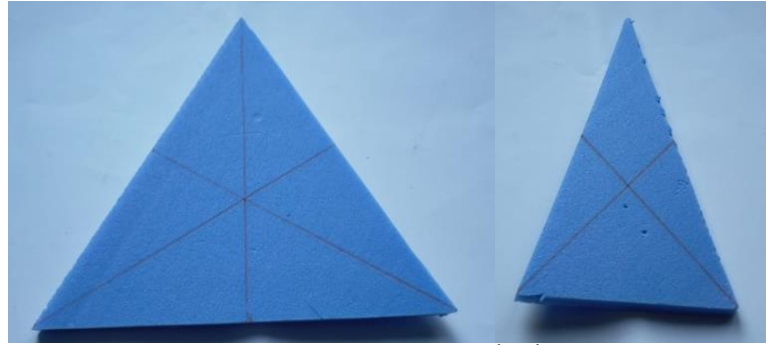
### **-Eşkenar/İkizkenar Üçgen**

Bu görüşmede katılımcılara eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen manipülatifi verilmiş ve manipülatifin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorulmuştur. K.Y. ve S.A. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde cetvel kullanarak ölçüm yapmışlar ve bu nesnelere ait denge merkezinin nasıl bulunması gerektiğine dair genellemelerde bulunmuşlardır. S.A. bulduğu sonuçları GeoGebra programında da görerek kendi sonucundan emin olmak isterken K.Y. bu programa ihtiyaç duymamıştır. Katılımcılar *Araştırma* yaparak *Genelleme Hareketleri* gerçekleştirmişler ve denge noktasını *aynı ilişkiyi araştırarak* bulma arayışına girmişlerdir. Ayrıca katılımcılardan S.A. doğru parçası manipülatifinden elde ettiği prosedürü eşkenar/ikizkenar üçgene de taşımış ve *aynı prosedürü araştırma* yoluna da gitmişlerdir.

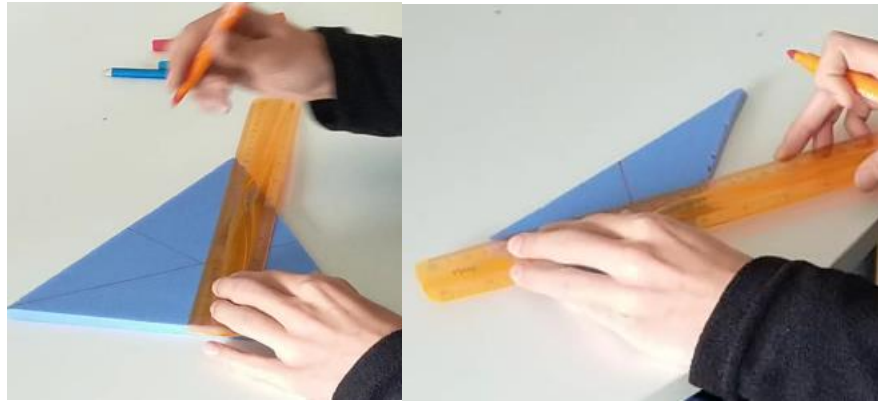
K.Y. kendisine verilen eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatifini incelediğinde;

“...kenarlarının ortasını bulurum ve oradan köşeye doğru çizgi çizerim...” şeklinde ifade bulunmuştur. Bu ifadesi K.Y.’nin orta nokta ilişkisi kurduğunu ve dolayısıyla *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Çizdiği çizginin üçgenin yüksekliği mi yoksa başka bir elemanı mı olduğu sorusunu K.Y. cevapsız bırakmış ancak kenarlarının tam ortasına çizilmesi gerektiğini beyan etmiştir. Ardından K.Y.’ye ikizkenar üçgen manipülatifi verilmiş ve denge noktasının neresi olabileceği sorulmuştur. Bu soruya K.Y. “...bence aynı şekilde

*eşkenar üçgende yaptığının aynısını yaparım...*” şeklinde cevap vererek *aynı ilişkiyi araştırmayı* sürdürmüştür. K.Y.’den denge noktası bulma eylemini açıklaması istendiğinde K.Y. “*...ilk bir kenarın orta noktasını aldık. Şimdi diğer kenarın orta noktasını alacağız. Sonra taban olan kenarın orta noktasını alırız ve şu aralarda bir yerde denge merkezinin olması lazım...*” ve “*...yine iki çizginin kesiştiği yerden geçecek bence, orta nokta burası...*” ifadelerini kullanmış ve bu ifadeler K.Y.’nin *aynı ilişkiyi araştırarak genelleme* yaptığını göstermektedir. Bulduğu sonucun GeoGebra programı ile de teyit edilmesi gerekliliği K.Y.’ye sorulduğunda K.Y. “*Bence gerek yok hocam*” şeklinde karşılık vermiştir. K.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.54) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.55) aşağıda verilmiştir.



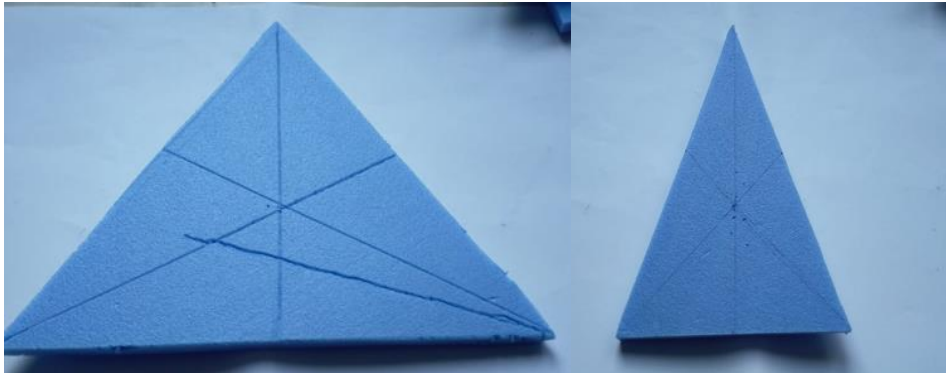
Şekil 4. 54. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y.’nin Temsili



Şekil 4. 55. Doğru Parçası Manipülatifi İle İlgili K.Y.’nin Aşama Görüntüsü

S.A. ise kendisine verilen eşkenar/ikizkenar üçgen manipülatifini incelediğinde; S.A. “*Hocam yine orta noktasını bulurum.*” şeklinde cevap vermiştir. Bu cevaba göre S.A. üçgenin denge noktasını orta nokta kavramı ilişkilendirmiş ve *aynı ilişkiyi araştırarak genelleme* yapmıştır. S.A.’ya “*Üçgenin orta noktası nasıl olabilir? Nasıl bir nokta orası?*” şeklinde soru sorulmuş ve buna karşılık S.A. “*Köşesinin tam ortasından çizerim. Kenarının ortasına doğru çizerim. Sonra diğer köşesinden de çizerim. Onları kesiştiririm.*” şeklinde cevap vermiştir. Bu cevaba

göre S.A. *aynı ilişkiyi araştırarak* genellemesini sürdürmüştür. Bulduğu sonucu manipülatifi iple askıda tutarak deneyen S.A. sonucun başarılı olduğunu gözlemlemiştir. Daha sonra S.A.'dan eşkenar üçgenin denge noktasını bulabilmek için genel bir tanım yapması istendiğinde S.A. "*Hocam eşkenar üçgenin her tarafı eşit olduğu için neresinden tutarsam tutayım aynıdır. O yüzden bir köşeden çizdiğim çizgi ile diğer taraftan çizdiğim çizgiyi birleştirdim ve kesişimlerini aldım.*" cevabını vermiştir. S.A.'ya bulduğu sonucun GeoGebra programında da gösterilip gösterilmemesi gerekliliği sorulduğunda ise S.A. "*Evet, olur programda da bakalım*" diyerek programda bulduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek istemiştir. S.A.'ya ikizkenar üçgen manipülatifi verilip bu şeklin denge merkezinin nasıl bulunması gerektiği sorulduğunda ise S.A. "*Hocam yine orta noktaları buluyorum.*" şeklinde cevap vererek *aynı ilişkiyi araştırmayı* sürdürmüştür. Daha sonra S.A.'dan yapacağı eylemi tanımlaması istenmiş ve S.A. "*...ikizkenar üçgenin ikiz olan kenarlarının arasından ortaya doğru bir çizgi çizerim. Bir de ikizkenarların orta noktalarını işaretleyerek birleştiririm. Bu iki çizginin kesişimini alırım...*" ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde de S.A.'nın *Aynı Prosedürü Araştırma* yaparak genelleme yaptığı düşünülmektedir. İkizkenar üçgende de bulduğu sonucu manipülatifi iple askıda tutarak deneyen ve başarılı sonuç alan S.A.'ya aynı sonucu programda da görmek isteyip istemediği sorulmuştur. S.A. ise "*Evet olur*" şeklinde cevap vermiş ve bulduğu sonucun doğruluğunu programda da görmek istemiştir. S.A.'ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.56) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.57) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 56. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifi İle İlgili S.A.'nın Temsili

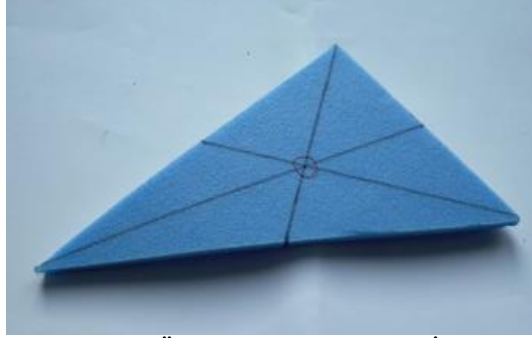


Şekil 4. 57. Eşkenar/İkizkenar Üçgen Manipülatifi İle İlgili S.A.'nın Aşama Görüntüsü

### -Çeşitkenar Üçgen

Bu görüşmede katılımcılara çeşitkenar üçgen manipülatifi verilmiş ve manipülatifin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorulmuştur. Katılımcıların tamamı manipülatifin denge noktası bulma işlemini belirlemiş ve bu eylemde kendilerine verilen nesnelere üzerinde merkezi bir nokta arayışına girmişlerdir. Katılımcılar *Genişletme* ile *genelleme* yapmışlar ve *uygulanabilirlik alanını genişleterek* denge noktası arayışına girmişlerdir. Ayrıca katılımcılardan S.A. genişletme eylemi yaparken *işlem* alt kategorisine de ulaşmış ve gerekli matematiksel işlemleri yaparak nesnenin denge noktasını genelleyebilmiştir. K.Y. ve S.A. kendilerine verilen üçgen manipülatiflerini incelediklerinde cetvel kullanarak ölçüm yapmışlar ve bu nesnelere ait denge merkezinin nasıl bulunması gerektiğine dair genellemede bulunmuşlardır. S.A. bulduğu sonuçları GeoGebra programında da görerek kendi sonucundan emin olmak isterken K.Y. bu programa ihtiyaç duymamıştır.

K.Y. kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde; “...*bence aynısını yaparız...*” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde K.Y.’nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* yaparak genelleme yaptığı düşünülmüştür. K.Y.’den bulduğu sonuca ilişkin genel bir tanım yapması da istenmiş ve K.Y. “*Üçgenlerin denge merkezini bulmak için kenarlarının ortasını bulup, köşelerden o noktayı birleştireceğiz. Hepsinde yaptığımızda kenarların geçtiği yer olacak.*” şeklinde ifade bulunmuştur. Bununla birlikte K.Y.’ye “bulduğu sonucun GeoGebra programında da gösterelim mi” sorusu sorulmuş ve yine K.Y. “Gerek yok” diyerek ihtiyaç duymamıştır. K.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.58) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.59) aşağıda verilmiştir.

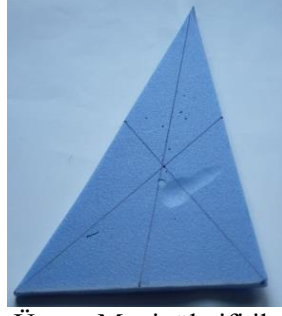


Şekil 4. 58. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Temsili



Şekil 4. 59. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Aşama Görüntüsü

S.A. ise kendisine verilen çeşitkenar üçgen manipülatifini incelediğinde önce “Çeşitkenar üçgen yani açıları da farklı bunların. “ diyerek endişeli bir cevap vermiştir. Daha sonra şekli incelemeye devam etmiş “Şöyle yapayım. Bence yine işe yarar orta noktayı bulmak. Bence yarayacaktır.” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde S.A.’nın *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* yaparak genelleme yaptığı düşünülmüştür. Ayrıca S.A.’nın aynı manipülatife ilişkin yaptığı hamleler doğrultusunda “...evet, bunların orta noktasını bulacağım, 25cm, ne yapar? 12,5cm yapar...” ve “...diğer tarafı da 16cm, 15 buçuk cm...” ifadeleriyle S.A.’nın *İşlem* alt kategorisinde genişletme eyleminde olduğu düşünülmüştür. S.A.’ya bulduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek için “Programı kullanalım mı?” sorusu sorulmuş ve S.A. “evet programda da bakalım” diyerek cevap vermiş ve sonucun doğruluğunu GeoGebra programında da kontrol etmek istemiştir. S.A.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.60) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.61) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 60. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili S.A.'nın Temsili



Şekil 4. 61. Çeşitkenar Üçgen Manipülatifi ile İlgili S.A.'nın Aşama Görüntüsü

#### 4.3.1.2. Refleksiyon Genellemeleri

1. aşama sonucunda katılımcılar kendilerine verilen manipülatiflerin denge merkezlerini bulmayı başarmışlardır. Bu sebeple katılımcıların verdikleri cevaplar ve yaptığı eylemler *refleksiyon genellemeleri* açısından ayrıca değerlendirilmiştir. Bununla birlikte bu süreçte *etki* kategorisine ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara üçgensel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış üçgensel bölge manipülatifi verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre refleksiyon genellemeleri olarak *Etki* seviyesine *Önsel Fikir* veya *Strateji* ile ulaştıkları da gözlenmiştir. Sonuç olarak katılımcılar *Belirleme* veya *Açıklama*, *Tanımlama* ve *Etki* seviyelerinde genellemelere ulaşmışlardır. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.

K.Y. kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...üçgenlerin denge merkezini bulmak için kenarlarının ortasını bulup köşelerden o noktayı birleştireceğiz. Hepsinde yaptığımızda kenarların geçtiği yer olacak...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifadeler neticesinde A.N.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile *Belirleme* veya *Açıklama* yaptığı düşünülmüştür. Yine K.Y.’nin verdiği “...bu çizdiğimiz çizginin adı yükseklik değil, ama adını bilmiyorum...” ve “...kenarlarının tam orta noktasını bulup köşelerden

*çizgi çizmemiz lazım, çizgilerin birleştiği nokta şeklin tam orta noktası, ağırlık merkezi olur. Denge merkezi olur...*” ifadeler, K.Y.’nin *Objeler Sınıfını* oluşturarak Tanımlama yaptığını, bununla birlikte K.Y.’nin “...yine aynısını yaparım, köşelerden kenarların orta noktalarına doğru parçaları çizer ve kesişimlerini alırım...” ifadesi de *Önsel Fikir veya Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

S.A. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda üçgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...bu tüm eşkenar üçgenlerde geçerlidir...” ve “...tüm kenarlar farklı olmasına rağmen yine de iki kenardan cevap bulunabiliyor...” ifadelerini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde S.A.’nın *Fenomeni Devam Ettirme* ile Belirleme veya Açıklama yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte S.A.’nın “...kenarlarının orta noktaları ile köşeleri birleştiririz ve kesişim noktalarını alırız...” ifadesi *Objeler Sınıfını* oluşturarak Tanımlama yaptığını, “...iki kenarını ölçerim ve orta noktalarını işaretlerim. Onları köşelerle birleştirerek kesişimlerini alırım...” ifadesi de *Önsel Fikir veya Strateji* ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

#### **4.3.2. 2. Aşama (Çokgenler)**

Bu aşamada katılımcılara dikdörtgen/paralelkenar, dörtgen ve beşgen manipülatifleri nesne olarak verilmiş ve bu nesnelerin denge noktalarının tam olarak neresi olması gerektiği sorulmuştur. Katılımcılar kendilerine verilen nesnelerin denge noktalarını bulmuş ve bu konuda farklı söylem ve eylemlerde bulunmuşlardır. Katılımcıların yaptığı eylemler ve söylemleri *Genelleme Eylemleri* ve *Refleksiyon Genellemeleri* başlıkları altında incelenmiştir. İlgili başlıklara ait detay bulguları aşağıda verilmiştir.

##### **4.3.2.1. Genelleme Hareketleri Bulguları**

Bu süreçte katılımcıların her ikisi de *Genelleme Hareketleri* kategorisinde yer alan *İlişkilendirme*, *Araştırma* ve *Genişletme* alt kategorilerinde eylemlerde bulunmuşlardır. Kendilerine verilen nesnelere bazında aşağıda katılımcıların verdiği ifadeler ve kategori olarak karşılıkları aşağıda belirtilmiştir.

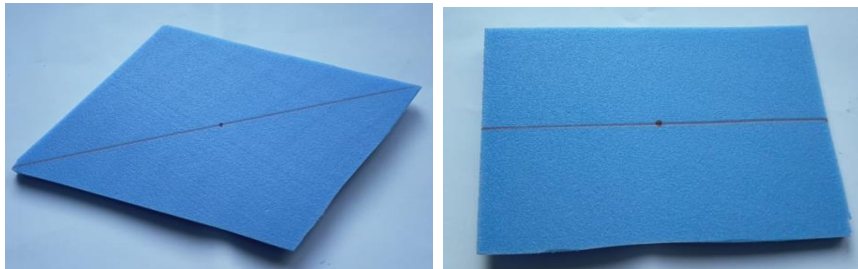
##### **-Dikdörtgen/Paralelkenar**

Bu görüşmede katılımcılara dikdörtgen ve paralelkenar manipülatifleri sıra belirtilmeden birlikte verilmiş ve bu nesnelerin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu katılımcılara yöneltilmiştir. Bu durumda katılımcıların tamamı

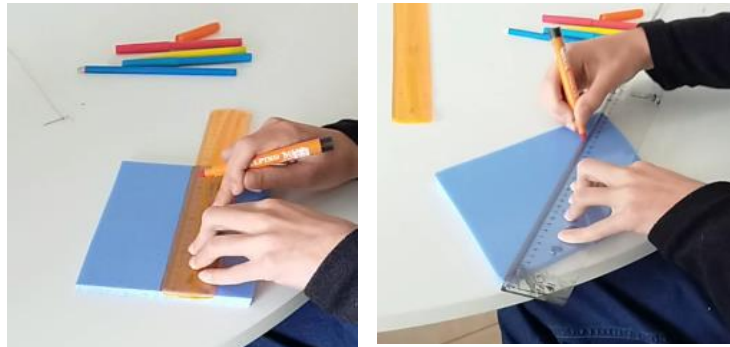
kendilerine verilen nesnelerin denge noktasını belirlemiştir. Bu süreçte katılımcıların *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptıkları görülmüştür. Ayrıca katılımcılar dikdörtgen ve paralelkenar nesnelerinin denge noktalarını bulma arayışında GeoGebra programına ihtiyaç duymamışlardır.

K.Y. ve S.A. dikdörtgen ve paralelkenar manipülatiflerinin denge noktasını bulabilmek için cetvel ve kalem kullanmışlar, işlem yaparak ortasını işaretleme yoluna gitmişlerdir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların *nesnelere ilişkilendirerek* genelleme yaptığı düşünülmektedir.

K.Y. kendisine verilen dikdörtgen/paralelkenar manipülatifini incelediğinde; “...bunun yarısını bulurum. Şuralarda bir yerde olması lazım...” , “...direk ortasını alırdım...” , “...karşılıklı köşelerini birleştiririm...” , “...dikdörtgenin denge merkezini bulmak için kenarların ortasını bulurum...” , “...karşılıklı kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasının ortasını alırım...” , “...ortasını bulacağız...” ve “...sanırım buldum, bunların çizgisi ile bunların çizgisinin kesişimi olacak...” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu ifadeler K.Y.’nin *Nesneleri İlişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca K.Y. bulduğu sonuca ilişkin “Gerek yok” diyerek GeoGebra programından yardım istememiştir. K.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.62) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.63) aşağıda verilmiştir.

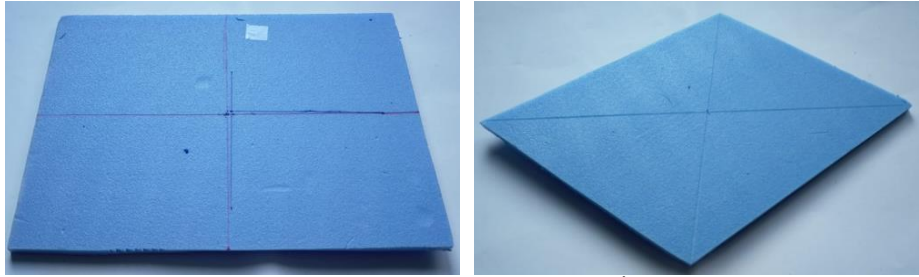


Şekil 4. 62. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Temsili



Şekil 4. 63. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Aşama Görüntüsü

S.A. ise kendisine verilen dikdörtgen/paralelkenar manipülatifini incelediğinde; “hocam yine ortalarını bulacağım ve bence en basiti bu” demiş ve ardından gerekli ölçümleri yapıp “Aşırı basit” şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifadeler neticesinde S.A.’nın *Nesneleri İlişkilendirerek* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Ayrıca S.A. bulduğu sonuca ilişkin GeoGebra programına ihtiyaç duymamış “*Gerek yok*” diyerek bu konuda destek istememiştir. S.A.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.64) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.65) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 64. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili S.A.’nın Temsili



Şekil 4. 65. Dikdörtgen/Paralelkenar Manipülatifi ile İlgili S.A.’nın Aşama Görüntüsü

### **-Dörtgen**

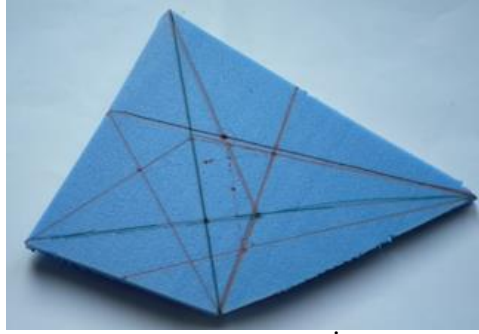
Bu görüşmede katılımcılara sıradan bir dörtgen manipülatifi verilmiş ve bu nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Bu görüşmede katılımcılar kendilerine verilen nesnenin denge noktasını belirlemiştir. Bu saptama esnasında katılımcılar *aynı ilişkiyi araştırma* yapmışlar, ayrıca *aynı çözüm veya stratejiyi araştırma* eylemlerinde bulunmuşlardır. Ayrıca katılımcılar dörtgen manipülatifinin denge noktasını bulma arayışında GeoGebra programına ihtiyaç duymuşlardır.

K.Y. ve S.A. dörtgen manipülatifinin denge noktasını bulabilmek için cetvel ve kalem kullanmış, işlem yaparak orta nokta arayışına gitmişlerdir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yaptığı düşünülmektedir.

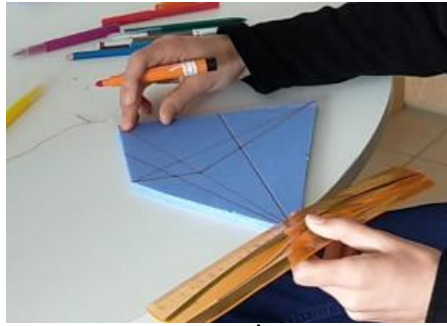
Bununla birlikte kendilerine verilen nesnelerin denge noktalarını araştırırken nesnenin gerçek hayattan bir izlenimle nasıl dengede kalacağını düşünmeleri, bu konuda hamleler yapmaları ve söylemleri doğrultusunda katılımcıların *aynı çözümü veya stratejiyi araştırarak* genelleme yaptığı da düşünülmektedir.

K.Y. kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde; öncelikle *“Köşegenlerinden doğru parçası çizdim. Ama olmayacak galiba hocam ama bilemiyorum”* şeklinde ifade bulunmuştur. Yaptığı hamlenin başarısız olduğu ortaya çıkınca K.Y. farklı denemelerde bulunmuş ve çözüm arayışına girmiştir. Daha sonra K.Y.’ye şimdiye kadar denge noktasının bulunması konusunda en iyi bildiği şeklin ne olduğu sorulmuş ve *“üçgeni çok iyi biliyorum”* cevabı K.Y.’den alınmıştır. K.Y.’ye üçgenin denge noktasının bulunması stratejisiyle hareket edebileceği ifade edilmiştir. Bu ifadeye K.Y. *“Üçgen ama o 3 köşeliydi. Bunda yok bu dört köşe. Bunda var mı?”* şeklinde cevap vermiştir. Ancak daha sonra *“Şu noktadan çizersek üçgen olur.”* şeklinde cevap vermesi K.Y.’nin dörtgenin içinde köşegenlerin çizilmesi yardımıyla üçgenlerin elde etmesini göstermiştir. Ardından elde ettiği üçgenlerin denge noktalarını bulmaya başlayan K.Y. *“...o zaman kenarlarının ortasını bulup yapabiliriz belki...”* , *“...kenarlarının ortasını bulacağız...”* şeklinde ifadelerde bulunmuş ve yine orta nokta alma işlemi yaptığından K.Y.’nin *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yaptığı düşünülmüştür. Elde ettiği üçgenlerin denge noktalarının ne işe yarayacağı sorusu K.Y.’ye sorulduğunda ise K.Y. *“...bulduğumuz o üçgenin denge merkezini bulup diğer denge merkezi ile birleştirip orta noktasını alırsak belki buluruz...”* şeklinde ifade bulunmuştur. Yine bu ifadeler K.Y.’nin *aynı ilişkiyi araştırma* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Daha sonra K.Y. elde ettiği iki üçgenin denge merkezlerini birleştiren doğru parçasını çizmiş ve bu doğru parçasının da orta noktasını alarak şeklin denge merkezinin bu nokta olması gerektiğini iddia etmiştir. Söylediklerini eyleme dönüştüren K.Y. dörtgen manipülatifini ipe askıda tutarak denediğinde cismin dengede olmadığını fark etmiş ve *“...bu tarafa yani büyük üçgene daha yakın olduğunu düşünüyorum...”* ifadesini kullanmıştır. Bu ifade doğrultusunda K.Y.’nin *Aynı Çözümü veya Stratejiyi Araştırarak* genelleme yaptığı düşünülmüştür. Elde ettiği son doğru parçasının ortasını alarak cevabı bulamayan K.Y. bu sefer ortasının da ortasını alarak cevap bulmaya çalışmış ancak yine başarısız olmuştur. Bu süreçte şeklin diğer köşegenini de çizerek iki farklı üçgene ayrıldığını fark eden K.Y. bu sefer de yeni elde ettiği

üçgenlerin denge noktalarını almış ve bulduğu iki noktayı birleştirerek yeni bir doğru parçası elde etmiştir. Daha sonra ise incelemelerini sürdürürken K.Y. “*Şey ben buldum galiba. Bunların çizgisi ile bunların çizgisinin kesişimi olacak. Tam şurası. Hocam oldu*” şeklinde ifadelerde bulunmuştur. Bulduğu sonucu ipe askıda tutarak da denemiş ve sonucun doğru olduğunu gözlemlemiştir. Daha sonra ise K.Y. “*Dörtgen manipülatifi bana verilirse üçgenlerden faydalanıyoruz*” diyerek bulduğu sonucu daha genel bir ifade ile tanımlamaya çalışmıştır. Ayrıca K.Y. bu görüşmede bulduğu sonucun doğruluğunu teyit etmek için GeoGebra programından da yardım istemiştir. K.Y.’ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.66) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.67) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 66. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Temsili

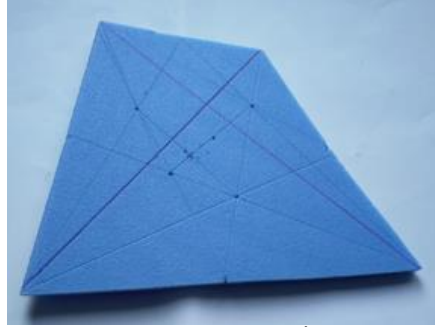


Şekil 4. 67. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.’nin Aşama Görüntüsü

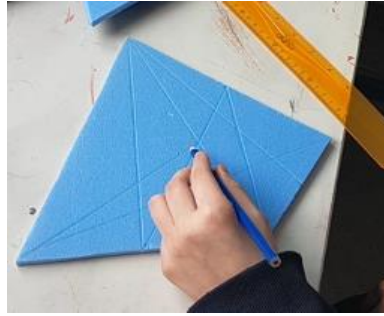
S.A. ise kendisine verilen dörtgen manipülatifini incelediğinde ilk olarak “*böyle kesişen bir şeyler arıyorum*” şeklinde ifade bulunarak köşegenlerin kesişiminden bir sonuç bulma arayışına girmiştir. Ardından “*hocam tüm köşegenlerini çizdim ama olmuyor*” şeklinde serzenişte bulunan S.A. arayışına farklı denemeler yaparak devam etmiştir. Daha sonra da şekline kenarlarına dikkatini veren S.A. “*...ortalarını alarak kesişen bir şeyler arıyorum...*” ve “*...burayla buranın ortasını alacağım...*” ifadelerini kullanmış ve bu ifadeler S.A.’nın aynı ilişkiyi araştırarak genelleme yaptığını göstermiştir. Yaptığı farklı denemeler sonucunda bir sonuç alamayan S.A.’ya en iyi bildiğin şekillerden faydalanması söylenmiş ve S.A.

*“Kare ve dikdörtgenden faydalanayım o zaman”* şeklinde cevap vermiştir. Kare ve dikdörtgenin özel durumu olan dörtgenler olduğu hatırlatılınca S.A. *“çeşitkenar üçgenden faydalaniyorum o zaman”* şeklinde ifadede bulunmuştur. Daha sonra S.A. köşegen çizerek şekli iki üçgene ayırmış ve ayırdığı üçgenlerin denge merkezlerini bulma yoluna gitmiştir. S.A. bu durumu *“...köşegenlerden çizerek üçgenler oluşturdum, o üçgenlerin merkezlerini birleştirerek yeni üçgenler oluşturdum...”* şeklinde ifade etmiş ve bu ifade S.A.’nın yine *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Yaptığı genelleme sonucunda tam olarak doğru sonuca ulaşamayan S.A.’nın bulduğu sonuç kendisine GeoGebra programında gösterilmiştir. Ardından dörtgenin tek bir köşegeninin çizilmesi ile şekilde iki ayrı üçgenin oluştuğunu fark eden S.A. *“Hocam şurası bu üçgenin orta noktası. Ama bu üçgenlerin orta noktası ne işe yarayacak. Neyse oldu. Şurası bunun merkez noktası. Bununki de bura mı oluyor?”* şeklinde ifadelerde bulunarak araştırmasına devam etmiştir. Elde ettiği iki üçgenin denge noktalarını birleştiren doğru parçasını çizen S.A. GeoGebra programında da gördüğü üzere sorunun doğru cevabının bu doğru parçasının üzerinde olması gerektiğine kanaat getirmiş ve doğru parçası üzerinde bir nokta bulma arayışına girmiştir. Daha sonra dörtgenden elde ettiği iki üçgenin kenarlarının farklı olduğunu fark eden S.A. *“Şeklin kenarları eşit olmadığı için denge noktası da değişiyor. Yani şeklin kenarları değişince denge merkezi de değişecek...”* ifadesini kullanmış ve bu ifade neticesinde S.A.’nın *aynı çözümü veya stratejiyi araştırma* alt kategorisinde genelleme yaptığı düşünülmüştür. Görüşmenin sonlarına doğru S.A. *“hocam başka bir üçgen çizip onun da denge noktasına mı bakayım?”* şeklinde ifadede bulunmuş ve bu ifadesi doğrultusunda dörtgenin diğer köşegenini de çizerek şekli farklı iki üçgene daha ayırmıştır. Daha sonra bu iki üçgen üzerine yoğunlaşan S.A. *“Bu ikisinin orta noktası da burası oluyor. Önceki çizdiğim buydu, şurası da şuydu, o zaman yani şöyle şurası mı oluyor? Şu ikisinin kesiştiği yer mi oluyor?”* şeklinde kendi kendine sorular sorarak doğru cevaba ulaşmıştır. Bulduğu sonuca göre dörtgenlerin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusuna S.A. *“İki tane üçgen oluşturdum. Köşegenlerden çizdim. O üçgenlerin merkez noktalarını birleştirerek yeni üçgenler oluşturdum. Onların da merkez noktalarını birleştirdim. O önceki iki üçgenin merkezlerini birleştirdiğim çizgi ile yeni çizginin kesişimini aldım.”* şeklinde ifadede bulunarak elde ettiği çözümü açıklayabilmiştir. Bu süreçte S.A. dörtgenin denge noktasını üçgenlerden elde ettiği çözümü uygulayarak bulduğu için *aynı ilişkiyi araştırarak* genelleme yoluyla

bulmuştur. Bulduğu sonucun GeoGebra programında da görmek isteyen S.A. “*programda da bakalım aynı şeyi mi yapmışım?*” diyerek yine soru sorarak cevap vermiştir. S.A.’ya ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.68) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.69) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 68. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili S.A.’nın Temsili



Şekil 4. 69. Dörtgen Manipülatifi ile İlgili S.A.’nın Aşama Görüntüsü

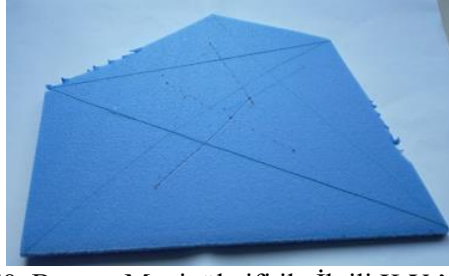
### **-Beşgen**

Bu görüşmede katılımcılara sıradan bir beşgen manipülatifi verilmiş ve bu nesnenin denge noktasının nasıl bulunması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Bu görüşmede katılımcılardan K.Y. kendisine verilen nesnenin denge noktasını belirlemişken S.A. aynı nesneye ilişkin yorumlarda bulunmuş ve süreci tamamlamakta zorluk çekmiştir. Bu süreçte katılımcılar *uygulanabilirlik alanını genişletme* yaparak genellemeye ulaşmışlardır. Aynı zamanda katılımcılardan K.Y. *ayrıntıları uzaklaştırarak* genişletme eyleminde de bulunmuştur. Bununla birlikte katılımcılar beşgen manipülatifinin denge noktasını bulma arayışında GeoGebra programına ihtiyaç duymuşlardır.

K.Y. ve S.A. beşgen manipülatifinin denge noktasını bulabilmek için cetvel ve kalem kullanmış, işlem yapmışlar ve üçgenler elde etmeye çalışarak denge noktası arayışına gitmişlerdir. Bu bakımdan bu aşamada katılımcıların *uygulanabilirlik alanını genişleterek* genelleme yaptığı düşünülmektedir. Bununla birlikte K.Y.

kendisine verilen nesnenin denge noktasını araştırırken şeklin daha düzgün bir yapıda olması durumunda nasıl dengede kalacağını düşünmüş ve bu konuda eylemlerde bulunmuştur. K.Y.'nin bu konuda hamleler yapması ve söylemleri doğrultusunda *ayrıntıları uzaklaştırarak* da genelleme yaptığını göstermektedir.

K.Y. kendisine verilen beşgen manipülatifini incelediğinde; “...bunu da üçgene ayırıyoruz...” , “...dörtgeni iki üçgene ayırmıştık. Şimdi farklı bir şekilde ayıracağız...” ve “...bir üçgen ve bir dörtgen daha gösterebiliriz buradan...” şeklinde ifadelerde bulunmuş ve bu ifadeler K.Y.'nin *Uygulanabilirlik Alanını Genişletme* ile genelleme yaptığı şeklinde yorumlanmıştır. Beşgeni üç tane üçgene ayırdığımızda ve elde edilen üçgenlerin denge noktalarını birleştirdiğimizde bir doğru parçası değil farklı bir üçgen elde edeceğimiz sonucu K.Y.'ye hatırlatılınca K.Y. “...bence noktaların oluşturduğu üçgenin içinde bir yerde olur denge merkezi” cevabını vermiştir. K.Y.'nin bu cevabı, kendisinin çözüm arayışında olduğunu ancak şeklin karmaşıklığından kurtulabilmek adına elde ettiği son üçgenin de denge noktasını bularak sonuca kısa yoldan ulaşmak istediğini ifade etmektedir. K.Y.'nin bu eylemi doğrultusunda *ayrıntıları uzaklaştırarak* genelleme yapmaya çalıştığını göstermektedir. Ardından kendisine verilen beşgeni üçgenlere ve dörtgene ayıran K.Y. doğru cevabın üçgenin denge noktası ile dörtgenin denge noktasını birleştiren doğru parçası üzerinde olduğunu iddia etmiştir. Tek bir nokta aradığımızı, cevabın doğru parçası olamayacağı kendisine hatırlatılınca K.Y. “Bir üçgen bir dörtgen daha gösterebiliriz o zaman buradan... Şuaradan ayırırız. Şöyle, bir dörtgen ve bir üçgen, şurada olacak.” şeklinde ifade bulunmuş ve bu süreçte *uygulama alanını genişleterek* genellemesine devam etmiştir. Bulduğu sonucun GeoGebra programında da gösterilmesini isteyen K.Y. “Evet buna programda da bakalım” cevabını vererek kendi cevabından emin olmak istemiştir. Ardından kendisine altıgen, yedigen şeklinde süregelen çokgenlerin verilmesi durumunda ne yapacağı sorulduğunda K.Y. “Altıgen verseniz üçgenlere ayırırım. Sonra beşgen olur bir kısım. Onları da üçgen filan yaparak yaparım. Sonra birleştirip başka bir şekil varsa yine aynı şekilde yapıp onu da birleştirip tam kesişimini alırım.” şeklinde ifade bulunarak yaptığı eylemlere ilişkin genel bir tanımlama yoluna da gitmiştir. K.Y.'ye ilişkin manipülatif temsili (Şekil 4.70) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.71) aşağıda verilmiştir.



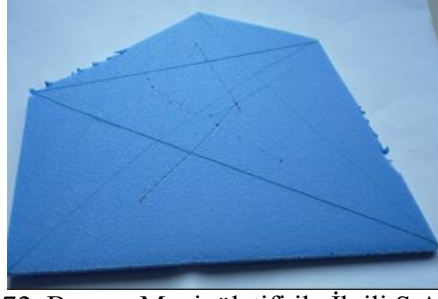
Şekil 4. 70. Beşgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.'nin Temsili



Şekil 4. 71. Beşgen Manipülatifi ile İlgili K.Y.'nin Aşama Görüntüsü

S.A. ise kendisine verilen beşgen manipülatifini incelediğinde; “...öncekinde yaptığımızın aynısını yaparım...” şeklinde ifade edilerek uygulama alanını genişletmiştir. Ardından “...şimdi bunda bir sürü çizgiler çizeceğim, bir sürü üçgen çizeceğim ve bunların merkez noktasını mı alacağım?” şeklinde ifade edilerek soruyla cevap verme alışkanlığını sürdürmüştür. Daha sonra S.A. “bu şeklin içinde düzensiz dörtgen var. Şunu bir dörtgen olarak düşünsem, bunun merkez noktasını bulsam. Şunu da şöyle bir dörtgen olarak düşünsem ve bunun da merkez noktasını bulsam. Yapmam gerekiyor mu?” şeklinde bir cümle kurmuş ve bu cümlesi S.A.’nın uygulanabilirlik alanını genişleterek genellemesini sürdürdüğünü göstermiştir. Ardından birkaç çizim yaparak dörtgenlerin denge noktalarının kesişimini alan S.A. “Bu dörtgenin de bir ağırlık merkezi bunun üzerindedir. Bir ağırlık merkezi burada şunun üzerindedir. Bir de şöyle çizdim bunun üzerindedir. Burası da bu dörtgenin ağırlık merkezidir.” şeklinde ifadelerde bulunarak doğru çözüme ulaşmıştır. Ayrıca S.A. doğru cevabı GeoGebra programında da görmek istemiştir. Son olarak S.A.’ya altıgen yedigen şeklinde süregelen çokgensel nesnelere verildiğinde ne yapacağı sorulduğunda S.A. “Altıgen verirseniz yaparım... Yine 1-2-3-4. İki tane yamuk oluşacak. İki tane düzensiz dörtgen oluşacak yani. Sonra bunların merkez noktalarını bulurum. Şu dörtgenin de şurada bir yerde onu da birleştirdim bu, ilki de buydu. Kesişimi de bu olur.” şeklinde ifade edilerek denge merkezi kavramını çokgenlerde tanımlama yoluna gitmiştir. S.A.’ya ilişkin

manipülatif temsili (Şekil 4.72) ve aşama görüntüsü (Şekil 4.73) aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 72. Beşgen Manipülatif ile İlgili S.A.'nın Temsili



Şekil 4. 73. Beşgen Manipülatif ile İlgili S.A.'nın Aşama Görüntüsü

#### 4.3.2.2. Refleksiyon Genellemeleri

2. aşama sonucunda katılımcılar kendilerine verilen manipülatiflerin denge merkezlerini bulmayı başarmışlardır. Bu sebeple katılımcıların verdikleri cevaplar ve yaptığı eylemler *refleksiyon genellemeleri* açısından ayrıca değerlendirilmiştir. Bununla birlikte bu süreçte *etkiye* ilişkin bulgular tespit edilirken katılımcılara çokgensel bölgelerin denge noktasını ima eden bağlamsal problem sorulmuş ve soruya uygun bir şekilde hazırlanmış dörtgensel bölge manipülatif verilmiştir. Katılımcıların bu soruya verdikleri cevaplara göre *Refleksiyon Genellemeleri* olarak *Belirleme* veya *Açıklama*, *Tanımlama* ve *Etki* eylemlerinde buldukları gözlenmiştir. Sonuç olarak bu seviyede katılımcılar *Belirleme* veya *Açıklama*, *Tanımlama* ve *Etki* alt kategorilerine ulaşmışlardır. Aşağıda katılımcılara sorulan sorular ve katılımcıların verdiği ifadeler yer almaktadır.

K.Y. kendisine verilen nesnelere sonucunda çokgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...ayırduğumuz şekillerimizin denge merkezlerini birleştiren çizgilerin kesişimi şeklin denge merkezi olacak...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde K.Y.’nin *Fenomeni Devam Ettirme* ile *Belirleme* veya *Açıklama* yaptığı düşünülmüştür. Yine K.Y.’nin verdiği “...bir altıgen nesnem olsa üçgenlere ayırırım. Sonra beşgen olur diğer kısım. Onları da üçgen yaparım. Sonra birleştirip başka şekil varsa yine aynı şekilde yapıp onları da birleştirip tam

*kesişimini alırım...” ifade, K.Y.’nin Objeler Sınıfını belirleyerek Tanımlama yaptığını göstermektedir. Bununla birlikte K.Y.’nin “...üçgenlere ayırır sonra her birinin denge merkezlerini birleştiren çizgileri çizer, onların kesişimini alırım...” ifadesi de Önsel Fikir veya Strateji ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.*

S.A. ise kendisine verilen nesnelere sonucunda çokgenlerin denge noktasının bulunması eylemlerine ilişkin; “...tüm çokgenlerde şekli üçgenlere ayırırım...” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade neticesinde S.A.’nın Fenomeni Devam Ettirme ile Belirleme veya Açıklama yaptığı düşünülmüştür. Bununla birlikte S.A.’nın “altıgen verseniz üçgenlere ayırırım. Sonra beşgen olur bir kısım. Onları da üçgen filan yaparak yaparım. Sonra birleştirip başka bir şekil varsa yine aynı şekilde yapıp onu da birleştirip tam kesişimini alırım...” ifadesi de Objeler Sınıfını belirleyerek Tanımlama yaptığını göstermektedir. Yine “Düzensiz dörtgen var. Şunu bir dörtgen olarak düşünsem, bunun merkez noktasını bulsam. Şunu da şöyle bir dörtgen olarak düşünsem ve bunun da merkez noktasını bulsam. Bu dörtgenin de bir ağırlık merkezi bunun üzerindedir. Bir ağırlık merkezi burada şunun üzerindedir. Bir de şöyle çizdim bunun üzerindedir. Burası da bu dörtgenin ağırlık merkezidir.” ifadesi de Önsel Fikir veya Strateji ile Etki kategorisinde olduğunu göstermektedir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu bölümde araştırma problemi ve buna bağlı olan alt problemlerin sonuçları ilgili araştırmalar bölümü ile desteklenerek verilmiştir. Çalışma sonuçlarına göre ise önerilere yer verilmiştir.

Matematik eğitiminin önemli amaç ve araçlarından bir tanesi öğrencilere genelleme yapmayı öğretmek ile ilgilidir. Matematiksel genelleme süreci, pek çok nesne, obje için ve birçok olay, olgu ve duruma bağlı olarak geçerli görülen matematiksel iddialar olarak ele alınmaktadır. Ayrıca genelleme sürecinden, oluşturulmuş olan herhangi bir çözüm stratejisinin benzeri olan herhangi bir durumda geçerliliğinin kabul edilmiş olduğunun anlaşılması olarak bahsedebiliriz. Dolayısı ile genelleme sürecinin matematiksel düşünmenin önemli bir parçası olmakla kalmayıp bu düşünmenin gelişiminde yer alan problem çözme ile de ilgili olduğu söylenebilir. Öğrenciler daha önce karşılaşmadıkları bir problemin çözümü karşısında, sık rastlanılan problemlere göre daha fazla düşünmek ve uğraş vermek zorunda kalırlar. Bu sebepten dolayıdır ki, problem çözme sürecinde alışkın olunmadık bir problem ile karşılaşıldığında bu durum öğrencinin daha iyi bir şekilde gelişmesine olanak sunmaktadır. Karşılaştıkları problemi başarıyla çözmüş olan öğrenciler daha önceden de tecrübe etmiş oldukları deneyim karşısında veya ulaştıkları bilgi, kullanmış oldukları yöntem ve genel terimlerden problem çözme aşamasında da faydalanırlar. Nitekim aşına olunmayan problemlerde öğrenciler eski şekil veya örüntülerden yararlanabilmektedirler. Dolayısıyla, yeni bir şekil veya örüntü diğer şekillerden bağımsız bir şekilde oluşturulamaz ve benzer şekil veya örüntülerle ilişkili olacak bir biçimde meydana gelir.

Genelleme süreci, mevcut durumlar arasında oluşan ortak niteliklere bağlı bir biçimde akıl yürütme ile ilişki belirlenmesi ya da açığa çıkarılmasına yönelik ileri bir aşamaya bu ilişkileri ya da durumları taşıma, aynı zamanda da ilişkiyi tanımaya yardımcı olan düşüncelerdeki sıralı eylemleri içerir. Bu bakımdan genelleme süreci problem çözme veya akıl yürütme gibi birçok beceriyi gerektirir ve bu nedenle matematik eğitimde temel etkinliklerin başında gelir.

Kısacası bireyler daha önce aşına olmadıkları herhangi bir problem ile karşılaştıkları zaman bu probleme yönelik yeni bir çözüm yolu bulabilmek adına ya da ilişkilendirmeler yaparken veya akıl yürütme süreçlerinde daha önceden elde ettikleri tecrübeler, bilgi ve genellemelerinden yararlanırlar ve bu süreçte özel

yetenekli öğrencilerde bu durum çok rahat bir aktarıma sahiptir. Genelleme süreçlerinde bu tip öğrenciler çoğu zaman yansıtıcılığı yüksek ve rahat şekilde iletişim kurabilen öğrencilerdir. Bu öğrenciler bir durumda sadece durumu değerlendirmek ile kalmayarak doğru kararlar alabilir ve aynı zamanda önemli ilişkileri daha kolay görüp problemin çözümünde yararlanabilirler.

Genelleme süreci Ellis (2007b)'e göre düşünmenin ve iletişim sürecinin hem hedefini hem de aracını oluşturmaktadır. Ayrıca matematiksel aktivitelerin ana odağı ve matematiksel verilerin gelişiminin temeli olacak şekilde ifade edildiğinden bahsetmektedir. Bunun dışında genellemeyi, genelleme eylemleri; genelleme eylemlerini de ilişkilendirme, araştırma ve genişletme şeklinde alt kategorilerde ve refleksiyon genellemelerini de belirleme, tanımlama ve etki alt kategorileri biçiminde gruplara ayırmıştır. Ellis'in yapmış olduğu bu çalışmalar neticesinde öğrencilerin bakış açılarındaki genellemelere ulaşılmıştır, bu genellemelerin neler olduğuna dair bilgi edinme imkânı sunmuş ve genelleme eylemlerini ne şekilde birbirine bağladıkları ve ilişkilendikleriyle ilgili sonuca varılmıştır ayrıca öğrencilerin neyi genel şekilde gördüklerini de görme olanağı sunmuştur. Bu açıdan Ellis'in çalışmalarının ayrı bir önemi vardır.

Yapılan bu çalışmada, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmış ve bu süreç incelenirken bilgisayar destekli ortam hazırlanarak dinamik geometri yazılımlardan biri olan GeoGebra programı kullanılmış ve ortam manipülatiflerle desteklenmiştir. Bu bağlamda matematiksel genelleme süreçlerini incelemek amacıyla BİLSEM'de öğrenim gören ortaokul öğrencilerine bu süreç yaşatılmıştır.

Çalışma sonucunda genel olarak katılımcıların tamamı önce doğru parçası ve sonra üçgenin ağırlık merkezini genellemiş ve bu ilk aşamada *ilişkilendirme*, *araştırma* ve *genişletme* yaparak *genelleme hareketlerini* gerçekleştirmişlerdir. Devamında *belirleme veya açıklama*, *tanımlama* ve *etki* ile de *refleksiyon genellemelerine* ulaşmışlardır. 2. aşamada ise katılımcıların yine tamamı dörtgen ve beşgenin ağırlık merkezini genellemiş ve ikinci aşamada benzer şekilde *ilişkilendirme*, *araştırma* ve *genişletme* yaparak *genelleme hareketlerini* gerçekleştirmişlerdir. Ancak 6. sınıf seviyesinden bir ve 7. sınıf seviyesinden bir katılımcı, çokgenin ağırlık merkezini genellerken refleksiyon genellemesine ulaşamamıştır. Diğer dört katılımcı ise çokgenin ağırlık merkezine refleksiyon

genellemesi ile ulaşmış ve bunları *belirleme veya açıklama, tanımlama ve etki eylemleri* ile gerçekleştirmişlerdir. Katılımcıların genelleme hareketleri olarak ilişkilendirmelerini *durumları veya nesnelere ilişkilendirerek*; araştırmalarını, *aynı prosedür, ilişki veya çözümü araştırarak*, genişletmeyi ise *uygulanabilirlik alanını genişleterek, ayrıntıları uzaklaştırarak* veya *işlem eylemiyle gerçekleştirdikleri* görölmüştür. Refleksiyon genellemelerinde ise belirleme veya açıklamalarını *fenomeni devam ettirerek*, tanımlamayı *objeler sınıfını* belirterek, etkiyi ise *önsel fikir veya stratejiyi* kullanarak gerçekleştirdikleri sonucuna varılmıştır.

6. sınıf seviyesinde belirlenen iki katılımcıyla yapılan görüşmeler ve elde edilen bulgular neticesinde katılımcıların 1. aşamada *Genelleme Hareketlerine* ve *Refleksiyon Genellemelerine* ulaştığı görölmüştür. 2. Aşamada ise katılımcıların yine *Genelleme Hareketlerine* ulaştığı ancak katılımcılardan A.Y.'nin *Refleksiyon Genellemeleri* seviyesine ulaşamadığı görölmüştür. A.Y. bu süreçte doğru çözümün nasıl olması gerektiği konusuna sözel olarak cevap verebilmiş ancak söylemlerini eylemlere dökememiştir. Bu sınıf seviyesinde katılımcılar, matematiksel manipölatiflerle işlem yapmada herhangi bir sorun yaşamamış, aksine manipölatiflerin matematik için kullanılabilir olmasından oldukça memnun olmuşlardır. Ayrıca yapılan görüşmelerden sonra katılımcılardan A.Y. kendisine verilen manipölatifi evine götürmek istemiş, kendince manipölatif üzerinde işlemler yapmak istemiştir. Bununla birlikte aynı katılımcı kendine farklı çokgensel modeller oluşturarak kendi evinde genelleme çalışmalarına devam etmiştir. Bu durum Altıntaş (2009) tarafından ifade edilen özel yetenekli öğrencilerin seviyelerine uygun etkinlik hazırlamanın önemini bir kez daha vurgulamaktadır. Buna paralel olarak bu çalışmada katılımcılara verilen manipölatiflerin düşündürücü, ilgi çekici ve onların seviyesini zorlar nitelikte olduğu düşünülmektedir. Bu süreçte katılımcıların görüşlerini doğrulayan ve etkileyen dinamik geometri yazılımı da aktif rol oynamıştır. Katılımcılar manipölatiflerle buldukları sonuçların doğruluğundan emin olmak istemiş, aynı şekli programla bilgisayar üzerinde çizmiş ve nesnenin ağırlık merkezini bularak kendi cevaplarını doğrulamışlardır. Bu sınıf seviyesinde katılımcılar programa tam hâkim olmadığından, araştırmacı bu konuda danışmanlık rolünü üstlenmiştir. Ancak katılımcılardan A.Y. programı kendisi de denemek istemiş ve yine evinde kendi bilgisayarında aynı program üzerinden çalışmalar yürüterek genelleme çalışmasını sürdürmüştür. Bu durumun da çalışmada kullanılan

GeoGebra programının işlevselliğini, seviyeye uygunluğunu ve etkinliğe sunduğu katkının etkililiğini gösterdiği söylenebilir. Aynı şekilde Genç ve Öksüz (2016), Erdener ve Gür (2019) ve Deniz (2009) çalışmalarında da dinamik geometri yazılımları kullanılmış ve kullanılan yazılımların geometri konularının öğretiminde sunduğu katkının bu çalışmaya benzer sonuçlar içerdiğinden bahsedilmiştir.

7. sınıf seviyesinde belirlenen iki katılımcıyla yapılan görüşmeler ve elde edilen bulgular neticesinde katılımcıların 1. aşamada *Genelleme Hareketlerine* ve *Refleksiyon Genellemelerine* ulaştığı görülmüştür. 2. aşamada ise katılımcıların yine *Genelleme Hareketlerine* ulaştığı ancak katılımcılardan N.K.'nın *Refleksiyon Genellemeleri* seviyesine ulaşamadığı görülmüştür. N.K. 2. Aşamada kendisine yöneltilen dörtgenlerin denge merkezlerini bulmada zorlanmış, ancak kendi içinde yaşadığı zihinsel süreçte sorunun çözümünün nasıl olması gerektiğini ifade edebilmiştir. Bu durumu her ne kadar *Refleksiyon Genellemeleri* seviyesine ulaşamama olarak ifade etsek de N.K.'nın çözüm yolunu belirttiğini ancak görüşmede bunu açıkça eyleme dönüştüremediği gözlenmiştir. Bu durumun katılımcı N.K.'nın denge noktası kavramına çok fazla odaklandığını, çözüm yolunu ifade edebildiğini ancak çok fazla düşünerek ayrıntılar içinde kaybolduğunu göstermektedir. Nitekim Özbay ve Palancı (2011) çalışmasında üstün yetenekli bireylerin yoğun odaklanma güçlerinin olduğunu, bir konu üzerinde oldukça fazla düşünebildiklerini ancak ayrıntılar üzerinde zaman harcayıp kendilerine verilen görevleri zamanında yerine getiremediklerinden bahsetmiştir. Ayrıca bu görüşmelerde manipülatifler önemli rol oynamış, katılımcıların zihninde şema oluşumuna büyük katkı sağlamıştır. 7. sınıf matematik müfredatında ağırlık merkezi kavramı yer almadığından katılımcılara öncebu kavram yerine denge noktası ifadesi kullanılarak sorular sorulmuş, katılımcıların manipülatifler sayesinde denge noktası kavramını daha iyi algıladıkları gözlenmiştir. Hali hazırda yapılmış olan çalışmalarda da matematik eğitiminde somut veya sanal manipülatif kullanımının öğrencilerin akademik başarılarına katkısının olduğunu göstermektedir (Örneğin; Yaman ve Şahin, 2014). Ayrıca bu sınıf seviyesinde bulunan katılımcı T.M.'nin görüşme esnasında gösterdiği performans ayrıca değerlendirilmek istenmiştir. Bu katılımcı kendisine yöneltilen görüşme sorularında oldukça heyecanlanmış, kendisine verilen manipülatiflerle işlemler yaparken ya da kalemi tutarken ellerinin titrediği görülmüştür. Görüşme sonunda bu durumun kendisine sorulduğunda matematik ile somut bir nesnenin bu denli uyumunun kendisini heyecanlandığını ve sorulara

aniden değil de düşünmek zorunda kalarak ve aynı zamanda gerçek hayatla ilişkilendirmek zorunda kalarak cevap vermenin kendisinde farklı bir his uyandırdığını ifade etmiştir. Bu durumun yine Altıntaş (2009) tarafından ifade edilen özel yetenekli öğrencilerin seviyelerine uygun etkinlik hazırlamanın önemini ve matematik eğitiminde somutlaştırma veya manipülatif desteği kullanmanın önemini bir kez daha vurgulamaktadır. Aynı katılımcı sorulara verdiği cevapların doğruluğunu teyit etmek için daha önce hiç kullanmadığını ifade ettiği GeoGebra programını kendisi kullanmak istemiş, bu konuda yardım bile istememiş ve manipülatifte bulduğu sonuçlarla programda bulduğu sonuçları eş zamanlı kontrol edebilmiştir. Bu durumu kullanılan programın seviyeye uygunluğunu, anlaşılabilir ve uyarlanabilir olduğunu göstermektedir. Genç ve Öksüz (2016) ve Deniz (2009) çalışmalarında da dinamik geometri yazılımlarından GeoGebra programını kullanmışlar, bu programın işlevsel olduğundan bahsetmişlerdir. Sonuç olarak bu süreçte katılımcıların görüşlerini doğrulayan ve etkileyen dinamik geometri yazılımı da oldukça aktif rol oynamıştır.

8. sınıf seviyesinde belirlenen iki katılımcıyla yapılan görüşmeler ve elde edilen bulgular neticesinde katılımcıların hem 1. aşamada hem de 2. aşamada *Genelleme Hareketlerine* ve *Refleksiyon Genellemelerine* ulaştığı görülmüştür. Katılımcılar hem 1. aşamada hem de 2. aşamada kendilerine verilen nesnelere denge merkezlerini bulabilmişler, üçgenlere ve çokgenlere dair denge merkezi bulma eylemlerini genelleylebilmişlerdir. Katılımcılardan K.Y. diğer katılımcılara göre en hızlı ve doğru kararlar veren katılımcı olmuştur. Bu kullanıcı elde ettiği birçok sonuçta GeoGebra programını da kullanmak istememiş, kendi sonuçlarının doğruluğundan emin olmuştur. Ayrıca aynı katılımcı 8. sınıf matematik müfredatında ağırlık merkezi kavramının yer almamasına rağmen kendisinin bu kavramı söylemlerinde kullanması ilgi çekici olmuştur. Hayatında ilk defa bu kavramı duyduğunu ancak bu konunun adının ağırlık merkezi kelimesi ile çok iyi örtüştüğünü ifade eden K.Y., bir bakıma konunun adını bile genelleylebilmiştir. Bu durum K.Y.'nin kendisine verilen görüşme sorularına çok iyi odaklanabildiğini ve soruların seviyesinin uygunluğunu bir kez daha gözler önüne sermektedir. Nitekim Kalkan ve Eroğlu (2017) çalışmasında özel yetenekli öğrencilere uygulanan etkinliklerin seviyelerine uygun ve bilişsel olarak onları destekleyecek nitelikte olmasının, onlarla yapılan çalışmalarda bu öğrencilerin ne derece keyif aldığından ve onların süreçte aktif olarak yer almak istemelerine sunduğu katkılardan bahsetmektedir. Bu

çalışmamızda da buna paralel durumlar söz konusudur. Ayrıca bu görüşmelerde manipülatifler önemli rol oynamış, katılımcıların zihnindeki oluşuma büyük katkı sağlamıştır. Katılımcılardan S.A. görüşme sonunda kendi kullandığı manipülatifleri evine götürmek ve üzerinde farklı çalışmalar yürütmek istediğini ifade etmiştir. Yine aynı katılımcıyla yapılan görüşmeden bir süre sonra S.A. yaptığı çalışmalarını araştırmacıya göstermiş ve bu konudaki hevesini sürdürmüştür. Yine bu durum da çalışmada kullanılan manipülatifin etkililiğini göstermektedir. Bu süreçte katılımcıların görüşlerini doğrulayan ve etkileyen dinamik geometri yazılımı da aktif rol oynamıştır. Özellikle katılımcı S.A. zorlandığı durumlarda yazılımı kendisine yol gösterici konumda bulmuştur. Özet olarak araştırma sonuçlarına göre GeoGebra yazılımının da süreçte etkili olduğu ve kullanılan manipülatiflerin sürece fazlaca katkı sağladığı söylenebilir.

Çalışmada özel yetenekli öğrencilerin oldukça hızlı düşündükleri, matematiksel düşünme becerilerinin oldukça gelişmiş olduğu ve problem çözme ve akıl yürütme becerilerine sahip oldukları belirlenmiştir. Bu sebeple özel yetenekli öğrencilere yönelik verilen eğitim programlarında onların bireysel ihtiyaçlarını da dikkate alan etkinlik hazırlamanın önemli olduğu ve bu etkinliklerin BİLSEM matematik öğretmenlerinin görüşleri de alınarak geliştirilmesinin yararlı olduğu belirlenmiştir. Bu durum Baltacı, Yıldız, Kıymaz ve Aytakin (2016) tarafından yapılan çalışma ile örtüştüğü gözlenmiştir. Diğer taraftan araştırma öncesi yapılan pilot çalışmalar neticesinde, özel yetenekli öğrencilere yönelik hazırlanan etkinliklerin merak uyandıran, keşfettiren ve onların sınırlarını zorlayan seviyede olması hususlarına sahip olması gerektiği sonucuna da ulaşılmıştır. Bu sonuçların Smutny, Walker ve Meckstroth (1997), Reece ve Walker (1997) ve Baki (2008) tarafından yapılan önerilere de uygun olduğu anlaşılmaktadır. Belirtilen önerilere göre hazırlanan etkinlikler sayesinde özel yetenekli öğrencilerin matematiksel genelleme süreçlerinde daha da farklı kategorilerinin ortaya çıkabileceği düşünülmektedir. Özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde bu şartlar ile etkinlikler oluşturularak öğrenme ortamları tasarlanırsa özel yetenekli öğrencilerin gereksinimlerine uygun yetiştirilmesi ve gelecekte matematiğe daha farklı bakış açıları kazandırmaları sağlanabilir. Bu durum Batdal (2010) tarafından yapılan çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde matematik öğretiminin önemi ve farklılaştırılmış eğitim programının gerekliliğini bir kez daha ortaya koymuştur.

Araştırmada GeoGebra programının kullanılmış olması, katılımcıların manipülatif üzerindeki farklı denemelerinin kesin sonuçlarını vermesi bakımından oldukça önem kazanmıştır. Nitekim bazı katılımcıların birkaç denemeden sonra programda hemen kendilerinin deneme yapmak istemesi, bu programın katılımcılar açısından ne kadar ilgi çekici ve güvenilir olduğunu göstermektedir. Benzer şekilde Baki, Yıldız ve Baltacı (2012) ve Aydos (2015) yapmış oldukları çalışmalarında GeoGebra dinamik yazılımının özel yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılmasının önemli olduğunu ve bu şekilde etkili bir öğretimin gerçekleşebileceğini ortaya koymuşlardır.

Araştırmada özel yetenekli her öğrencinin her birinin ayrı bir matematiksel düşünme becerisine sahip olduğu düşünülmüştür. Bu seviyelerin de farklı bilim dallarında farklı şekillerde değiştiği düşünülerek her öğrencinin genelleme seviyesinin farklı düzeylerde olabileceği yorumlanmıştır. Ancak özellikle 7. ve 8. sınıf düzeyinde yer alan katılımcıların genelleme seviyelerinin “*Refleksiyon Genellemeleri*” seviyesine ulaştıkları gözlemlendiğinden bu seviyede bulunan katılımcıların matematiksel düşünme süreçlerinin birbirine daha yakın olduğu düşünülmüştür.

Yapılan çalışmalar özel yetenekli öğrencilerin problemlere farklı çözümler getirmede istekli olduklarını göstermektedir (Aydos, 2015; Baltacı, Yıldız ve Güven, 2014; El-Demerdash, 2010). Bu araştırmada da genelleme sürecinin inşasına yol veren etkinlikler problem olarak ele alındığında öğrencilerdeki bu isteği artırmak için bütün süreçte araştırmacılarla ve BİLSEM matematik öğretmenleri ile görüş alışverişinde bulunmuş ve sonuçta öğrencilerin farklı düşünme şekilleri ve çözümleri geliştirebildikleri ve de bunu yaparken istek ve meraklarının ortaya çıktığı görülmüştür. Ayrıca süreç içinde katılımcılar GeoGebra yazılımı ile keşif sürecine girmiş ve başarılı olmuştur. Olive (2002) de öğrencilerin dinamik yazılımlar sayesinde; matematiği hesaplama ve sembolik ifadelerle soyut olarak algılamak yerine, bir bilim adamı gibi kendisi araştıran, matematiği bir oyun gibi görerek yaptıklarından zevk duyan, öğrenme rolünün büyük bir kısmının kendinde olduğunun farkında olan bir öğrenme gerçekleştirebileceğini ifade etmiştir. Ayrıca Kokol-Voljc (2007), Gürsoy, Yıldız, Çekmez ve Güven (2009) ve Yıldız, Güven ve Koparan (2010) dinamik geometri yazılımlarının geometri öğretimine yeni bir boyut kazandırdığını belirtmektedir. Yapılan bu çalışmada da özellikle 7. ve 8. sınıf seviyesinde bulunan katılımcıların kendilerine verilen durumları manipülatiflerle somut

olarak inceledikten sonra programla keşfedebilmeleri, onların yazılıma karşı daha çok istekli olmalarını sağlamıştır.

## 6. ÖNERİLER

Sonuçlarda elde edilen bilgiler ışığında özel yetenekli öğrencilerin genelleme problemlerine farklı çözümler getirdiklerini ve genelleme süreçlerinde farklı ve zengin düşünme eylemlerini gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Bu süreçte ise istekli ve meraklı oldukları görülmektedir. Bu açıdan ele alındığında özel yetenekli öğrencilerin bu isteğini artırmak adına alanında uzman araştırmacılarla ve BİLSEM’lerde görev yapan matematik öğretmenleri ile birlikte ortak çalışma yürütülerek bu öğrencilere yönelik hedef kitle düzeyine uygun etkinlik geliştirme çalışması yapılabilir. Bu çalışmada katılımcılar, doğru parçası, üçgen ve çokgen manipülatiflerinin denge noktasını bulmaya çalışırken kendilerinin henüz bilmedikleri bir konuda görüş beyan etmeye çalışmışlar, eylemlerde bulunmuşlar ve hatta heyecan içinde doğru sonucu merak etmişlerdir. Bu sebeple kendilerine sunulan etkinliklerin onların hazır bulunuşluğu ile ne kadar uyumlu olması gerektiğini ve ortak çalışma alan uzmanı ve BİLSEM öğretmenleri ile koordineli çalışma yapmanın gerekliliğini doğrular niteliktedir.

Yine bu çalışmada da özellikle 7. ve 8. sınıf seviyesinde bulunan katılımcıların kendilerine verilen durumları manipülatifle inceledikten sonra somut durumları programla keşfedebilmeleri, onların yazılıma karşı daha çok istekli olmalarını sağlamıştır. Bu durum, BİLSEM’lerde dersler planlanırken dikkate alınırca bu kurumlarda öğrenim gören tüm özel yetenekli öğrencilerin matematik derslerine karşı istek ve tutumları olumlu yönde değiştirilebilir.

Ayrıca araştırmanın sonuçlarına yönelik olarak özel yetenekli öğrencilerin gereksinimlerine ve matematiksel düşüncelerine uygun etkinlikler tasarlamak isteyen eğitimciler, tasarım tabanlı araştırma yönteminin potansiyellerinden yararlanabilirler. Diğer taraftan bir etkinliğin özel yeteneklilere uygun olmasının yanında, uygulayıcıların özel yetenekli öğrencilere bir etkinliği nasıl sunabileceklerine ilişkin verilerin de böyle bir süreç içinde ortaya çıkabileceği unutulmamalıdır.

Araştırmanın sonuçlarına göre, karşılaşılan matematiksel problemlerin genellemeler yapılarak ve yapılmış olan genellemeler ışığında ulaşılmış olan genellemeyi genişletme yolundan hareket ederek farklı problemlere çözen getirebilen öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmüştür. Özellikle refleksiyon genellemeleri

başlığında *etki* kategorisine yönelik katılımcıların verdiği ifadeler neticesinde *önsel fikir veya strateji* alt kategorisinde genellemeler yapması bu durumu ifade etmektedir. Bu anlamda genelleme sürecinde elde edilenler sonuçların problem çözüme, aşamaları ve stratejileri açısından incelenmesinin daha yararlı olacağı düşünüldüğünden bu amaç odaklı çalışmaların yapılmasının gerekli ve önemli olduğu düşünülmektedir. Dolayısı ile bu odaktaki çalışmalar alandaki boşluğu tamamlada önemli olacaktır.

Çalışmada elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli her öğrencinin görüşmelerdeki sorulara beklenen cevapları veremediği de gözlenmiştir. Ancak özellikle 7. ve 8. sınıf düzeyinde yer alan katılımcıların genelleme seviyelerinin *Refleksiyon Genellemeleri* seviyesine ulaştıkları gözlenmiş ve bunun sonucunda da bu seviyede bulunan katılımcıların matematiksel düşünme süreçlerinin birbirine daha yakın olduğu düşünülmüştür. Bu sebeple de bu sınıf seviyesinde bulunan özel yetenekli öğrencilerin BİLSEM’lerde aynı grup içerisinde yer alarak eğitim almaları gerektiği önerilebilir.

Araştırmada elde edilen sonuçlara göre özel yetenekli öğrencilerin kendilerinin ilgilerini çeken etkinliklere oldukça fazla odaklandıklarını, ancak odaklanırken detaylarda kaybolabildikleri gözlenmiştir. Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerle çalışma yapan araştırmacıların sürece hâkim olabilmeleri açısından tasarlayacağı etkinliklerin detaylarına ayrıca vurgu yapmaları gerektiği düşünülmüştür. Ayrıca bu konuda BİLSEM’lerde görev yapan öğretmenlerin de farkındalıklarının oluşturulmasının bu öğrencilerin bu tarz etkinliklerde hem sürecin gelişimi açısından hem de motivasyonlarını sağlayabilmek açısından önemlidir.

Netice itibariyle özel yetenekli öğrencilere eğitim öğretim programlarının matematiksel genellemelere fırsat tanıyacak şekilde düzenlemelerin yapılması ve öğretmenlere bu sürecin ne şekilde yürüteceklerine dair ya da öğrencilerin ulaştığı genelleme seviyesinin nasıl doğrulanacağına dair detaylı bilgi ve yönergelerin verilmesinin, bu öğrencilerin matematiksel gelişimi açısından oldukça önemli olduğu söylenebilir. Ayrıca, özel yetenekli öğrencilerin ileride gerek matematiksel durumlarda ve beraberinde gerçek hayat durumlarında değerlendirme yapabilmeleri ve düşünme becerilerinin gelişimde genelleme sürecinin oldukça önemli olduğu görülmüştür. Dolayısı ile bu tür ortamların hazırlanmasında ve etkinliklerin uygulanmasında BİLSEM öğretmenlerinin yeterliği de göz önüne alındığında

öğretmenlere bu süreçleri destekleyici ve geliştirici eğitimler verilmesi uygun olacaktır.

Bu çalışmada BİLSEM’lerde öğrenim gören 6-7-8. sınıf seviyelerinden 2’şer öğrenci çalışma grubu olarak seçilmiştir. Özellikle bu seviyede bulunan öğrencilerin bilişsel gelişimleri arasındaki belirgin bir fark olup olmadığı hususunu araştırmak isteyen araştırmacılar çalışma grubunu 5-6-7-8. sınıf seviyelerinden seçerek arada anlamlı bir fark olup olmadığını inceleyebilirler. Ya da benzer şekilde aynı çalışma grubu ile onların dikkatini çekebilecek nitelikte farklı matematik konularını içeren etkinlikler oluşturarak farklı matematiksel düşünme süreçlerine ya da becerilerine dair çalışmalar yapabilirler. Bu ve benzeri araştırmalar sonucunda özel yetenekli öğrencilerin özelde matematiksel genelleme süreçlerinde daha farklı temalar ya da kategorilerin ve genelde de matematiksel düşünme ve becerilerindeki farklılıkların ortaya çıkabileceği açısından düşünülmekte ve alan yazına önemli katkılar sunulabileceği öngörülmektedir.

Yine bu çalışmada BİLSEM’lerde öğrenim gören öğrencilerin özel yetenek alanlarına dikkat edilmemiştir. Genel Zihinsel Yetenek alanı, Müzik alanı ve Resim alanında ayrı ayrı bakanlıkça tanınması yapılan özel yetenekli öğrencilere yönelik bu alanların ayırımına odaklanan çalışmalar da yürütülebilir.

## KAYNAKÇA

Akar, İ.(2015). *Üstün Yetenekli Öğrencileri Genel Eğitim Sınıfında Destekleyecek Sınıf Öğretmeninin Sahip Olması Gereken Yeterlikler*. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Akarsu, F. (2001). *Üstün Yetenekliler, Yetişemediğimiz Çocuklar: Üstün Yetenekli Çocuklar ve Sorunları*. Ankara: Eduser Yayınları.

Akay, M. (2018). *Üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılacak matematik temelli STEM etkinliklerinin geliştirilmesi*. Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Akkan Y., Öztürk M., & Akkan P. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Örüntüleri Genelleme Süreçleri: Stratejiler ve Gerekçelendirmeler, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8(3), 513-550.

Akkaş, E. (2014). *Farklılaştırılmış problem çözme öğretiminin üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin matematik problemlerini çözmelerine, tutumlarına ve yaratıcı düşüncelerine etkileri*, Doktora tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Aktümen M., Yıldız A., Horzum T., & Ceylan T. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin GeoGebra yazılımının derslerde uygulanabilirliği hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2), 103-120.

Altıntaş, E. (2009). *Purdue modeline dayalı matematik etkinliği ile öğretimin üstün yetenekli öğrencilerin başarılarına ve eleştirel düşünme becerilerine etkisi*, Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Altıntaş, E. (2014). *Üstün zekâlı öğrenciler için yeni bir farklılaştırma yaklaşımının geliştirilmesi ve matematik öğretiminde uygulanması*, Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6., 7. ve 8.Sınıflarda) matematik öğretimi* (5. Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. & Memnun, D. (2008). Matematik Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Matematiksel Problemleri Çözme Becerileri ve Bu Konudaki Düşünceleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 4(2), 213-238.

Aydın, B. & Peker, M. (2003). Öğretmen Adaylarının İlköğretim Sertifika Programında Okutulan Matematik Öğretimi Dersine Yönelik Tutumları. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 11(1), 21-30.

Aydos, M. (2015). *The impact of teaching mathematics with geogebra on the conceptual understanding of limits and continuity: The case of Turkish gifted and talented students*. Doctoral dissertation, Bilkent University, Ankara.

Aygün, Y. İ. (2019). *Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin farklı ortamlarda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*, Yüksek lisans tezi, Amasya Üniversitesi, Amasya.

Ayvacı, H. Ş. & Bebek, G. (2019). Türkiye’de üstün zekâlılar ve özel yetenekliler konusunda yürütülmüş tezlerin tematik incelenmesine yönelik bir çalışma. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45, 267-292.

Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretmenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: Ceren Yayın Dağıtım.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayınları.

Baki, A., Kosa, T., & Güven, B. (2011). A comparative study of effects of using dynamic geometry software and physical manipulatives on spatial visualization skills of pre-service mathematics teachers. *British Journal of Educational Technology*, 42(2), 291-310.

Baki, A., Yıldız, A., & Baltacı, S. (2012). Mathematical thinking skills shown by gifted students while solving problems in a computer-aided environment. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies, Special Issue*, 993-995.

Baltacı, S. (2014). *Dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Baltacı, S. , Yıldız, A. , Kıymaz, Y. & AYTEKİN, C. (2016). Üstün Yetenekli Öğrencilere Yönelik Geogebra Destekli Etkinlik Hazırlamak İçin Yürütülen Tasarım Tabanlı Araştırma Sürecinden Yansımalar. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(39), 70-90.

Başkale, H. (2016). Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23-28.

Batdal, G. (2010). Ustun Yetenekli Öğrenciler İçin Uygulanan Farklılaştırılmış Matematik Eğitim Programları. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(1), 1-12.

Battal-Karaduman, G. (2012). *İlköğretim 5. sınıf üstün yetenekli öğrenciler için farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcı düşünme, uzamsal yetenek düzeyi ve erişkiye etkisi*, Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Barbosa, A. (2011). *Patterning problems: Sixth graders' ability to generalize*. Paper presented at the 7<sup>th</sup> Congress of the European Society for Research in Mathematics Education conference, Rzeszow, Poland.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. Sınıflar* (1. Baskı), Ankara: Pegem Akademi

Baykul, Y., Sulak, H., Doğan, A., Doğan, M., Yazıcı, E., Sulak, S., & Kurnaz, A. (2010). *Problem Çözme Stratejileri*. Konya: Şelale Matbaası.

Bay-Williams, J. M. (2001). Principles and Standards: What is Algebra in Elementary School. *Teaching children mathematics*, 8(4), 196-200.

Becker, J.R., & Rivera, F. (2006). Sixth Graders' Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A.(Eds). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico.

Bell, A.W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7(1), 23-40.

Bell, A. (1996). *Algebraic thought and the role of a manipulable symbolic language*. In N. Berdnarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*, (pp. 151-154). Springer: Dordrecht.

Berkseth, H. A. (2013). *The effectiveness of manipulatives in the elementary school classroom*. Digital Commons @WayneState. (23 Ekim 2020'de <https://digitalcommons.wayne.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1010&context=honor>

stheses adresinden erişilmiştir.)

Björklund, C. (2014) Less is More – Mathematical manipulatives in early childhood education. *Early Child Development and Care*, 184(3), 469-485.

Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using manipulatives to teach elementary mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies*, 3, 1-6.

Bohan, H. J. & Shawaker, P. B. (1994). Using manipulatives effectively: A drive down rounding road. *Arithmetic Teacher*, 41(5), 246–249.

Boran, M. (2016). *Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerin algılanan problem çözme becerilerinin üstbilişsel farkındalıkları ve eleştirel düşünme eğilimleri açısından incelenmesi*, Yüksek lisans tezi, Mersin Üniversitesi, Mersin.

Budak, İ. (2007). *Matematikte üstün yetenekli öğrencileri belirlemede bir model*. Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Bukova, E. & Alkan, H. (2003), Matematik Öğretiminde Öğrencilerin Matematiksel Gücünün Gelişimine Yönelme, 12. *Eğitim Bilimleri Kongresi*, Gazi Üniversitesi, 15-18 Ekim 2003, Ankara.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380 – 400.

Carraher, W., Martinez, V., & Schliemann, D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM Mathematics Education*, 40, 3-22.

Chang, L. L. (1985). Who are the mathematically gifted elementary school children? *Roeper Review*, 8(2), 76-79.

Clements, D. H. & McMillen, S. (1996). Rethinking concrete manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 85(2), 270–279.

Corsi, L. (2014). *The Use of Concrete Manipulatives In Third Grade Special Education and Student Achievement*. Master Thesis, State University of New York.

Creswell, J. W. (2013). *Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*, (Bütün, M. Çev. Ed.), Ankara: Siyasal Kitabevi.

Cutts, N. E. & Moseley, N. (2004) *Üstün Yetenekli ve Yetenekli Çocukları Eğitimi*, (Ersevimi, İ. Çev. Ed.) İstanbul: Özgür Yayınları.

Çakıroğlu, E. & Tuncay, B. (2007). Turkish pre-service teachers' views about manipulative use in mathematics teaching: The role of field experience and methods course. *In The Enterprise of Education* (pp. 275–289).

Çelebi, Ö. (2013). *Matematik problemlerinin çözümünde genellemeler yapmanın ve genellemelerin sınırlılıklarını irdelemenin problem çözme becerisi üzerindeki etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

Çetin, H., Aydın, S., & Yazar, M. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Manipülatif Kullanımına İlişkin Tutumlarının ve İhtiyaçlarının İncelenmesi. *OPUS International Journal of Society Researches*, 10 (17) , 1179-1200

Davis, G. & Rimm, S. (2004). *Education of the gifted and talented (5<sup>th</sup> ed.)*. Needham Heights, MA: Allyn ve Bacon.

Davydov, V. (1990). Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula. In J. Kilpatrick (Ed.) and J. Teller (Trans.), *Soviet Studies in Mathematics Education: Vol. 2*, NCTM.

Davashgil, Ü. (2004). *Milli Eğitim Bakanlığı Özel Eğitim ve Rehberlik Dairesi Başkanlığı. Üstün Yetenekli Çocuklar ve Eğitimleri. Ön Rapor*. Ankara.

Demircioğlu, H. & Tuncay, A. (2020). Genelleme Sürecinin Çember ve Noktalar Problemi Bağlamında İncelenmesi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (8), 244-258.

Deniz, Ö. (2009). *İlköğretim 7. Sınıf Geometri Öğretiminde Dinamik Geometri Yazılımlarının Öğrencilerin Erişi Düzeylerine Etkisi ve Öğrenci Görüşlerinin Değerlendirilmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Dinamit, D. (2020). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel ispat yapma süreçlerinin incelenmesi*, Yüksek lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

Doruk, M., Öztürk, M., & Kaplan, A. (2016). Ortaokul öğrencilerinin matematiğe yönelik öz-yeterlik algılarının belirlenmesi: Kaygı ve tutum faktörleri. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 283-302.

Dreyfus, T. (1991). *On the status of visual reasoning in mathematics and*

*mathematics education*. In F. Furinghetti (Ed.), Proceedings of the 15<sup>th</sup> PME International Conference Vol. 1 (pp. 33–48). Assisi: PME.

Durmuş, S. & Karakırık, E. (2006). Matematik Eğitiminde Sanal Manipülatifler: Teorik Bir Çerçeve, *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 5(1), 117-123.

Dumitraşcu, G. G. (2015). *Generalization: Developing mathematical practices in elementary school*. Doctoral Dissertation. Arizona: University of Arizona

Edwards, J. A. & Jones, K. (2006). Linking geometry and algebra with GeoGebra. *Mathematics Teaching*, 194, 28-30.

El-Demerdash, M. (2010). *The effectiveness of an enrichment program using dynamic geometry software in developing mathematically gifted students' geometric creativity in high schools*, Doctoral dissertation, University of Education Schwäbisch Gmünd, Germany.

Ellis, A. B. (2007a). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 194-229.

Ellis, A. B. (2007b). A taxonomy for categorizing generalizations: generalizing actions and reflection generalizations. *The Journal of The Learning Sciences*, 16(2), 221-262.

Emre-Akdoğan, E. & Yazgan-Sağ, G. (2018). Lise Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğretmenlik Deneyimleri: Teoriden Uygulamaya Geçiş, *Kastamonu Education Journal*, 26(1), 93-99.

Erdener, K. & Gür, H. (2019). Öğrencilerin Ortaokul Matematik Derslerinde Dinamik Yazılım Geometer's Sketchpad'i Kullanmaya Yönelik Görüşleri, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 21(1), 364-377.

Erdoğan, S., Parpucu, N., & Boz., M. (2017). Sayı ve İşlemlerle İlgili Eğitim Materyallerinin Okul Öncesi Dönem Çocuklarının Matematik Becerisine Etkisi. *İlköğretim Online*, 16(4), 1777-1791.

Fennema, E. (1997). Models and mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 19( 8), 635-640.

Freiman, V. (2003). *Identification and fostering of mathematically gifted children at the elementary school*. Master Thesis, Concordia University, Canada.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education (Eight Edition)*. New York: McGraw-Hill.

Garcia-Cruz, J. A. & Martinon, A. (1998). *Levels of generalizations in linear patterns*. Paper presented at the Proceeding of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (2), (pp. 329-336). University of Stellenbosch, South Africa.

Genç, G. & Öksüz, C. (2016). Dinamik Matematik Yazılımı ile 5. Sınıf Çokgenler ve Dörtgenler Konularının Öğretilmesi, *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1551-1556.

Gökce, R. & Yeşildere-İmre, S. (2017). Cebirsel Genelleme Yapmayı Destekleyen Etkinliklerin 7. Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Yapma Becerilerini Şekillendirmedeki Rolü, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 16(1), 194-215.

Göl, R. (2017). *12. Sınıf Fen Lisesi Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Becerilerinin Özelleştirme, Tahmin, İspat ve Genelleme Basamakları Bağlamında İncelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Uşak.

Göl, R. & Duru, A. (2016). Lise Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçlerinin İncelenmesi. *Yaşam Boyu Eğitim Dünya Kongresi (WCLE-2016)*, Porto Bello Hotel Resort & SPA, Antalya.

Guilford, J. P. (1956). The structure of intellect. *Psychological Bulletin*, 53, 267-293.

Güçin, G. & Oruç, Ş. (2015). Türkiye’de üstün yetenekliler ve üstün zekâlılar alanında yapılmış akademik çalışmaların çeşitli değişkenler açısından değerlendirilmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), 113-135.

Günhan, B. & Açan, H., (2016), Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımının Geometri Başarısına Etkisi: Bir Meta-Analiz Çalışması, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* 7(1), 1-23.

Gürel, R. (2011). *İlköğretim ikinci kademedeki okuyan üstün yetenekli olan ve olmayan öğrencilerin matematik kaygı düzeyleri ve bunların kaynakları*, Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Gürsoy, K., Yıldız, C., Çekmez, E., & Güven, B. (2009, 7-9 October). *The*

*effect of cabri 3d software to the perception errors occuring with depiction of three dimensional geometric figures to two dimensional plane.* 3<sup>rd</sup> International Computer & Instructional Technologies Symposium, Karadeniz Technical University, Trabzon.

Güven, B., Çelik, D., & Karataş, İ. (2005). Ortaöğretimdeki çocukların matematiksel ispat yapabilme durumlarının incelenmesi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 30, 319.

Güzel, E. & Çelik, A. (2016), Bir Matematik Öğretmenin Ders İmecesini Boyunca Öğrencilerin Düşüncelerini Ortaya Çıkaracak Soru Sorma Yaklaşımları, *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(2), 365-392.

Hacısalihoglu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., & Akpınar, A. (2003). *Matematik öğretimi: İlköğretim 1-5*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Harel, G. & Tall, D. (1991). The general, the abstract and the generic in advanced mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 38-42.

Heddens, J. W. (1997). *Improving mathematics teaching by using manipulatives.* <http://www.fed.cuhk.edu.hk/~fllee/edumath/9706/13hedden.html> adresinden 23 Mayıs 2021'de erişilmiştir.

Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27, (3), 126-131.

Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and its Applications*, Volume 7.

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2011). *Geogebra resmi kullanım kılavuzu* (M. Doğan ve E. Karakırık, Çev.) Ankara: Nobel.

Horzum, M. B. (2010). Öğretmenlerin Web 2.0 araçlarından haberdarlığı, kullanım sıklıkları ve amaçlarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi, *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi*, 7(1), 603-634.

Hynes, M. C. (1986). Selection criteria. *Arithmetic Teacher*, 33(6), 11-13.

Işık, A., Çiltaş, A., & Bekdemir, M. (2008). Matematik Eğitiminin Gerekliliği ve Önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 174-184.

Işık, A. & Konyalıoğlu, A.C. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 462-471.

İnanır, Ş. N. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*, Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

İncekara, S. (2013). How do undergraduate geography students rate their map skills? Theory and practice. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(1), 177-188.

Kalkan, Ç. & Eroğlu, S. (2017). Destek Eğitim Odalarında Üstün/Özel Yetenekli Öğrenciler için STEM Materyallerine Dayalı Örnek Etkinliklerin Tasarlanması. *Journal of Gifted Education and Creativity*, 4(2) , 36-46.

Kanlı, E. (2021). *Özel Yetenekli Bireylerin Yetenekleri ve Eğitimi*, MEB Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü Özel Yetenek ve Bilsenler Kitabı, Ankara.

Kapur, J. N. (1976). Proposal for a course on the nature of mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Educational in Science and Technology*, 7(3), 287-296.

Kaput, J. J. (2008). *What is algebra? What is algebraic reasoning?* Algebra in the early grades (pp. 5-18). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Karabey, B. (2010). *İlköğretimdeki üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı problem çözmeye yönelik erişimi düzeylerinin ve kritik düşünme becerilerinin belirlenmesi*, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Karaduman, G. B. (2010). Üstün yetenekli öğrenciler için uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programları. *HAYEF Journal of Education*, 7(1), 1-12.

Karataş, Y. D. (2013). *Farklılaştırılmış matematik öğretiminin üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde erişime, yaratıcılığa, tutuma ve akademik benliğe etkisi*, Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Kaya, D. (2021). Türkiye’de Matematik Eğitimi Alanında Üstün Zekalılar ve Özel Yetenekliler Konusunda Yürütülmüş Tezlerin Tematik ve Yöntemsel Eğilimleri. *Uluslararası Bilim ve Eğitim Dergisi*, 4(3), 157-178.

Kelly, A. C. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance-based analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184–193.

Koçak, S. S. (2020). *Üstün yetenekli çocukların sosyal duygusal gelişimlerine yönelik geliştirilen psiko-eğitim programının etkisi*, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Kokol-Voljc, V. (2007). Use of mathematical software in pre-service teacher training: The case of DGS. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 55-60.

Kontaş, H. (2016). Effect Of Manipulatives on Mathematic Achievement and Attitudes Secondary School Students. *Journal of Education and Learning*, 5(3), 10-20.

Kök, B. (2012). *Üstün zekâlı ve yetenekli öğrencilerde farklılaştırılmış geometri öğretiminin yaratıcılığa, uzamsal yeteneğe ve başarıya etkisi*, Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Krutetskii, V. A. (1969). *An investigation of mathematical abilities in school children*. In J. Kilpatrick & I. Wirszup's (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol. 2, pp. 5– 57). Chicago, IL: University of Chicago Press.

Krutetski, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. Chicago: University of Chicago Press.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231–258.

Larbi, E., & Mavis, O. (2016). The Use of Manipulatives in Mathematics Education. *Journal of Education and Practice*, 7(36).

Lee, L. & Wheeler, D. (1987). *Algebraic thinking in high school students: their conceptions of generalisation and justification*, Research report, Concordia University, Montreal.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. *Creativity in mathematics and the education of gifted students*, 129-145.

Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2000). *On equivalent and non-equivalent definitions: Part 2. For the learning of mathematics*. 20(2), 24-29.

Leikin, R., Koichu, B., & Berman, A. (2009). Mathematical giftedness as a quality of problem-solving acts. *Creativity in mathematics and the education of gifted students*, 8, 115-127.

Liggett, R. S. (2017). The Impact of Use of Manipulatives on the Math Scores of Grade 2 Students. *Brock Education Journal*, 26 (2), 87-101.

Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Lobato, J. (2003). How design experiments can inform a rethinking of transfer and vice versa. *Educational Researcher*, 32(1), 17-20.

Maker, C. J., Nielson, A. B., & Rogers, J. A. (1994). Multiple intelligences: Giftedness, diversity, and problem-solving. *Teaching Exceptional Children*, 27(1), 4.

Manches, A. & O'Malley, C. (2016). The Effects of Physical Manipulatives on Children's Numerical Strategies *Cognition and Instruction*, 34(1), 27-50.

Marland, S. P. (1971). *Education of the gifted and talented*, Volume 1: Report to the congress of the United States by the U.S. Commissioner of Education. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.

Mason, J. (1996). *Expressing generality and roots of algebra*. In N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (Eds), *Approaches to Algebra*, Kluwer: Dordrecht.

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all, *Mathematics Education Research Journal*. 21(2), 10-32.

MEB. (2017). *Bilim ve Sanat Merkezleri öğrenci tanılama kılavuzu 2017-2018*. MEB, Ankara.

MEB (2021). *Özel Yetenek ve BİLSEM'ler*. Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Ankara.

Merriam S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (S.Turan, Çeviri Ed.) Ankara: Nobel.

Merrill, M. D. (1983). Component Display Theory, In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional design theories and models: An overview of their current status* (pp. 279-330). Routledge: NY.

Milgram, R. M. (ed.). (1991). *Counseling gifted and talented children: A guide*

*for teachers, counselors, and parents.* Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Miller, R. C. (1990). Discovering mathematical talent. ERIC Digest E482. Reston, VA: The ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education, Office of Educational Research and Improvement, Washington, D.C.

Mitchelmore, M. (2002). *The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge.* Paper presented at the Proceeding of The East Asia Regional Conference on Mathematics Education (2 nd) and The Southeast Asian Conference on Mathematics Education (9 th, Singapore, May, pp.27–31).

Moch, P. L. (2002) Manipulatives Work!. *The Educational Forum*, 66(1), 81-87.

Moyer, P. (2001). *Making mathematics culturally relevant.* Mathematics Teaching, 176, 3-5.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 175-197.

Moyer-Packenham, P.S., Salkind, G., & Bolyard, J.J. (2008). Virtual Manipulatives Used By K-8 Teachers for Mathematics Instruction: Considering Mathematical, Cognitive, and Pedagogical Fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(3), 1-17.

Mutluoğlu, A. & Erdoğan, A. (2017). Ortaokul 6. Sınıf matematik dersi için bir sanal manipülatif takımının geliştirilmesi. *II. International Academic Reseach Congress*, 19-22 Ekim, Antalya.

Nacar, S. (2015). *2005-2014 yılları arasında üstün yeteneklilerin matematik eğitimi üzerine yapılan çalışmalar*, Yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.

Oflaz, G. (2017), *Öğrencilerin Genelleme Süreçlerine İlişkin Düşünme ve Anlama Yollarının Belirlenmesi: DNR Tabanlı Bir Öğretim Deneyi*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Ojese, B., Sexton (2009). The Effect of Manipulative Materials on Mathematics Achievement of First Grade Students. *The Mathematics Educator* 2009, 12( 1), 3-14.

Ojese, B. (2009). The Effect of Manipulative Materials on Mathematics

Achievement of First Grade Students. *The Mathematics Educator* 2009, 12( 1), 3-14.

Olive, J. (2002). *Implications of using dynamic geometry technology for teaching and learning*. In: M. Saraiva, J. Matos, I. Coelho, (Eds.) *Ensino e Aprendizagem de Geometria*. Lisbon: SPCE.

Özbay, Y. & Palancı, M. (2013). Üstün Yetenekli Çocuk ve Ergenlerin Psikososyal Özellikleri. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 0 (22) , 89-108.

Özçelik, T. (2017). *Üstün yetenekli öğrencilere yönelik geliştirilen farklılaştırılmış matematik dersi öğretim programının etkililiği*, Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Özlem, D. (2003). *Bilim Felsefeleri Ders Notları*, İstanbul: İnkılap Yayınevi

Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2014). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik kavramına yönelik algılarının incelenmesi. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 2(2), 49-57.

Özyaprak, M. (2012). *Üstün zekâlı ve yetenekli 5.sınıf öğrencilerine yönelik farklılaştırılmış yaratıcılık programı*. Doktora tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

Özyaprak, M., & Davaslıgil, Ü. (2015). Üstün zekâlı ve yetenekliler için farklılaştırılmış matematik programının matematik tutumuna etkisi. *Üstün Yetenekliler Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 26-47.

Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.

Pesen, C.(2008). *Yapılandırmacı yaklaşıma göre matematik öğretimi*. (4. Baskı). Ankara: Sempati yayınları.

Pitta-Pantazi, Demetra & Christou, Constantinos & Kontoyianni, Katerina & Kattou, Maria. (2011). A Model of Mathematical Giftedness: Integrating Natural, Creative, and Mathematical Abilities. *Canadian Journal of Science. Mathematics and Technology Education*. 39-54.

Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics: Volume I of mathematics and plausible reasoning*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Radford, L. (1996). *Some reflections on teaching algebra through*

*generalization. Approaches to algebra* (pp. 107–111). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning*, 5(1), 37-70.

Radford, L. & Peirce, C. S. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In *Proceedings of the 28<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, North American chapter (Vol. 1, pp. 2-21).

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. In P. Brosnan, D. B. Erchickk, & L. Flevaris (Eds.). *32<sup>nd</sup> annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 37–62, Columbus: PME-NA.

Reece, I. & Walker, S. (1997). *Teaching, training and learning: A practical guide*. Sunderland: Business Education Publishers.

Renzulli, J. S. (1977). The enrichment triad model: A plan for developing defensible programs for the gifted and talented. *Gifted Child Quarterly*, 21(2), 227-233.

Renzulli, J. S. (2003). The Three-Ring Conception of Giftedness: Its Implications for Understanding the Nature of Innovation. In L. V. Shavinina (Ed.), *The International Handbook on Innovation* (pp. 79–96). Elsevier Science.

Rivera, N. (2013). *Cooperative Learning in a Community College Setting: Developmental Coursework in Mathematics*. Arizona: Arizona State University.

Ross, C. (2008). *The effect of mathematical manipulative materials on third grade students' participation, engagement, and academic performance*. Master Thesis, University of Central Florida.

Ross, R., & Kurtz, R. (1993). Making manipulatives work: A strategy for success. *Arithmetic Teacher*, 40(5), 254–257.

Sak, U., Ayas, M. B., Sezerel, B. B., Öpengin, E., Özdemir, N. N., & Gürbüz, S.D. (2015). Türkiye'de Üstün Yeteneklilerin Eğitiminin Elestirel Bir Değerlendirmesi, *Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi*, 5(2), 110-132.

Sarama, J. & Clements D. H., (2009). "Concrete" Computer Manipulatives in Mathematics Education. *Child Development Perspectives* 3(3), s. 145–150.

Schmittau, J. (2003a): Cultural historical theory and mathematics education. In: A. Kozulin, B. Gindis, S. Miller, & V. Ageyev (Eds.), *Vygotsky's educational theory in cultural context*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 225-245.

Seeley, K. (2003). *High Risk Gifted Learners, the Handbook of Gifted Education* (3rd ed.), N. Colangelo ve G. Davis (Eds.), Allyn & Bacon, Boston.

Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics. Expanded American Edition*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.

Smutny, J.F., Walker, S.Y., & Meckstroth, E.A. (1997). *Teaching young gifted children in the regular classroom: Identifying, nurturing, and challenging ages. 4-9*. Minneapolis, MN: Free Spirit.

Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), 498-505.

Sowell, E. J., Zeigler, A. J., Bergwell, L., & Cartwright, R. M. (1990). Identification and description of mathematically gifted students: A review of empirical research. *Gifted Child Quarterly*, 34, 147-154.

Sriraman, B. (2004). The Characteristics of Mathematical Creativity. *Mathematics Educator*, 14(1), 19-34.

Stacey, K., Burton, L. & Mason, J. (1985). *Thinking mathematically*. England: Addison-Wesley Publishers.

Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001). *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(6), 356-359.

Sternberg, R. J. (2003). *Wisdom, intelligence, and creativity synthesized*. Cambridge University Press.

Strevens, M. (2006). *Scientific explanation*. M. Borchert (Ed.), Encyclopedia of Philosophy, (2nd Ed.). Macmillan Reference USA, Detroit.

Suydam, M. N. & Higgins, J. L. (1977). Activity-Based learning in elementary

school mathematics: Recommendations from research. *ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, Columbus, Ohio.*

Swan, P. & Marshall, L. (2010). Revisiting Mathematics Manipulative Materials. *Australian Primary Mathematics Classroom, 15*, 13-19

Swars, S. L. (2005). Examining perceptions of mathematics teaching effectiveness among elementary preservice teachers with differing levels of mathematics teacher efficacy. *Journal of Instructional Psychology, 32* (2), 139-147.

Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (2006). Encouraging mathematical thinking that has both power and simplicity, *Plenary at the APEC–Tsukuba International Conference, December 3–7, 2006, at the JICA Institute for International Cooperation.*

Tanışlı, D. & Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim, 36* (160), 184-198.

Tanışlı, D., Ayber, G., & Karakuzu, B. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Ders Tasarımlarının Öğretime Entegrasyonu, *Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 8*(2), 514-567.

Taş, S. (2016). *Geometrik cisimler konusunun öğretiminde Geogebra kullanımının akademik başarıya etkisi*. Yüksek Lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Taş, N. (2018). *Farklılaştırılmış bilgisayar destekli matematik etkinliklerinin üstün yeteneklilerin bilgi işlemsel düşünme öz-yeterlikleri ve matematiğe yönelik tutuma etkisi*, Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Taşkın, D. (2016). *Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının incelenmesi: Bir özel durum çalışması*, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Terman, L. (1926). *Mental and physical traits of a thousand gifted children. Genetic studies of genius, Vols. 1 and 2*. New Jersey: Stanford: Stanford University Press

Thompson, H. (2007). *İletişim ve olarak temsil Elementler içinde Matematiksel Okuryazarlık. Üç Aylık Okuma ve Yazma*. 23,179-296.

Toston, A. (2017). *Effects Of Manipulatives In Kindergarten Mathematics*. Master Thesis, California State University Channel Islands.

Tuncay H. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.

Türk, T. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programının üstün yetenekli öğrencilerin eğitimi açısından öğretmen ve öğrenci görüşlerine göre değerlendirilmesi*, Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Uttal, D. H. & Scudder, K. V. (1997). Manipulatives as Symbols: A New Perspective on the Use of Concrete Objects to Teach Mathematics. *Journal Of Applied Developmental Psychology*, 18, 37-54.

Uzun, N. Topan, B. Demir, A., & Çelik D. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi, *Ondokuzmayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(1), 266-282.

Ünsal, H. (2018). Ters Yüz Öğrenme ve Bazı Uygulama Modelleri, *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 39-50.

Van Boxtel, H. W., & Mönks, F. J. (1992). General, social, and academic self-concepts of gifted adolescents. *Journal of youth and adolescence*, 21(2), 169-186.

Varhol, A., Drageset, O. G., & Hansen, M. N. (2021). Discovering key interactions. How student interactions relate to progress in mathematical generalization. *Mathematics Education Research Journal*, 33(2), 365-382.

Yaman, H. & Şahin, T. (2014). Somut ve Sanal Manipülatif Destekli Geometri Öğretiminin 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Yapıları İnşa Etme ve Çizmedeki Başarılarına Etkisi, *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 14(1), 202-220.

Yasemin, K., Bayrak, R., Konyalıoğlu, A. C., & Kaplan, A. (2016). Fen eğitiminde kavram yanılgıları, grafikler ve matematik öğretimi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(1), 89-94.

Yazgan Sağ, G. (2019). Matematikte Üstün Yetenekliliğe Teorik Bir Bakış . *Milli Eğitim Dergisi*, 48(221), 159-174 .

Yenilmez, K. & Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının

öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 15(9), 229-246.

Yerushalmy, M. & Schwartz, J. L. (1993). Seizing the Opportunity to make Algebra Mathematically and Pedagogically Interesting. In Romberg, T. A., Fennema, E., & Carpenter, T. P. (Eds.), *Integrating Research on the Graphical Representation of Functions* (pp. 41-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H. & Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Middle School Students' Mathematical Generalization Abilities with the use of Different Representations. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 8 (1), 103-129.

Yıldırım, C. (1998). *Matematiksel düşünme*. Ankara: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (8. baskı)*. Ankara: Seçkin Yayınevi.

Yıldız, C., Güven, B., & Koparan, T. (2010). Use of Cabri 2d software in drawing height, perpendicular bisector and diagonal. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2, 2040-2045.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y., & Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(1), 123-143.

Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel Soyutlama ve Genelleme Süreçlerinde Görselleştirme ve Rolü*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Yılmaz, R. & Argün, Z. (2013), Matematiksel Genelleme Sürecinde Görselleştirme ve Önemi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education)* 28(2), 564-576.

Yılmaz, Z. (2011). *Toward an understanding of students' strategies on reallocation and covariation items: In relation to an equipartitioning learning trajectory*, Master's Thesis. North Carolina State University, Raleigh, NC.

Yağar, F. & Dökme S. (2018), Niteliksel Araştırmaların Planlanması: Araştırma Soruları, Örneklem Seçimi, Geçerlik ve Güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi* 3(3), 1-9.

Yüce, M. (2017). *Lise öğrencilerinin matematik dersi kapsamında örnek üretme becerileri*. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

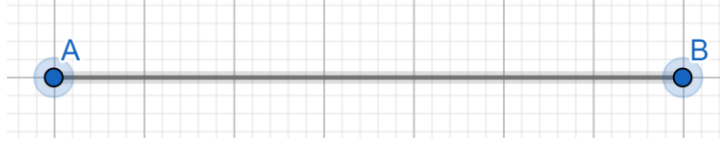
Zazkis, R., Liljedahl, P., & Chernoff, E. J. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *ZDM Mathematics Education*, 40(1), 131–141.

## EKLER

### EK 1 Görüşme Soruları

S.1. Aşağıda verilen doğru parçası/çubuk manipülatifi hangi noktada dengede kalır? Neden?

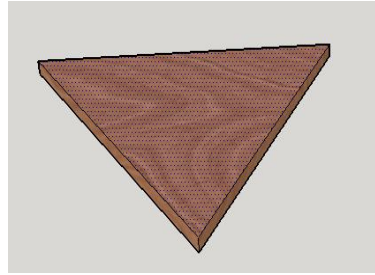
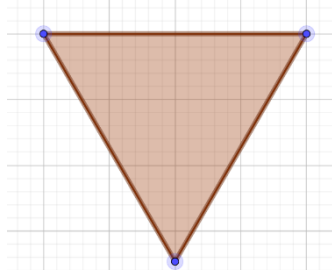
(Herhangi bir çizim ya da ölçme aracı kullanabilirsiniz...)



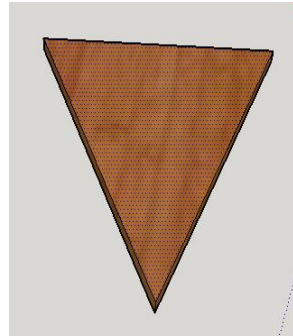
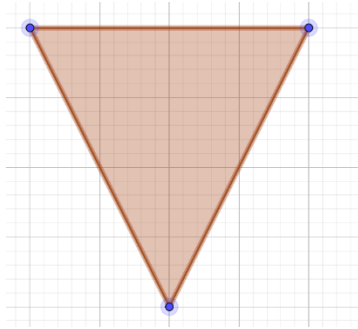
S.2. Aşağıda verilen üçgenel bölgelerin;

Kâğıt üzerinde incelenerek/GeoGebra Programında çizim yapılarak/materyal kullanılarak dengede kalacağı noktaları nasıl belirlersiniz?

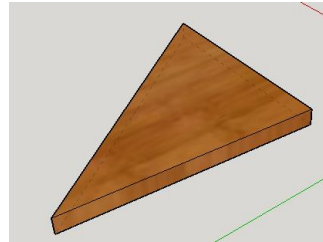
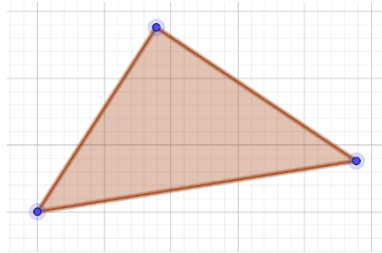
A)



B)



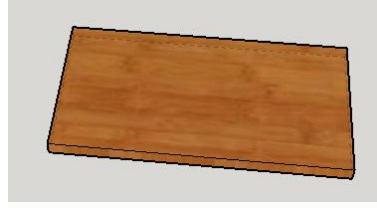
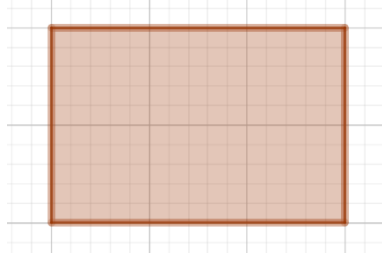
C)



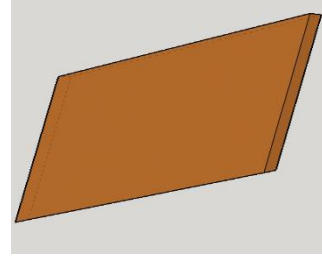
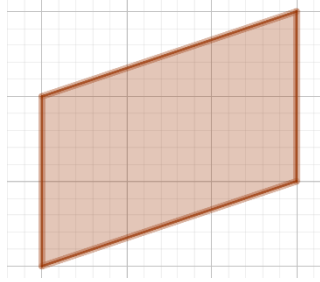
S.3. Aşağıda verilen dörtgenel bölgelerin;

**Kâğıt üzerinde incelenerek/GeoGebra Programında çizim yapılarak/materyal kullanılarak dengede kalacağı noktaları nasıl belirlersiniz?**

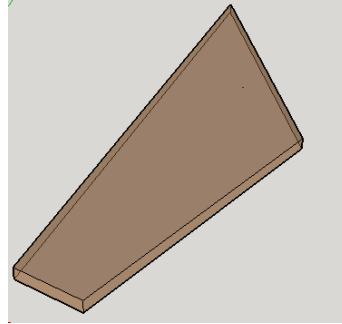
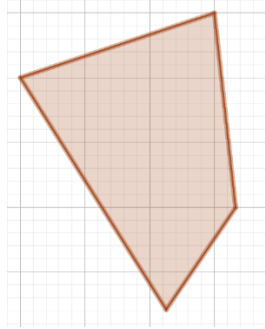
A)



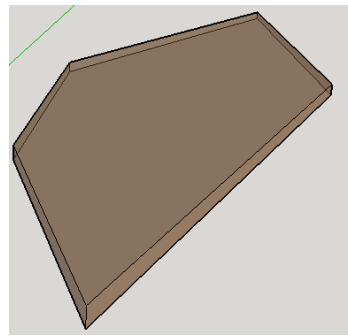
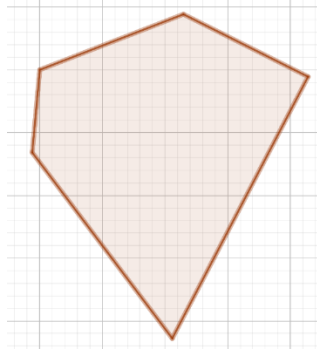
B)



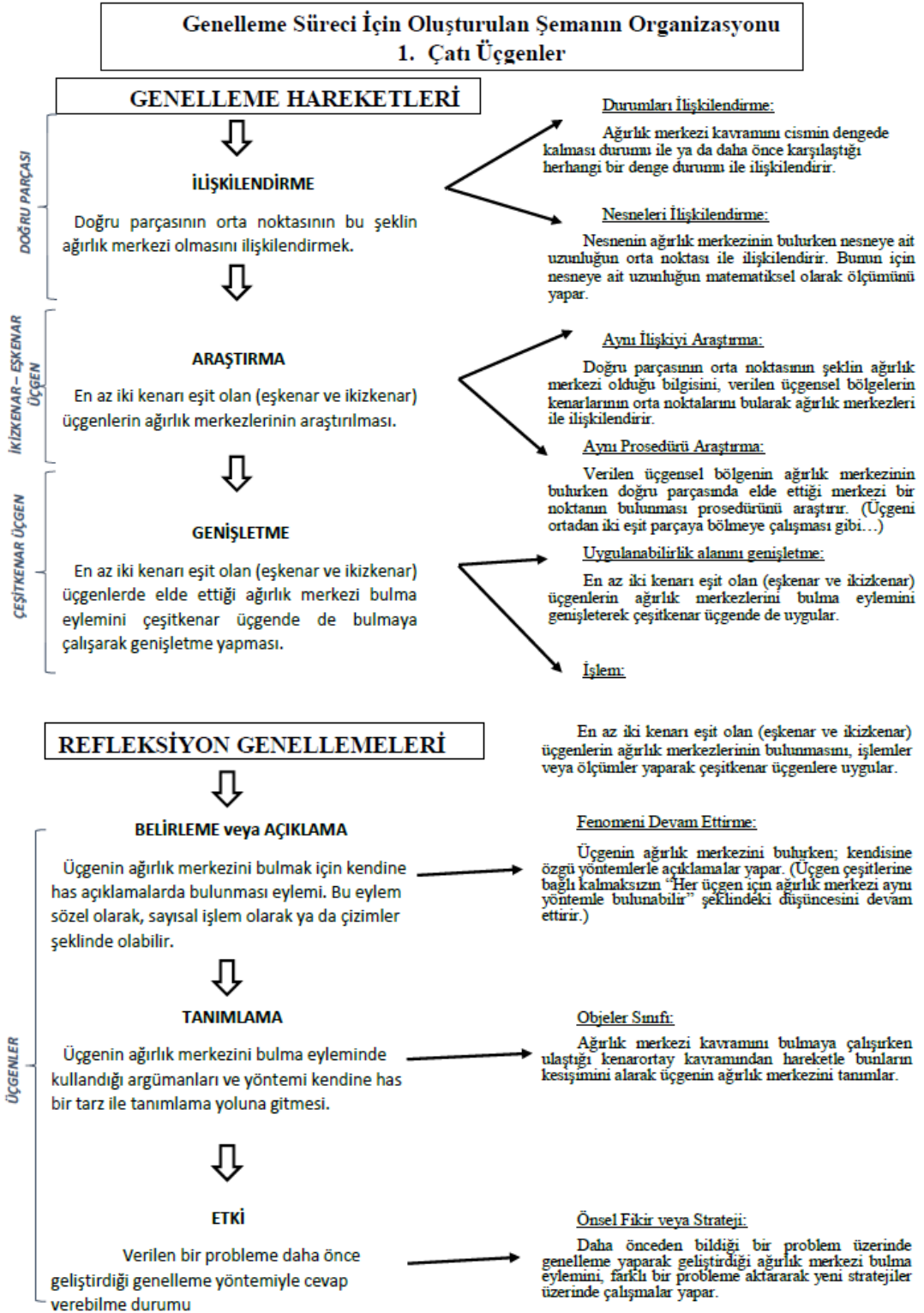
C)



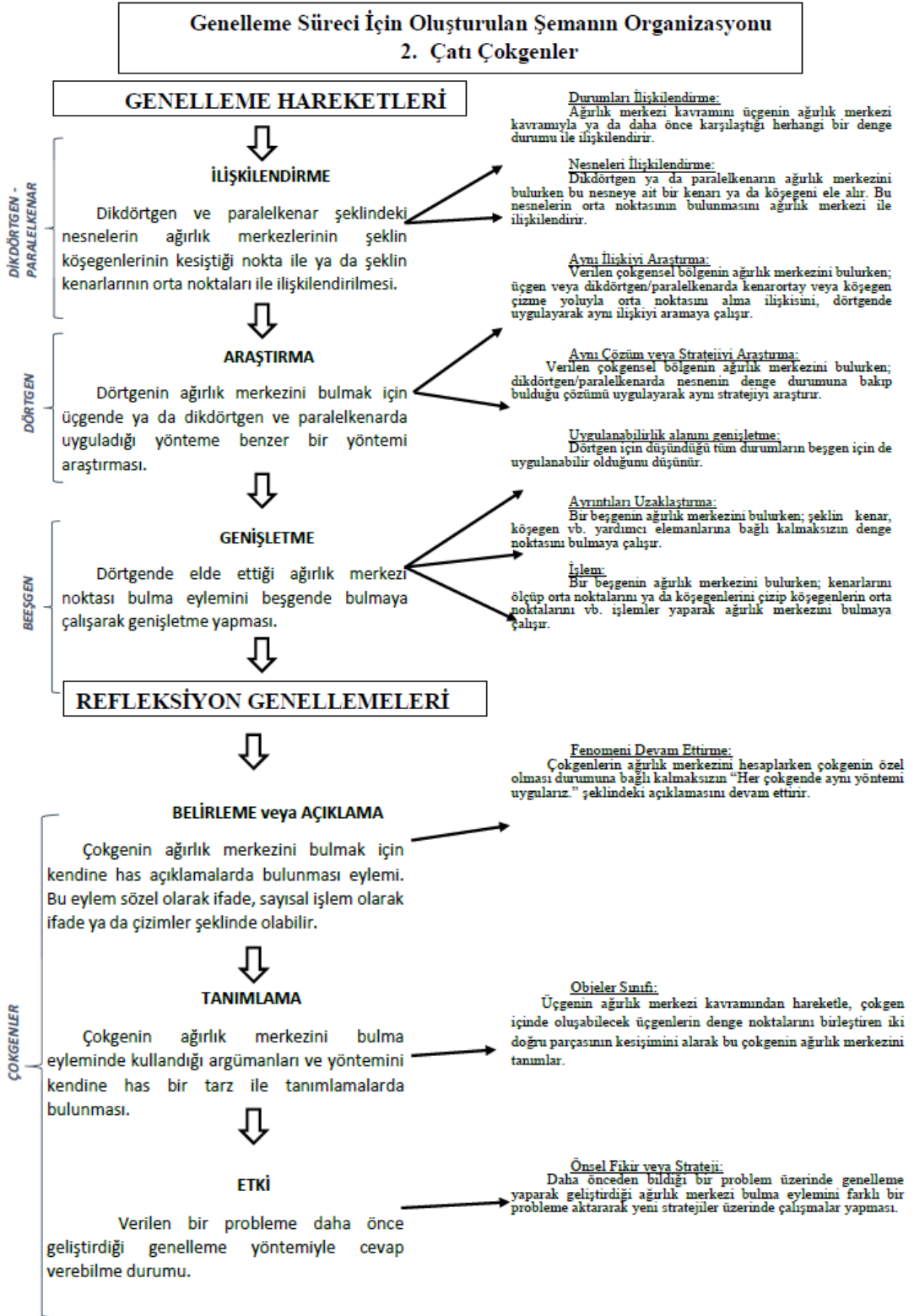
**S.4. Aşağıda verilen beşgensel bölgenin kâğıt üzerinde incelenerek/GeoGebra Programında çizim yapılarak/materyal kullanılarak dengede kalacağı noktayı nasıl belirlersiniz?**



## EK 2 Genelleme Süreci 1. Aşama İçin Oluşturulan Şemanın Organizasyonu



## EK 3 Genelleme Süreci 2. Aşama İçin Oluşturulan Şemanın Organizasyonu



6. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU (1. AŞAMA)				
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA	
...denge noktası, orada bir şey durdurursam onun üstünde kesinlikle denge olacaktır. Denge kalacaktır... (A.Y) ...tam ortasından asarsak dengede kalır... (A.N)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ	
...özetle bir şeyin ortasını bulabilmek için önce uzunluğunu ölçmek gerekir, sonra da onu yarıya bölmek gerekir... (A.Y) ...buranın tam ortasına gelmesi lazım... (A.Y) ...o zaman bu kenarların ortalarına göre yapacağız... (A.Y) ...tam ortasından asarsak dengede kalır... (A.Y) ...aynı şekilde tam ortasından asarsak dengede kalır... (A.N)	Nesneleri İlişkilendirme			
...ortası için bu şekli ikiye böleceğim... (A.N) ...çünkü bu şekil eşkenar üçgendir ve ortadan ikiye katladığımızda oluşan katlama izi ortasından çizilen uzunluktur... (A.N) ...biraz daha uzun bir şekil olacağı için denge noktasının biraz aşağı kayacağını düşünüyorum, simetrik olması lazım... (A.N) ...yani aynı şekilde tam ortadan bölen çizgi çizeriz ki, iki tarafı da eşit olmalı. Üçgenin tam ortası çizdiğimiz doğru parçasının üzerinde olmalı... (A.N)	Aynı Prosedürü Araştırma	ARAŞTIRMA		
...köşeden tam ortasını çizmemiz lazım... (A.Y) ...buranın tam ortasına gelmesi lazım... (A.Y) ...o zaman bu kenarların ortalarına göre yapacağız... (A.Y) ...eşkenar üçgen olduğu için her kenarı eşit, o yüzden tam ortasını ölçerek bulabiliyorum... (A.N) ...köşeden çizdiğim uzunluğun karşısındaki kenarla birleştiği yer tam ortası olacaktır... (A.N) ...cevabın yanlış çıkmasının sebebinin çizdiğim uzunlukların tam ortasından geçmemiş olabileceğinden kaynaklı olduğunu düşünüyorum... (A.N)	Aynı İlişkiyi Araştırma			
...çeşitkenar üçgende aynı eşkenar üçgen gibi kenarlarını ölçüp noktaları koyacağız... (A.Y) ...eşkenar üçgenin her tarafı düzgün bir şekildi. O yüzden simetrik çizgi çizerek cevabı bulduk. İkizkenar üçgende de simetrik çizgi vardı. Ama bu üçgenin tüm kenarları farklı uzunlukta, o yüzden kenarların orta noktalarını bularak çizgiler çizeceğiz... (A.N)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME		
...köşelere doğru çizerek 0'dan 25'e, 12,5 olur... (A.Y) ...diğer taraf 28 iken 14 olur... (A.Y)	İşlem			
...evet bütün üçgenlerde yaptığımız yöntem aynı... (A.Y) ...bütün üçgenlerde hepsinin kenar uzunluklarını bulup onları ikiye bölüp karşılarındaki köşelerden çizgiler çizerek birleştiririm... (A.N)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA		REFLEKSİYON GENELLEMELERİ
...üçgenlerde kenarları ölçüp ortalarına nokta koyup noktaları köşelere doğru çizeceğiz... (A.Y) ...üçgenin bir köşesinden kenarortay çizerim. Her köşeye bunu yaparım ve son keşiştiği yerde bulurum... (A.N)	Objeler Smfı	TANIMLAMA		
...operatörün elindeki şey bir üçgen olduğu için önce kenarlarına bakmamız gerekir. Sonra onları ölçerek ortalarından köşelerine çizgiler çizmemiz gerekir... (A.Y) ...her kenar uzunluğu farklı olduğu için hepsini ölçüp hepsinin yarısını bulmam gerekir... (A.N)	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ		

6. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU (2. AŞAMA)			
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ
...yani hepsinde etrafını ölçüp kenarlarının ortalarını bulmam lazım...(A.Y) ...üçgenlerde kenar uzunluklarını ölçüp ona göre karar vermiştim. Dikdörtgende köşeler karşılıklı olduğu için köşeleri birleştiren uzunlukların birleştiği nokta ortasıdır...(A.N)	Nesneleri İlişkilendirme		
...bunların ortası olmalı, buralarda bir yerde olmalı...(A.Y) yine karşılıklı köşeleri birleştirip keşişim noktasını belirlerim...(A.N)	Aynı İlişkiliyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
...acaba üçgen gibi mi yapsam...(A.N) ...aşında iki noktanın arasını ölçüp tam ortasını bulursak denge noktası orası olabilir.....(A.N)	Aynı Çözümü veya Stratejiyi Araştırma	GENİŞLETME	
...bunlar hangi şekilsen, yani bunlar hangi şeklin sıradanıyla o şekle bölünürüz her tarafını (üçgenlere ayıracağız)...(A.Y) ...bunu dörtgene bölersen olabilir...(A.N) ...beşgende de üçgenlere ayırırız...(A.N) ...bu iki şeklin ağırlık merkezini bulur ve noktaları arasındaki uzunluğu çizeriz. İlk çizdiğimiz uzunluk ile ikinci çizdiğimiz uzunluğun keşiştiği noktaya bakarız...(A.N)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme		
...belki de o üçgenin ağırlık merkezi şeklinde ağırlık merkezidir...(A.Y)	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
	İşlem		
...bütün çokgenlerde üçgene bölmeye gerek var. Yoksa tam net olarak hangi nokta olduğunu bulamayız...(A.N)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA	
	Genel Prensiptir		
...herhangi bir çokgeni iki parçaya ayırdığımızda, iki parçanın ağırlık merkezlerini birleştiren doğru parçalarının keşişimini almak çokgenin ağırlık merkezini bulmak için yeterlidir...(A.N)	Objeler Sınıfı	TANIMLAMA	
...operatöre verilen nesne bir dörtgen olduğu için öncelikle dörtgeni iki üçgene ayırırız...(A.N) ...üçgenlerin ağırlık merkezlerini birleştiren doğru parçasını çizeriz ve diğer üçgenlerle çizdiğimiz çizgi ile keşiştiririz...(A.N)	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ	

7. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU				
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA	
... tam dengede değil..(N.K) ...orta noktası benim bildiğim doğru parçalarında denge noktasıdır...(T.M)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ	
...bence bunun tam ortası olmalı...(N.K) ...tam ortasını alırım...(T.M) ...mesafesini ölçmemiz gerek...(T.M)	Nesneleri İlişkilendirme			
...acaba tahmini bir noktadan batırıp denesem ne olur?...(N.K) ... bu noktanın da enlenimini bulacağım...(N.K) ...keşke bir açı ölçer olsaydı...(N.K) ...90 derece tam ortası oluyor sanki...(N.K) ...burayı alt ve burayı da üst kabul ediyoruz. Üste 1 tane alta 2 tane, yani alta daha çok destek olması gerekiyor...(N.K) ... bu yüzden tam ortası olmuyor, çünkü burada daha çok baskı oluyor...(N.K) ...bilmiyorum tam ortalamı mı? Tam şekil simetrik mi diye bakmak istedin...(T.M)	Aynı Prosedürü Araştırma	ARAŞTIRMA		
...tam ortası burası oluyor sanırım...(N.K) ...iki tarafın da orta noktasını aldım...(N.K) ...acaba şöyle mi yapmam? Bunların hepsinin ortasını bulsam sonra da kesiştikleri noktaya iğneyi batırsam...(N.K) ...yine orta noktalarını aldım, orta noktalarını bir yerde kesiştirdim. Yani kenarlarını birleştirdiğimizde eşkenar olduğu için bir yer orta noktalarını birleştirdiğimizde merkez noktayı bulmuş oluyorsunuz...(T.M) ... Tam orta noktasını bulduğuma inanıyorum, burasını biraz düşündüm, acaba burası tam ortasına gelecek mi diye?(T.M) ...yine aynı şeyleri yaptım, ortasını kesiştirdim...(T.M)	Aynı İlişkiyi Araştırma			
...yine kenarının orta noktasını işaretlerim...(T.M) ...üçünün bir yerde birleşeceğine inanıyorum...(T.M)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME		
...tamam hesaplayalım. 10,3 oldu. Yarısı 5,15. Tam ucuna denk getirdim...(N.K)	İşlem			
...bütün üçgenlerde bu yapılabilir...(N.K) ...üçünde de aynı kural geçerli...(T.M)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA		REFLEKSİYON GENELLEMELERİ
...ikizkenar, çeşitkenar ve eşkenar üçgenlerde köşelerin kenarların orta noktaları ile karşılıklı köşeleri birleştirirsek, orta noktası üçgenin denge noktası olur...(N.K) ...bütün üçgenlerde üç kenarın da orta noktasını bulup bir yerde kesiştirirseniz orası denge noktasıdır...(T.M)	Objeler Sınıfı	TANIMLAMA		
...operatörün elindeki şekil üçgen olduğu için yine aynı şekilde belirlediğimiz noktadan asarız...(N.K) ...operatöre verilen nesne sonuçta bir üçgen, ben de üçgenin kenarlarının orta noktalarını ölçerek denge noktasını bulurum...(T.M)	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ		

## EK 7

## 7. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (2. Aşama)

7. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU (2. AŞAMA ÇOKGENLER)			
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...direk ortasını alırdım..(N.K) ...yine orta noktasını bulacağız 4 kenarımdan...(T.M)	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ
...yine köşegenlerini çizerim..(N.K) ...peki, orta noktası neresi bunun. Ona bakmam lazım..(N.K) ...direk noktaları birleştireceğim önce...(T.M) ...şimdi köşegenlerle orta noktaları birleştiriyorum. Böylece tam net bir orta nokta elde etmeye çalışacağım..(T.M) ...doğrudur, ikisinin tam ortasını aldım..(T.M) ...tam da oradaki doğru parçasının tam ortasına denk geliyor..(T.M) ...buradan da çiziyi çizerek onların da ortasını alırsak oradan da denge noktası elde edilirdi..(T.M)	Nesneleri İlişkilendirme		
...olmadı yapamadım, içindeki üçgenlerin de mi denge noktasını bulmam gerekiyor..(N.K) ...buradaki üçgenlerin boyutları daha küçük olduğu için daha hafif olduğunu düşünüyorum..(N.K) ...şurası bir üçgen olduğu için ve bu üçgenin dikey doğrultusunda burada olduğu için bunu suradan geçirecek böyle ne bileyim burada bir yerde olduğunu düşünüyorum..(N.K) ...alttaki üçgen çok küçük olduğu için üstteki üçgen onu da çekiyor..(N.K) ...bazı düşüncelerim var, buraya yakın bir şey çıkacak..(T.M) ...buralarda bir yerde olması gerek..(T.M)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
...o iki doğru arasında onu farkettim. Hem de buraya yakın olmasına şuna bağlıyorum, bu üçgen daha büyük, eğer bu üçgenin ikisinin boyutu eşit olsaydı tam orta noktası olacaktı..(N.K) ...dört üçgen, bir tane de dörtgen olması gerek..(T.M) ...aynı metodu kullanacağım..(T.M)	Aynı Çözümü veya Stratejiyi Araştırma	GENİŞLETME	
...şimdi buranın boyutuna bakalım. Burası ne kadar? 28cm. Peki, şu üçgen ne kadar? 19,7cm. O zaman burası da..(N.K) ...denge noktası bunun birbirine oranı olmalı..(N.K)	Uygunabilirlik Alanını Genişletme		
...hangi şekil verirsiniz verin üçgenden yaparak bulunur..(T.M)	İşlem	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA	
...düzensiz bir dörtgende önce iki kenarı birleştiriyoruz karşılıklı, ondan sonra iki üçgenin orta noktalarını alıyoruz, ondan sonra ikinci bir doğru çiziyoruz karşılıklı diğer noktalarından, ondan sonra 2 tane daha üçgen alıyoruz ve bunların da denge noktasını buluyoruz. En sonunda bu denge noktalarını böyle bir çizgi ile birleştiriyoruz karşılıklı olanları..(T.M)	Fenomeni Devam Ettirme		
...bu nesneyi bir dörtgen gibi düşünürsek içindeki üçgenleri bulurum..(N.K) "...operatörün elindeki malzeme yamuk şekline benziyor. Sonuç olarak bu bir dörtgen ve ben bunu üçgenlere ayırıp üçgenlerin denge noktalarını bularak çözebilirim.." (T.M)	Objeler Sınıfı	TANIMLAMA	
	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ	

## EK 8

## 8. Sınıf Seviyesinde Kod-Kategori Tablosu (1. Aşama)

8. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU			
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
	Durumları İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ
...ölçerim tam ortasını bulurum..(S.A) ...köşelerine bunlar eşit uzunlukta, doğru parçasına 2 eşit uzunluklara böldüm. Tam orta noktasını buldum..(K.Y)	Nesneleri İlişkilendirme		
...ikizkenar üçgenin ikiz olan kenarlarının arasından ortaya doğru bir çizgi çizerim. (S.A)	Aynı Prosedürü Araştırma	ARAŞTIRMA	
...yine orta noktasını bulurum..(S.A) ...köşesinin tam ortasından çizerim, kenarın ortasına doğru çizerim..(S.A) ...kenarın ortasını buldum ve oradan köşeye doğru çizgi çizdim..(K.Y) ...ilk bir kenar orta noktasını aldık. Şimdi diğer kenar orta noktasını alacağız. Sonra taban olan kenarın orta noktasını alınız ve şu aralarda bir yerde denge merkezinin olması lazım..(K.Y)	Aynı İlişkiyi Araştırma		
...orta noktayı buluyoruz ve sonra işaretliyoruz..(S.A) ...bence aynı yapıyoruz..(K.Y)	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
...evet, bunların orta noktasını bulacağım, 25cm, ne yapar? 12,5cm yapar..(S.A) ...diğer tarafı da 16cm, 15 buçuk cm..(S.A)	İşlem		
...tüm kenarlar farklı olmasına rağmen yine de iki kenardan cevap bulunabiliyor..(S.A) ...Üçgenlerin denge merkezini bulmak için kenarlarının ortasını bulup, köşelerden o noktayı birleştireceğiz. Hepsinde yaptığımızda kenarların geçtiği yer olacak..(K.Y)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA	REFLEKSİYON GENELLEMELERİ
...kenarlarının orta noktaları ile köşeleri birleştiririz ve kesişim noktalarını alınız..(S.A) ...kenarlarının tam orta noktasını bulup köşelerden çizgi çizmemiz lazım, çizgilerin birleştiği nokta şeklin tam orta noktası, ağırlık merkezi olur. Denge merkezi olur..(K.Y)	Objeler Sınıfı	TANIMLAMA	
...iki kenarını ölçerim ve orta noktalarını işaretlerim. Onları köşelerle birleştirerek kesişimlerini alırım..(S.A) ...yine aynı yapıyorum, köşelerden kenarların orta noktalarına doğru parçaları çizer ve kesişimlerini alırım..(K.Y)	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ	

8. SINIF SEVİYESİNDE KODLAMA TABLOSU (2. AŞAMA ÇOKGENLER)			
KOD	ALT KATEGORİ	KATEGORİ	TEMA
...yine ortasını bulacağım..(S.A) ...ortasını alarak olacak..(S.A) ...bunun yansını bulurum. Şuralarda bir yerde olması lazım..(K.Y) ...direk ortasını alırdım..(K.Y) ...karşılıklı köşelerini birleştiririm..(K.Y) ...dikdörtgenin denge merkezini bulmak için kenarların ortasını bulurum..(K.Y) ...karşılıklı kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasının ortasını alırım..(K.Y) ...ortasını bulacağız..(K.Y) ...sanırım buldum, bunların çizgisi ile bunların çizgisinin kesişimi olacak..(K.Y)	Durumları İlişkilendirme  Nesneleri İlişkilendirme	İLİŞKİLENDİRME	GENELLEME HAREKETLERİ
...ortalarnı alarak kesişen bir şeyler arıyorum..(S.A) ...burayla buranın ortasını alacağım..(S.A) ...o zaman kenarlarının ortasını bulup yapabiliriz belki..(K.Y) ...bulduğumuz o üçgenin denge merkezini bulup diğer denge merkezi ile birleştirip orta noktasını alırsak belki buluruz..(K.Y) ...yine köşegenlerinden doğru parçası çizdim..(K.Y)	Aynı İlişkiyi Araştırma	ARAŞTIRMA	
...şeklin kenarları değişince denge merkezi de değişecekti..(S.A) ...bu tarafa yani büyük üçgene daha yakın olduğunu düşünüyorum..(K.Y)	Aynı Çözümü veya Stratejiyi Araştırma		
...öncekinden yaptığımızın aynısını yaparım..(S.A) ...şimdi burada bir sürü çizgiler çezeceğim, bir sürü üçgen çezeceğim..(S.A) ...bunu da üçgene ayırıyoruz.. ...dörtgeni iki üçgene ayırmıştık. Şimdi farklı bir şekilde ayıracağız.. ...bir üçgen ve bir dörtgen daha gösterebiliriz buradan...	Uygulanabilirlik Alanını Genişletme	GENİŞLETME	
	Ayrıntıları Uzaklaştırma		
...tüm çokgenlerde şekli üçgenlere ayırırım..(S.A) ...ayırduğumuz şekillerimizin denge merkezlerini birleştiren çizgilerin kesişimi şeklin denge merkezi olacak..(K.Y)	Fenomeni Devam Ettirme	BELİRLEME VEYA AÇIKLAMA	REFLEKSİYON GENELLEMELERİ
...bir altıgen nesnem olsa üçgenlere ayırırım. Sonra beşgen olur diğer kısım. Onları da üçgen yaparım. Sonra birleştirip başka şekil varsa yine aynı şekilde yapıp onları da birleştirip tam kesişimini alırım..(K.Y)	Objeler Sınıfı	TANIMLAMA	
...üçgenlere ayırır sonra her birinin denge merkezlerini birleştiren çizgileri çizer, onların kesişimini alırım..(K.Y) ...yine aynı şekilde yaparım, önce şu kısmı çizer, sonra da oluşan üçgenlerin denge noktalarını bulur onları kesiştiririm..(S.A)	Önsel Fikir veya Strateji	ETKİ	

## EK 10 1. Aşama Bağlamsal Problem

**Vinç Operatörü:** Vinç operatörü, sanayi ve inşaat sahaları, demir yolu alanları, limanlar, madenler gibi arazi koşullarında teçhizat, makine gibi büyük ve ağır nesnelere taşımak, kaldırmak, bunların yer değiştirmesini sağlamak veya olması gereken konumda üst üste ya da yan yana olacak şekilde yerleştirmek amacıyla vinçleri kullanan kişilerdir.

Aşağıdaki şekilde bir vinç operatörünün vinci kullandığı anlardan bir görüntü bulunmaktadır.



Bir inşaat şirketi operatör alımlarında elemanlarını işe almadan önce bir dizi teste tabi tutmaktadır. Bu kapsamda aşağıda eş geometrik şekillerden oluşan bir düzeneğin boş olan kısmını, (dışarıdan herhangi bir müdahale olmaksızın) operatörler kendilerine verilen cismi (cisim üzerine tek bir noktadan iple bağlayarak) vinç yardımıyla yerine yerleştirmeye çalışacaklardır.

Buna göre işe girmek isteyen bir vinç operatörü kendisine verilen ipi cismin hangi noktasından asarsa başarılı olma ihtimali daha yüksek olur? Açıklayınız...



*Vinç Operatörü: Vinç operatörü, sanayi ve inşaat sahaları, demir yolu alanları, limanlar, madenler gibi arazi koşullarında teçhizat, makine gibi büyük ve ağır nesnelere taşımak, kaldırmak, bunların yer değiştirmesini sağlamak veya olması gereken konumda üst üste ya da yan yana olacak şekilde yerleştirmek amacıyla vinçleri kullanan kişilerdir.*

Aşağıdaki şekilde bir vinç operatörünün vinci kullandığı anlardan bir görüntü bulunmaktadır.



Bir inşaat şirketi operatör alımlarında elemanlarını işe almadan önce bir dizi teste tabi tutmaktadır. Bu kapsamda aşağıda eş geometrik şekillerden oluşan bir düzeneğin boş olan kısmını, (dışarıdan herhangi bir müdahale olmaksızın) operatörler kendilerine verilen cismi (cisim üzerine tek bir noktadan iple bağlayarak) vinç yardımıyla yerine yerleştirmeye çalışacaklardır.

Buna göre işe girmek isteyen bir vinç operatörü kendisine verilen ipi cismin hangi noktasından asarsa başarılı olma ihtimali daha yüksek olur? Açıklayınız...



## ÖZ GEÇMİŞ

Halil YILMAZ, Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden 2006 tarihinde mezun oldu. 2018 yılında OMÜ LEE Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans programına girdi. 2008 yılından bu yana Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı birçok okul ve kurumda yöneticilik ve öğretmenlik görevlerinde bulundu. Orta derecede İngilizce bilen Halil YILMAZ, meslek hayatında boyunca il ve ilçe milli eğitim müdürlüklerince oluşturulan Özel Büro/ARGE ofislerinde birçok projede proje koordinatörlüğü yaptı. Halen İlkadım İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü Proje Koordinatörlüğü ve Samsun R.K. BİLSEM Matematik Öğretmenliği görevlerine devam etmektedir.

### İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0000-0002-0228-6685

### Yayımlar:

1. Yılmaz, H. & Yılmaz, R. (2021). Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Genelleme Süreçlerinin İncelenmesi. *5th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education (TURKBILMAT)*. October 28-30, Alanya/Antalya, Turkey.



**ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURUL KARARLARI**

KARAR TARİHİ	TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI
05.02.2020	1	2020/43

**KARAR NO:**  
**2020/43**

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Halil YILMAZ'ın Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmanlığında “Bilgisayar Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçleri: Özel Yetenekli Öğrenciler Durumu” isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem, bilgisayar ortamında test uygulaması, video/film kaydı ve ses kaydı çalışmalarını içeren 3665 sayılı dilekçesi okunarak görüşüldü.

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Halil YILMAZ'ın Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmanlığında “Bilgisayar Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçleri: Özel Yetenekli Öğrenciler Durumu” isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem, bilgisayar ortamında test uygulaması, video/film kaydı ve ses kaydı çalışmalarının kabulüne oy birliği ile karar verildi.



T.C.  
İLKADIM KAYMAKAMLIĞI  
İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-23072241-605.01-39382153  
Konu : Halil YILMAZ' ın  
Araştırma Uygulama İzni

20.12.2021

SAMSUN ROTARY KULUBÜ BİLİM VE SANAT MERKEZİ

- İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün  
21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.01-E. 1563890- 2020/2 sayılı Genelgesi,  
b) Halil YILMAZ' ın Müdürlüğümüze vermiş olduğu 03/12/2021 tarihli dilekçesi.  
c) İl Millî Eğitim Müdürlüğünün 17/12/2021 tarih ve 39289782 sayılı yazısı

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Halil YILMAZ' ın ; İlimiz İlkadım ve Atakum ilçesindeki Bilim ve Sanat Merkezlerinde öğrenim gören üstün yetenekli öğrencilere yönelik " Bilgisayar Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçleri; Özel Yetenekli Öğrenciler Durumu " başlıklı tez çalışması yapmak istediğine ilişkin ilgi (b) yazı ve ekleri, ilgi (a) genelgeye göre incelenmiş ve komisyon tarafından uygun görülmüştür.

Söz konusu çalışmanın komisyon kararı doğrultusunda, uygulama sorularını çalışmayı yapan kişi tarafından raporlanarak, Müdürlüğümüz Yüksek Öğrenim ve Yurt Dışı Şubesine gönderilmesine dikkat edilerek denetimi idarenizde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre yapılmasının sağlanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Bakiye USTA  
Müdür a.  
Şube Müdürü

Ekler :

- 1- İlgi (b) yazı ve ekleri
- 2- 15/12/2021 tarihli komisyon kararı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Hançerli Mah. Atatürk Bulvarı İlkadım Hükümet Binası 3. ve 4.Kat  
İlkadım / SAMSUN  
Telefon No : 0 (362) 431 50 43  
E-Posta: ilkadim55\_yuksekogretim@meb.gov.tr  
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: Derya BOL (Şef)

Unvan : Şef

İnternet Adresi: <https://edenklik.meb.gov.tr/>

Faks: \_\_\_\_\_

T.C.  
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI  
Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı  
ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

**ARAŞTIRMA SAHİBİNİN**

Adı Soyadı	Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Halil YILMAZ
Kurumu / Üniversitesi	Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Araştırma Yapılacak İl/İlçe	Samsun-İlkadım ve Atakum İlçesinde bulunan Bilim ve Sanat Merkezleri
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Samsun İli İlkadım ve Atakum İlçesindeki Bilim ve Sanat Merkezinde öğrenim gören üstün yetenekli öğrenciler
Araştırma Konusu	Bilgisayar Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçleri; Özel Yetenekli Öğrenciler Durumu
Üniversite / Kurum Onayı	-
Araştırma/Proje/Ödev/Tez Önerisi	Araştırma Çalışması
Veri Toplama Araçları	Görüşme/Gözlem Çalışması
Görüş İstenilecek Birim/Birimler	

**KOMİSYON GÖRÜŞÜ**

Araştırma sonuçlarının il Millî Eğitim Müdürlüğüne ARGE Birimiyle paylaşılması serbestçe uygundur.

Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhalif üyenin Adı ve Soyadı:	Gerekçesi;

**KOMİSYON**

15/12/2021

Komisyon Başkanı

Erdal AKSOY

İl Millî Eğitim Müdürlüğü  
Müdür Yardımcısı

[Redacted]

İrfan GÜMÜŞ

İl Millî Eğitim Müdürlüğü  
Fen Bilimleri Öğretmeni

Üye

Selma BAHADIR

İl Millî Eğitim Müdürlüğü  
Sosyal Bilimler Öğretmeni



T.C.  
SAMSUN VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-27485554-605.01-39289782  
Konu : Halil YILMAZ' ın  
Araştırma Uygulama İzni

17.12.2021

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün  
21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.01-E. 1563890- 2020/2 sayılı Genelgesi,  
b) Halil YILMAZ' ın Müdürlüğümüze vermiş olduğu 03/12/2021 tarihli dilekçesi.

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Halil YILMAZ' ın ; İlimiz İlkadım ve Atakum ilçesindeki Bilim ve Sanat Merkezlerinde öğrenim gören üstün yetenekli öğrencilere yönelik " Bilgisayar Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Genelleme Süreçleri; Özel Yetenekli Öğrenciler Durumu " başlıklı tez çalışması yapmak istediğine ilişkin ilgi (b) yazı ve ekleri, ilgi (a) genelgeye göre incelenmiş ve komisyon tarafından uygun görülmüştür.

Söz konusu çalışmanın komisyon kararı doğrultusunda, uygulama sorularını çalışmayı yapan kişi tarafından raporlanarak, Müdürlüğümüz Ar-Ge Birimine gönderilmesine dikkat edilerek, yüz yüze eğitim öğretime ara verilmesi gözönüne alınarak online, örgün eğitimin tam olarak başlamasıyla birlikte denetimi ilçe milli eğitim müdürlükleri/okul idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre yapılmasının sağlanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Murat YIĞIT  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü

Ekler :

- 1- İlgi (b) yazı ve ekleri
- 2- 15/12/2021 tarihli komisyon kararı

DAĞITIM:

Gereği:  
İlkadım ve Atakum İlçe Kaymakamlığına  
( İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü )

Bilgi:  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi Rektörlüğü  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Atatürk Bulvarı Hükümet Konağı İl Millî Eğitim  
Müdürlüğü/SAMSUN  
Telefon No : 0 (362) 435 80 63  
E-Posta: samsunmem@meb.gov.tr  
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>  
Bilgi için: L.SÖYLEYİCİ  
Unvan : Şef  
Faks:3624324854  
İnternet Adresi: <http://samsun.meb.gov.tr>

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 5d91-2ac9-386e-a953-02a2 kodu ile teyit edilebilir.