T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

5. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ALAN KAVRAMINI DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ÖĞRETİM ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ: DİKDÖRTGEN DURUMU

Yüksek Lisans Tezi

Fatma AĞAÇDİKEN

Danışman
Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ

SAMSUN
2021

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

5. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ALAN KAVRAMINI DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ÖĞRETİM ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ: DİKDÖRTGEN DURUMU

Yüksek Lisans Tezi

Fatma AĞAÇDİKEN

Danışman
Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ

SAMSUN
2021

TEZ KABUL VE ONAYI

Fatma AĞAÇDİKEN tarafından, **Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ** danışmanlığında hazırlanan **"5.Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu"** başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 16.2.2021 tarihinde yapılan sınav sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı Adı Soyadı **Üniversitesi** **Ana Bilim/Ana Sanat Dalı**	**İmza**	**Sonuç**
Başkan	Prof. Dr. Abdulkadir TUNA Kastamonu Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı		☒ Kabul ☐ Ret
Üye **(Danışman)**	Dr. Öğr. Üyesi Rezan YILMAZ Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı		☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Polat ŞENDURUR Ondokuz Mayıs Üniversitesi Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Anabilim Dalı		☒ Kabul ☐ Ret

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen ve yukarıda adları yazılı jüri üyeleri tarafından uygun görülmüştür.

ONAY
… / … / …
Prof. Dr. Ali BOLAT
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım yüksek lisans/doktora/sanatta yeterlik tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

İmza
22/ 03 / 2021
Fatma AĞAÇDİKEN

TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

Tez Başlığı :5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 8

Tek kaynak oranı : % 2 çıkmıştır.

İmza
22 / 03 / 2021
Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ

ÖZET

5.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ALAN KAVRAMINI DİNAMİK MATEMATİK YAZILIMI DESTEKLİ ÖĞRETİM ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ: DİKDÖRTGEN DURUMU

Fatma AĞAÇDİKEN
Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Yüksek Lisans, Şubat/2021

Danışman: Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ

Bu çalışmanın amacı, 5.sınıf öğrencilerinin dikdörtgenin alanı kavramını yapılandırma süreçlerini dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında incelemektir. Kavram oluşum sürecinde yaşanan zorluklar, yanılgılar ve ön koşul olan diğer kavramlar dikkate alındığında, alan kavramının anlamlı bir şekilde oluşturulması oldukça önemlidir. Bu sebeple kavramın nasıl oluşturulduğu incelenerek öğrencilerin zorlandıkları aşamaların tespit edilmesi amaçlanmıştır. Çalışmada, "5.sınıf öğrencileri dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dikdörtgenin alanını, alanı kaplayan birimkarelerin sayısı olarak nasıl oluşturmaktadır?", "5.sınıf öğrencileri dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dikdörtgenin alanını nasıl formülleştirmektedir?" sorularına cevap aranmıştır. Çalışma, Karadeniz bölgesindeki büyük bir ilin merkezinde bulunan bir ortaokulda, 13 öğrencinin bulunduğu bir sınıfta gerçekleşmiş ve nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak desenlenmiştir. Öğrencilerin alan kavramı ile ilgili ön bilgilerini belirlemek amacıyla hazırbulunuşluk testi hazırlanmıştır. Öğretim sürecinde, dinamik matematik yazılımı destekli matematik öğretimine uygun dinamik matematik yazılımıyla (GeoGebra) hazırlanan etkinlikler öğrencilere uygulanmıştır. Hazırbulunuşluk test sonuçları, araştırmacı gözlemleri ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak beş katılımcı amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Belirlenen katılımcılar ile üç klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğretim süreci ve klinik görüşmeler kamera ve ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Elde edilen veriler içerik analiz yöntemiyle APOS Teorik çerçevesiyle analiz edilip derinlemesine incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda bir katılımcının, alanı hiç boşluk kalmadan kaplayan birimkarelerin sayısı olarak nesne düzeyinde kavramsallaştıramadığı, iki katılımcının ise dikdörtgenin alan formülünü nesne düzeyinde kavramsallaştıramadığı görülmüştür. Öğrencilerin çoğunun alan ve alan formülü kavramlarını kapsüllerken zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, alanın örtme özelliğinin farkına varılarak alan korunumunun ve birim kavramlarının alan kavramının kavramsallaştırılması için önemli olduğu saptanmıştır. Alan formülünün kavramsalaştrılmasında da boyut ilişkisinin anlaşılmasının önemli düzeyde etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Alan ölçme, dikdörtgen, kavram oluşumu, soyutlama, APOS, dinamik matematik yazılımı, GeoGebra

ABSTRACT

THE FORMATION PROCESS OF AREA CONCEPT OF 5TH GRADE STUDENTS IN DYNAMIC MATHEMATICS SOFTWARE BASED TEACHING ENVIRONMENT: THE CASE OF RECTANGULAR

Fatma AĞAÇDİKEN
Ondokuz Mayıs University
Institute of Graduate Studies
Department of Mathematics and Science Education
Master, February 2021
Advisor: Assist. Prof. Dr. Rezan YILMAZ

The aim of this study was to examine the process of constructing the concept of the area of the rectangular of 5th grade students in an instructional environment supported by dynamic mathematics software. Considering the difficulties, misconceptions and other prerequisite concepts in the concept formation process, it is very important to form the concept of area in a meaningful way. For this reason, it was aimed to determine the stages that students had difficulty by examining how the concept was constructed. In the study, "How do 5th grade students construct the area of the rectangular in dynamic mathematics softwarebased teaching environment as the number of unit squares covering the area?" and "How do 5th grade students formulate the area of the rectangular in dynamic mathematics software based teaching environment?" were investigated. The study was conducted in a classroom with 13 students in a secondary school located in the center of a large city in the Black Sea Region and it was designed qualitatively as a case study. A readiness test was prepared in order to determine the students' preliminary knowledge about the area concept. During the teaching process, activities prepared with dynamic mathematics software (GeoGebra) were implemented to the students. Considering the readiness test results, observations of the researcher and opinions of the teacher, five participants were selected by purposeful sampling method. Three clinical interviews were conducted with each of the participants. The teaching process and clinical interviews were recorded with a camera and a voice recorder. The obtained data were analyzed according to the APOS Theoretical Framework. The results of the study demonstrate that, one of the participants could not construct the area as an object as the number of unit squares covering it without any gaps, and two of the participants could not construct the area formula of the rectangular as an object . The students generally had difficulty encapsulating the concepts of area and area formula. In addition, , it has been determined that both the conservation of area by realizing the covering feature of the area and also concept of unit were important for the construction of the area concept. It was concluded that understanding the relationship of dimension is also effective in construction of the area formula.

Keywords: measure of area, rectangular, concept formation, abstraction, APOS, dynamic mathematics software, GeoGebra

TEŞEKKÜRLER

Yoğun çalışma gerektiren ve belirsizliklerin yaşandığı bu araştırma sürecinde yolumu her kaybettiğimde bir ışık gibi yolumu aydınlatan, çok kıymetli danışman hocam Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ'a, samimi, içten ve önder tavırlarıyla deneyim, bilgi ve becerisini esirgemeden kıymetli vaktinin önemli bir kısmını bana ayırdığı için teşekkürü bir borç bilirim.

Değerli jüri üyelerim Prof. Dr. Abdulkadir TUNA ve Doç. Dr. Polat ŞENDURUR'a teze sağladıkları kıymetli katkılardan dolayı çok teşekkür ederim.

Çalışmamın şekillenmesinde destek olan, süreç ve içerik hakkında bilgi ve deneyimini benimle paylaşan değerli Merve Dündar'a; sahip olduğu teknik becerisini, ihtiyacım olduğu her zaman bıkmadan benimle paylaşan eğlenceli ve kıymetli arkadaşım Fatma Bayrambaş'a; tez sürecine başlayabilmek için bana cesaret veren, yol gösteren değerli dönem arkadaşım Halil Yılmaz'a, çalışmama sağladıkları katkılardan dolayı çok teşekkür ederim.

İlk pilot çalışmayı yaptığımız sevgili Emirhan Batuk'a; 2.pilot çalışmanın yapıldığı Fatih Ortaokulu'ndaki müdür yardımcısı Ahmet İpek ve Mustafa Bilge'ye, matematik öğretmeni Ebru Uzunöz'e; asıl uygulamanın yapıldığı Teyfik İleri İmam Hatip Ortaokulu'ndaki Fen Bilimleri ve uygulama yapılan öğrencilerin sınıf öğretmeni olan İsa Yıldırım'a, her iki okuldaki idareci, öğretmen ve sevgili öğrencilere katkılarından dolayı çok teşekkür ederim.

Her zaman yanımda olduğunu hissettiğim, hayatımın mimarı olan sevgili babama, sabırla ve sevgiyle bana güç veren sevgili anneme, hayatımın her anında olduğu gibi çalışmamın her satırına da katkısı olan bilgi, beceri ve deneyimiyle beni destekleyen ablama, her türlü zorlukta yanımda olan abilerim ve manevi abime çok teşekkür ederim. Evlerimizi güzelleştiren çiçek bahçelerimiz olan yeğenlerime, annelerine ve büyük aileme en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Yoğun çalışma sürecini bitirirken yanımda olan, desteklerini esirgemeyen herkese çok teşekkürler…

Fatma AĞAÇDİKEN

İÇİNDEKİLER

SİMGELER VE KISALTMALAR

MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
EBA	Eğitim ve Bilişim Ağı
DGY	Dinamik Geometri Yazılımı
BCS	Bilgisayar Cebir Sistemi
DMY	Dinamik Matematik Yazılımı
APOS	Action, Process, Object, Schema

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

1. GİRİŞ

Öğrencilerin kavramsal anlamalarını, düşünsel ve zihinsel becerilerini, sorgulama ve yorumlama yeteneklerini arttıracak tarzda teknolojinin matematik eğitiminde kullanımı ve entegrasyonunun bütün eğitim düzeylerinde istenilen seviyeye getirilmesinin gerekliliği aşikârdır (Doğan, 2013). Okullarda teknoloji kullanımı matematiksel bilgi ile matematiksel uygulama arasındaki ilişkiyi destekleyerek öğrencilere yeni matematiksel anlayışları deneme, görselleştirme ve test etme fırsatları sunmuştur. Teknoloji sayesinde matematik ders içerikleri değişerek rutin algoritmaları ve kalem kağıt tekniklerini öğretmek yerine matematiksel model inşa ederek ilişkilere odaklanmaya ve yeniden düzenlemeye sebep olmuştur (Olive vd., 2009). Dünya genelinde yaşanan coronavirüs (covid-19) salgınından dolayı içinde bulunduğumuz süreçte yüz yüze eğitime ara verilerek öğretim sürecinin çoğu uzaktan eğitim şeklinde gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır. Bu durum eğitimde teknoloji kullanımını hızlandırarak zorunlu kılmıştır. Devlet kurumları herkes için müfredata dayalı çalışma ve öğrenme sürekliliğini sağlamak amacıyla EBA canlı ders, Zoom vb. öğretim kanallarını öğretmenlere araç olarak sunmuştur. Bununla birlikte, henüz bu araçların herkes için kaliteli öğrenme fırsatlarına nasıl etkili ve adil bir erişim sağladığı (Mulenga ve Marban, 2020) ve öğretmenlerin teknoloji entegrasyonu konusunda ne kadar yeterli oldukları tam olarak bilinmemektedir. Bu sınırlılıklara rağmen öğretim ortamı teknolojinin matematik öğretimine sağladığı faydalardan yararlanma fırsatı oluşturmuştur. Özelde, teknolojiyi matematik yazılımlar bağlamında ele alırsak kullanılan teknoloji ile matematiksel anlayışı ve düşünmeyi geliştirmek hedeflenmektedir. Tahta organizasyonunda çok iyi bir öğretmenin matematik öğretim ortamını bilgisayar ekranına taşıyarak oluşturmaya çalışması matematik öğretimine fazla bir katkı sağlamayacaktır. Bu yüzden teknolojinin sunum aracı olarak kullanılması yerine öğrencilerin matematik yazılımlarıyla çeşitli düzeylerde etkileşim içinde olduğu öğrenme ortamları tasarlanmalıdır.

Matematiksel kavramların oluşumu için ders kitaplarından veya öğretmenler tarafından yapılan kavram tanımı öğrenciye karmaşık ve anlamsız gelebilir. Bunun yerine öğrenci, kavramları ele alırken kavramların tanımından ziyade o kavramla ilgili zihninde var olan bilişsel yapıya ihtiyaç duyar (Vinner, 1983). Yani düşünme sürecinde neredeyse her zaman kavram imajını kullanır. Kavramın tanımını bilmek ve kavramla ilgili bir imaja sahip olmak bilginin nasıl oluştuğu hakkında genel bir fikir vermektedir (Bingölbali, 2016).

Piaget (2001), fiziksel bilgi ile mantıksal matematiksel bilgiye göre iki farklı soyutlama çeşidi tanımlamıştır. Fiziksel bilgiye göre yapılan soyutlama deneysel (empirik) iken matematiksel mantıksal bilgiye göre yansıtıcı (reflektif) soyutlama yapılmaktadır. Eğer nesnelerin görünen özellikleri dikkate alınıyorsa soyutlama deneyseldir. Öğrenci, yaptığı eylemlerin koordinasyonunu veya ilişkileri temel alıyorsa soyutlama derin ve yansıtıcıdır. Soyutlama çeşitlerini bilmek, öğrenmeyi kademelendirmeyi ve öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini anlamaya büyük katkı sağlar (Zembat, 2016). İçsel sürecin nasıl ilerlediği hakkında çıkarımlar yapılabilir. Soyutlama çeşitleri dikkate alınarak tasarlanan öğrenme ortamı, öğretmenin öğrenme sürecini başından sonuna önceden bilmesine yardımcı olur. Farklı bir ifadeyle, derse başlamak için öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgiler belirlenir, sonra bu ön bilgiye hangi ortamda, hangi düzende, hangi materyal nasıl kullandırılırsa öğrencinin öğretilen kavramı anlayacağı sorusuna cevap aranır. Böylece öğretmen öğrencinin kavram ile ilgili yaşayacağı süreçleri belirlemiş olur (Zembat, 2016).

Matematiksel bilgi ve kavram oluşum süreçlerinin açıklanabilmesi için Tall ve Vinner (1981)'un kavram imajı, kavram tanımı ve Piaget (2001)'in soyutlama çeşitleri temel alınmıştır. Ayrıca Dubinsky ve arkadaşları, Piaget'in yansıtıcı soyutlama anlayışı genişletip yeniden organize ederek APOS (Action, (Eylem) Process (Süreç), Object (Nesne), Schema (Şema)) teorik çerçevesini geliştirmişlerdir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997; Dubinsky, 2002). Bu teoride matematiksel kavramın öğrenilmesi için gerekli zihinsel yapıları ve zihinsel mekanizmaları ortaya koymak amaçlanmıştır. Genetik çözümleme ile modellediğimiz bu yapı öğrenme ortamına ışık tutan bir araçtır ve öğretim ortamları tasarlanmasını sağlar. (Arnon vd., 2014). Matematiksel kavramların anlaşılmasında nasıl bir yol izlenebileceğini açıklayan bu modelden yola çıkarak öğretim etkinlikleri tasarlanıp ve ayrıca öğrenme sürecinin değerlendirilmesinde kullanılabilir (Oktaç ve Çetin, 2016).

1.1. Araştırmanın Amacı

Dinamik matematik yazılımı destekli eğitime uygun oluşturulan etkinlikler sayesinde öğrencinin kavram oluşum süreçleri desteklenmektedir (Taylor, 1980). Bu nedenle kavramın nasıl edinildiğinin anlaşılması amacıyla öğrenciye dinamik matematik yazılımıyla oluşturulan bir etkinlik sunulabilir. Böylece, öğrenci cevapları incelenerek matematiksel bir bilginin nasıl edinildiği ve hangi aşamalardan geçtiği anlamlandırılabilir. Sürecin sonunda öğrencilerin kavramı nasıl oluşturduklarını inceleyebilmek için APOS Teorik çerçevesinden yararlanılabilir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997). Bu çalışmada genel anlamda dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında öğrencilerin alan ölçümü kavram oluşum süreçlerini APOS Teorik çerçevesi ile analiz ederek derinlemesine incelenmesi amaçlanmaktadır. Öğrencilerin, iki boyutlu yapılanmayı gerektiren alan kavramında zorlandıkları, her satır ve sütundaki birim sayısını verilen nesnenin boyutlarıyla ilişkilendiremedikleri (Outhred ve Mitchelmore, 2000), birim ile nitelik arasındaki ilişkiyi çok açık anlayamadıkları (Nitabach ve Lehrer, 1996), alan formülünü ezbere öğrenme eğiliminde oldukları ve alanın kavramsal temelini anlamadıkları (Simon ve Blume, 1994; Şişman ve Aksu, 2016) vurgulanmaktadır. Bu yüzden bu çalışmada alan kavramının öğrenciler tarafından zihinlerinde nasıl yapılandırıldığı incelenmeye çalışılmış ve dikdörtgenin alan kavramı ve alan formülüne odaklanılmıştır. Öğrencilerin 5.sınıfta dikdörtgenin alanını (santimetrekare ve metrekare cinsinden) hesaplamaları, diğer kademelerde de dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak üçgen ve diğer dörtgenlerin alanını hesaplamaları beklenmektedir (MEB, 2018). Bu yüzden 5.sınıf, alan ölçme alt öğrenme alanında ortaokul öğretim programına temel teşkil etmektedir. Geogebranın; görselleştirme yeteneği, sembolik manipülasyonlar arasında yakın bir bağlantı sağlaması ve dinamik değişilebilirliği özellikleri sayesinde öğrenciler alan kavramını anlamlı öğrenebilir (Doğan, 2013). Hohenwarter ve Jones, (2007). Bu anlamda, araştırma, 5.sınıf öğrencilerinin dinamik matematik yazılımı (GeoGebra) destekli öğretim ortamında alan kavramını oluşturma süreçlerinin APOS Teorik çerçevesine göre incelenmesini amaçlamaktadır. Kavram oluşum sürecinde yaşanan zorluklar, yanılgılar ve ön koşul olan diğer kavramlar dikkate alındığında, alan kavramının anlamlı bir şekilde oluşturulması oldukça önemlidir. Bu sebeple kavramın nasıl oluşturulduğu incelenerek öğrencilerin zorlandıkları aşamaların tespit edilmesi amaçlanmış, böylece hazırlanacak anlamlı, etkili ve kalıcı öğretim ortamlarına imkân sağlanacağı düşünülmüştür.

1.2. Araştırmanın Problemi

Dikdörtgensel bölge kullanılarak öğrencilerin alan kavramını ve bağıntısını oluşturma süreçlerini gösteren bu çalışmanın araştırma problemi aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

5.sınıf öğrencilerinin alan kavramı ve alan bağıntısını dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında oluşturma süreçleri nasıldır?

Araştırmanın alt problemleri ise aşağıdaki şekilde ele alınmıştır:

•5.sınıf öğrencileri dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dikdörtgenin alanını, alanı kaplayan birimkarelerin sayısı olarak nasıl oluşturmaktadır?

•5.sınıf öğrencileri dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dikdörtgenin alanını nasıl formülleştirmektedir?

•5.sınıf öğrencileri dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında dikdörtgenin özel bir durumu olan karenin alanını nasıl formülleştirmektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını anlamada sıkıntılar yaşadıkları, çeşitli kavram yanılgılarının oluştuğu, alan ve çevre uzunluğu kavramlarını anlamlı oluşturmadan hesaplama yaptıkları görülmüştür (Şişman ve Aksu, 2009). Bu durum öğrencilerin yeterince kavramsal anlama oluşturmadan işlemsel yollarla alan ve çevre hesaplamalarından kaynaklanabilir (Olkun vd., 2014). Öğrencilerin alan ölçümünü hesaplarken çoğunlukla alan formülünü kullanmayı tercih ettikleri, fakat alan formülünü kavramsal olarak anlamlandırmada güçlük çektikleri, dolayısı ile öğrencilerin bilinçsiz bir şekilde formülleri öğrenmelerinin önüne geçilebilmek içini öğretmenlerin formüllerin kavramsal olarak ne anlama geldiğinin öğrencilere öğretilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Gürefe, 2018) .

Alan kavramı ve alan formülünün öğrencilerde anlaşılır olması için öğrencilerin alanın örtme ve sürekli olma özelliklerini kavraması gerekir. Alanın sürekli yapısının farkına varıp öğrenciler alan korunumuna sahip olmalıdır. Ancak öğrencilerin, alan kavramının sürekli olmasını anlamadıklarından alanın yüzey kaplama (örtme) özelliğini anlamlandıramadıkları, birimkarelerin düzenli-düzensiz diziliminden oluşan aynı alana sahip iki şeklin alanlarını farklı buldukları ve alan korunumuna sahip olmadıkları görülmektedir (Kamii ve Kysh, 2006). Öğrencilerin alanın sürekli yapısını anlayabilmesi için zihninde “sonsuz” kavramının oluşması gerekir. Ancak bu kavramı anlayabilecek düzeye gelen bir öğrenci, sonsuz yakınlıkta küçük çizgileri anlayabilir. Dolayısıyla birimkare bir alan ölçme birimi olarak algılanabilir ve alan formülünde kullanılan iki kenar uzunluğunun çarpımı anlaşılabilir (Kamii ve Kysh, 2006; Olkun vd., 2014).

Öğrenciler yüzey kaplama, uzamsal yapı, boyut ilişkisi, çarpımsal yapı ve uzunluk ölçme prensiplerine göre aşamalı olarak alan kavramını sezgisel olarak yapılandırabilir ve alan formülünü gelişimsel ilişki kurarak oluşturabilir (Outhred ve Mitchelmore, 2000).

Yapılan çalışmalar alan kavramının ve alan ölçmeye yarayan formülün oluşumunun düzgün gerçekleştirilmediğini ve bunun kolay bir süreç olmadığını vurgulamaktadır. Outhred ve Mitchelmore (2000), öğrencilerin alanı hesaplarken en çok hareketli nesne olan birimkareleri kullandığı belirlenmesine rağmen, Kamii ve Kysh (2006) 4-8 sınıflardaki öğrenciler için birimkarenin aslında alan ölçmede “birim” teşkil etmediği sonucuna varmışlardır. Dolayısı ile öğrencilere birimkare dağıtıp önlerindeki masa veya defteri kaplatmak birim ile alan niteliğini ilişkilendirmesi için yeterli olmayacaktır. Alan kavramını oluşturmada en çok kullanılan hareketli nesnelerin alan kavramını ve alan ölçümünde kullanılan formüle hizmet etmediğini, anlamlı öğrenmeye katkıda eksik kaldığını göstermektedir. Bu nedenle bu kavramın nasıl oluştuğunun anlaşılmasının oldukça önemli olduğu düşünülmektedir.

Bilgisayar destekli matematik öğretim ortamı, soyut matematik kavramlarının ekrana taşınıp somutlaştırılmasını ve aynı zamanda dinamizmini sağlar. Öğrencilerin, somut deneyimlerden soyut matematiksel düşünceler geliştirmelerine ve problem çözmelerine hizmet eder. Ayrıca, öğrenme sürecini ilgi çekici hale getirip kavramların daha kısa sürede öğrenilmesine imkân tanır (Olive vd., 2009). Alan kavramı öğretiminde sıklıkla kullanılan somut materyal olan hareketli nesneler (birimkareler) alan kavramı öğretiminde yetersiz kalmakta, kavram öğreniminde boşluk oluşturmaktadır. Öğrenci zihninde oluşan bu boşluğun, dinamik matematik yazılımı (GeoGebra) destekli öğretim ortamının sağladığı dinamik değişilebilirlik, görselleştirme ve sembolik manipülasyonlar arasında ilişki kurma özellikleri sayesinde giderilmesi alan kavramının anlamlı oluşması için oldukça önemlidir.

Alan kavramı ve alan ölçme formülünün öğrencilerin zihinlerinde nasıl yapılandırıldığını amaçlayan bu çalışmada, öğretim ortamını dinamik bir matematik yazılımı tabanlı olacak şekilde bilgisayar destekli hazırlamak, bu kavramların anlaşılmasındaki durumu ortaya çıkarmada etkili olabilecektir. Matematiksel kavramların öğreniminin zihinlerde nasıl gerçekleştiği ve kavram öğrenilirken hangi zihinsel yapı ve mekanizmaların işe koşulduğunun anlaşılmasında derinlemesine bir model sunan APOS teorik çerçevesine dayalı bir analizle sürecin ortaya konmasının alan kavramı ve formülünün öğretimindeki eksikliği tamamlamada oldukça önemli olacağı ve kavramın öğretimi ile yapılacak çalışmalara yön vereceği düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlıkları

Bu çalışmada öğretim ortamı dinamik matematik yazılımı destekli olarak hazırlanmış ve uygulama süreci Covid-19 salgın sürecine rastlamıştır. Öğrenme ortamının bilgisayar destekli olması öğrencilere erişim açısından sınırlılık yaratmamasına rağmen;

- sınırlı sayıda öğrenciye uygulanması
- öğrencilerin internet erişiminden kaynaklanan bağlantı kopmaları ve zayıflamaları
- salgının seyrine göre görüşme saatleri değiştirildiğinden öğrencilerin motivasyon ve gönüllülük düzeylerinin değişkenlik göstermesi araştırmanın sınırlılıkları olarak düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmada;

- uygulama öncesinde uygulanan hazırbulunuşluk testinin öğrenci seviyelerini yansıttığı
- hazırlanan etkinliklerin ve öğrenme ortamının dinamik matematik yazılımı destekli öğretime uygun olarak hazırlandığı
- öğretim ortamının öğrencilerin ele alınan kavramı nasıl oluşturduğunu gösteren süreçleri açığa çıkaracak şekilde tasarlandığı
- görüşmelerde, araştırmaya katılan öğrencilerin öğrenme mekanizmalarını ortaya çıkaracak şekilde sorular sorulduğu varsayılmaktadır.

1.6. Tanımlar

Soyutlama: Matematiksel nesneler arasındaki ilişkilerin ve ortak özelliklerin belirlenmesini ve bunların ayrıntılarından uzaklaşarak belirli ifadelere dönüşümü ile kavramsallaştırılmasını içeren süreçtir (Skiff, 1953; Von Glasersfeld, 1991).

GeoGebra: Geometri, cebir ve analizi birleştiren, ücretsiz ve açık kaynak kodlu, Türkçe versiyonu olan dinamik bir matematik yazılımıdır. Bu yazılım okullarda matematik öğretimi ve öğrenimini geliştirmek için geliştirilmiştir (www.geogebra.org)

APOS: Matematiksel kavramların nasıl öğrenildiğini tarif etme amacıyla yapılan bir çerçeve modeldir. Buna göre içselleştirme, kapsülleme, tersine çevirme, koordine etme ve temalaştırma gibi yansıtıcı soyutlama mekanizmalarından faydalanılarak Eylem, Süreç, Nesne ve Şema zihinsel yapıları aşamalı olarak oluşturulur. Böylece matematiksel kavram oluşumu çözümlenir. (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997; Dubinsky, 1991).

Alan: Yüzeysel bir şeklin veya nesnenin alanı, bu nesneyi veya şekli örtmek için gerekli olan malzemenin miktarıdır. Euclid uzayında bir yüzey

$s: [0,1]\ x\ [0,1] \to R^3, s(\ u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$

şeklinde tanımlı sürekli bir fonksiyon ile temsil edilir. Her yüzey parçası sündürülerek düzleştirildiğinde bir düzlem parçası haline gelir. Bu düzlem parçasının örtme miktarına bu yüzeyin *alanı* veya kısaca *yüzey alanı* adı verilir. $\overrightarrow{s_u}$ ve $\overrightarrow{s_v}$ vektörleri s nin sırasıyla u ve v ye göre kısmi türevlerini, “×” da vektörel çarpımı temsil etmek üzere, s nin temsil ettiği yüzeyin alanı matematiksel olarak aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$A = \iint_{[0,1]\times[0,1]} \|\overrightarrow{s_u} \times \overrightarrow{s_v}\|\, du\, dv$$

Ortaokul düzeyinde alanın tanımını “bir kaplayanın kaplama miktarının ölçüsü” olarak vermek uygun olacaktır (Argün vd., 2014).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi

Teknolojik gelişmelerin matematik öğrenmeye katkısı özellikle 1960'dan sonra görülmeye başlanmıştır. Davranışçı kuramın etkisiyle bilgisayar ekranı bir sunum aracı olarak kullanılarak geleneksel öğretim bilgisayar ortamına taşınmıştır. Balacheff ve Kaput (1996)'a göre öğrenme değiştirilmeden geleneksel müfredat kâğıttan bilgisayar ekranına basitçe aktarılmıştır. 1970'lerden sonra da kişisel bilgisayarların gelişmesiyle matematik yazılımları geliştirilmeye ve bu yazılımların sağladığı öğrenme ve öğretme fırsatları tartışılmaya başlanmıştır.

Teknolojinin geometride kullanımı üzerine yapılan çalışmalarda, görevlerin yeterli düzeyde tasarımı ve pedagojik organizasyonuyla öğrencilerin kavramları kavramsallaştırmalarını geliştirdiği görülmüştür. Geçmişten geleceğe doğru teknolojinin geometride kullanımına bakıldığında bazı değişmezler ortaya çıkmıştır. İlk olarak öğrenci ile teknoloji etkileşimine bakılıp öğrenme süreçlerinin nasıl oluştuğunu gösteren teorik yapılar oluşturulmuştur. Sonra bazı öğrenme amaçlarını karşılamak için yeterli düzeyde görevlerin nasıl tasarlanacağı araştırılmıştır. Sonrasında öğretmenin rolüne bakılıp teknolojinin günlük öğretmen uygulamasına nasıl entegre edilebileceği belirlenmeye çalışılmıştır. Son olarak teknoloji ve yazılım özelliklerine bakılıp öğretmenin öğrencilerin çalışmalarını nasıl organize ettiği ve matematik öğrenimine nasıl müdahale edebileceği belirlenmeye çalışılmıştır. Özellikle günlük öğretmen uygulamalarına odaklanıldığında teknoloji entegrasyonunun analizinde öğretim kurumları kısıtlamalarının ön plana çıktığı görülmüş, öğretmenin müfredat ve zaman kısıtlamasını dikkate alıp teknoloji kullanımını nasıl yönettiği belirlenmeye çalışılmıştır. Sonuç olarak geometrinin öğretim ve öğreniminde teknolojinin rolüne bakıldığında teorilerin gelişimi ile teknolojinin geometride kullanımı arasında diyalektik bir bağlantı olduğu sonucuna varılmıştır. Teknoloji, mevcut teorik yaklaşımdan yararlanma fırsatı verirken, yeni teorik yaklaşımların ve kavramların büyümesini hızlandırmıştır. Bu nedenle, geometri öğretiminde teknoloji kullanımına ilişkin daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Laborde vd., 2006).

Matematik öğretimde, kavramlar arasında matematiksel ilişki kurarak soyutlama ve genelleme yapabilmek amaçlanmaktadır. Fakat özellikle kavram oluşumu sürecinde soyutlama ve genelleme yeterince yapılmamaktadır. Bu durum, öğrenme ortamının sağladığı imkân ve sınırlılıklardan kaynaklanır. Teknolojik araçlar ise öğrencilere matematiksel ilişkileri kurabilecekleri bir ortam sunmaktadır (Olive vd., 2009). Teknolojinin matematik öğretimine faydalarını matematik yazılımları bağlamında ele alırsak Presmeg (2006)'e göre dinamik yazılımlar görselleştirmeyi kolaylaştırmıştır. Mariotti (2006) ise formal ve informal matematiği birbirine bağlayarak geleneksel öğretimde boşluk kalan kısımları tamamlandığını ifade etmiştir. Bu yazılımlar öğrenciyi matematiksel bilgiyi bilen ve bilginin yaratıcısı olarak tanımlar (Olive vd., 2009).Balacheff ve Kaput (1996)'a göre teknoloji; öğrencinin matematiksel kavramlara yükledikleri informal anlam ile bunların formal anlamları arasında bir arabuluculuk görevi yapmaktadır. Bussi ve Mariotti (2008) de bu görevi "arabuluculuk aracı (semotic mediation)" olarak ifade etmiştir. Yazılımlar sayesinde sunulan öğrenme ortamlarının öğrencilerin gösterge ve sembollere yükledikleri informal anlamlar ile bunların formal matematiksel anlamları arasında arabuluculuk anlamı üstlendiği söylenebilir (Kabaca, 2016).

Taylor (1980)'a göre bilgisayarlar üç rol üstlenmiştir. "öğretici-tutor", "araç-tool" ve "öğretilen-tutee". İlkinde bilgisayar, öğretici (tutor) olarak bir öğretmen görevi görür. Öğrenciye yazılım ortamında hazırlanan materyaller sunulur. Öğrenci gözlemler yapar, sunulan soruları cevaplandırır ve geri bildirimlere göre bir çıkarıma ulaşmaya çalışır. İkincide, bir araç (tool) işlevi görür. Bilgisayarın, istatiksel bir analiz, ileri bir hesaplama ve kelime işleme gibi özellikleri mevcuttur. Öğrenci karmaşık hesaplamaları yazılım sayesinde yapabilir. Üçüncüde öğretilen (tutee) görevinde ise, öğrenci yazılım üzerinde istenen görevi yerine getirecek bir tasarım yapar. Öğrenci matematiksel görevi yerine getirirken hangi matematiksel bilgiyi nasıl kullanacağını değerlendirerek ilişkili bilgileri yapılandırarak öğrenmeyi gerçekleştirir.

Jonassen (2006), teknolojiyi "görselleştirme araçları" bağlamında ele almıştır. Genellikle bir şeyi anlamlandırmadan önce görselleştirmemiz gerektiğinden görselleştirme araçları sayesinde zihinsel imgelerin anlamlı hale getirildiğini ifade etmiştir. Görselleştirme araçlarının yorumlayıcı ve ifade edici özellikleri vardır. Boya ve çizim programları öğrencilerin kendilerini ifade etmek için kullandıkları güçlü ifade araçlarıdır. Görselleştirme araçları ise ifade etme özelliklerinin yanında yorumlayıcı gücüyle bu tür programların önüne geçer. Öğrencilerin görselleştirilen bilgilerden anlam çıkarması için görselleri görüntülemesine ve değiştirmesine yardımcı olur. Böylece anlaşılması zor soyut kavramların netleşmesini sağlar. Matematiğin soyutluğu nedeniyle görselleştirme, öğrencilerin kavramları anlamalarını sağlayan önemli bir stratejidir. Matematiğin formüllerini manipüle ederek ve manipülasyonun etkilerini gözlemleyerek matematiğin dinamiklerinin anlaşılmasını sağlar. Bu araçlar özellikle matematik ve bilim için geliştirilmiştir. Mathematica, Maple ve GeoGebra görselleştirme araçlarına örnek verilebilir. Bu gibi programlar genellikle problemlerdeki matematiksel ilişkileri görsel olarak temsil etmek için kullanılır. Görselleştirme araçları Jonassen (2006)'a göre aşağıdaki işlevleri yerine getirmektedir:

• Yanlış anlamaları açıklığa kavuşturur ve düzeltir,

• Öğrencilerin akıl yürütmesini destekler,

• Görsel fikirlerin daha kolay ve doğru bir şekilde ifade edilmesini sağlar.

Jonassen (2000), öğrencilerin bilgisayar yazılımı kullanarak model oluşturduklarında eleştirel, yaratıcı ve karmaşık düşünme becerilerinin geliştiğini savunur. Öğrencilerin analiz, sentez ve değerlendirme gibi üst düşünme düzeylerine ulaşmalarına katkı sağladığını ifade eder. Özellikle modellerin oluşturulması, öğrencilerin sistem davranışını tahmin etmelerini, hipotezler geliştirmelerini ve test etmelerini, sonuçları yorumlamalarını, model aracılığıyla fenomenleri açıklamak için analitik olarak akıl yürütmelerini sağlar. Model tasarlamak, çalışılan konu hakkında diğer öğrenme etkinliklerinden daha derin düşünme ve anlayış gerektirir. Bunun için daha fazla çaba ve süre gerekir. Elde edilen sonuçlar, öğrenmek için harcanan çabayı haklı çıkararak üst düzey düşünme becerileri kazandırır.

Bu çalışmada bilgisayarın öğretici rolünden faydalanılmıştır. Görselleştirme araçlarından, ücretsiz dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra ile oluşturulan etkinlikler öğrencilere sunulmuştur. Kullanıcı pozisyonunda olan öğrenciden çeşitli hamleleri yaparak yazılımın sağladığı geri bildirimlerle ele alınan kavramın oluşumu için çıkarımlara ulaşması amaçlanmıştır.

2.1.1. GeoGebra

GeoGebra; geometri cebir ve analizi birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır. Avusturya Salzburg Üniversitesi'nde Markus Hohenwarter tarafından 2001-2002 yıllarında yüksek lisans tezinin bir parçası olarak üretilmiştir

(Hohenwarter ve Jones, 2007). GeoGebra, sahip olduğu özelikler ile ortaokul okul müfredatında geometri ve cebir arasındaki ilişkiyi kurmakta önemli bir değer olarak ortaya çıkmıştır. Çünkü kullanımı Dinamik Geometri Sistemi (DGS) kadar kolay, aynı zamanda geometri, cebir ve hesap arasındaki bazı boşlukları doldurmak için Bilgisayar Cebir Sistemlerinin (BCS) temel özelliklerini de sağlamaktadır. Bu yüzden Geogebra'ya, geometri, cebir ve hesaplama için Dinamik Matematik Yazılımı (DMY) denilmektedir. GeoGebra, ayrıca açık kaynaklı bir yazılımdır ve "www.geogebra.org" adresinden ücretsiz olarak edinilebilir. Dinamik geometri yazılımlarının dinamik değişilebilirliği ve bilgisayar cebir sistemlerinin görselleştirme yetenekleri ve sembolik manipülasyonları arasında yakın bir bağlantı sağladığı için öğrencilerin matematiği daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır. Aktif ve probleme yönelik öğretim için kullanılabilir. Ayrıca, hem sınıfta hem de evde matematiksel deneylere ve keşiflere teşvik eder. (Hohenwarter ve Jones, 2007).

GeoGebra yazılımı, ilk defa 2005 yılında Türkçe'ye Karakırık ve Doğan tarafından kullanıcı arayüzü ve web sayfası ile çevrilmiştir. 2006 yılında uluslararası bir kongrede Türk kamuoyuna tanıtılmıştır. Bu tarihten itibaren hem farklı üniversitelerin matematik öğretmenliği bölümlerinde ders içeriğinin bir parçası olarak hem de düzenlenen etkinlik ve faaliyetlerle ülkemizde matematik eğitiminde kullanımının sağlanması amaçlanmıştır. Aynı ekip 2009 yılında kullanım kılavuzunu Türkçe'ye çevirerek tüm dokümanları ile kullanıcıların hizmetine ücretsiz olarak sunmuştur (Doğan, 2013).

Alan yazına bakıldığında GeoGebra'nın sahip olduğu özelikler sayesinde sağladığı kolaylıkları ve eksiklikleri tamamladığını görebiliriz. GeoGebra'nın kullanım kolaylığı, geometri ve cebir ilişkilerini görselleştirebilmesi, ücretsiz ve Türkçe olması, sınıfta kullanılabilir olması programla ilgili olumlu görüşlerdir (Kabaca vd., 2011). GeoGebra kullanımı ile ilgili yapılan çalışmalar öğrenci başarısını olumlu etkilediğini (Zengin, 2019), GeoGebra ile zenginleştirilmiş matematik öğrenme ortamlarında öğrencilerin inançlarında olumlu değişimler olduğunu göstermektedir (Kabaca ve Tarhan, 2013). GeoGebra kullanılarak yapılan öğretimin geleneksel öğretime göre oldukça başarılı ve güçlü düzeyde olduğunu göstermekte (Günhan ve Açan, 2016), ayrıca öğretmenlerin pergel-çizgeç ve GeoGebra inşalarını karşılaştırmak amacıyla yapılan çalışmalar, GeoGebra'nın sağladığı deneme yanılmaya imkânından dolayı daha yapılabilir olduğunu göstermektedir (Öçal ve Şimşek, 2016).

2.2. Kavram Oluşumu

2.2.1. Matematiksel Kavram Oluşumu, Soyutlama ve Genelleme

Soyutlama sonucunda oluşan ürüne kavram denir (Skemp, 1987). Piaget soyutlamayı, deneysel soyutlama (emprical abstraction) ve yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) şeklinde ikiye ayırmıştır. Nesnelerin veya çevrenin doğrudan gözlenebilen özellikleri temel alınan soyutlama şekli deneysel soyutlamadır ve kaynağı fiziksel bilgidir. Yansıtıcı soyutlama ise bireylerin eylemlerine ve bunların koordinasyonuna ait özelliklere odaklanır ve kaynağı matematiksel-mantıksal bilgidir (Zembat, 2016). Denk Kesir kavramı üzerinde Zembat (2016), deneysel ve yansıtıcı soyutlamayı aşamalar halinde örneklendirmiştir. 2/3 = 4/6 = 6/9 şeklinde denk kesirleri düşündüğümüzde sadece payın ve paydanın aynı sayı ile çarpılması fiziksel bilgi iken, kesirleri denk yapan unsurun üç kesrinde aynı miktarı belirtmesi ve kesri oluşturan birimin parçalanma sayısından bağımsız olması mantıksal-matematiksel bilgisidir. Örneğin, önce öğrencinin ortak amaca ulaşmasına yardımcı olacak parçalama yapabileceği bütün verilir. Sonra, öğretmen müdahalesi olmaksızın sadece şekil verilir, devamında öğrenci şekil çizimini zihinden düşünerek, sonrasında hesap makinesi ile şekil çizimini düşünerek ve en sonunda ise farklı bilinmeyenler (pay ve payda) bularak ilerler. Öğrenci ilk üç durumda fiziksel çizimle hareket edeceği için yaptığı işin dış özelliklerinden faydalanarak sayısal çıkarımlar yapabilir. Bu aşamada deneysel soyutlama gerçekleşir (Zembat, 2016). Devamında şekil olmadığı için öğrenci yaptıkları üzerinde düşünmeye sevk edilecektir. Bu aşamada öğrenci fiziksel ortama bağlı kalmaksızın bir kesrin değerini belirlediği için 1. dereceden yansıtıcı soyutlama aşamasında olduğu söylenir. Son durumda iki kesrin pay ve paydalarındaki değerlerden herhangi biri verilmediğinde öğrenci kesrin değerini buluyorsa 2. derece yansıtıcı soyutlama gerçekleştirdiği söylenir. Tüm durumlar sorunsuz geçilip, a/b = c/d ifadesinin neyi gösterdiğine genellenirse 3. derece yansıtıcı soyutlama sağlanmış olur. Soyutlama kademelerini bilmek farklı seviyelerdeki öğrenmelerin belirlenmesine yardımcı olmasının yanında özellikle bahsedilen kavramın öğrenci açısından nasıl içselleştirildiğinin belirlenmesini sağlar (Zembat, 2016).

Bir kavramın oluşabilmesi için soyutlama kadar genelleme de büyük öneme sahiptir. Piaget (1970), genellemeyi üst düzey bilişsel bir yapı olarak görmüş ve yansıtıcı soyutlamayı geliştiren bir süreç olarak tanımlamıştır. Mitchelmore (2002) ise kavramın anlamlı bir şekilde öğrenilmesi için genelleme ve soyutlama süreçlerinin birlikte içselleştirilmesi gerektiğini savunmuştur. Genellemeyi aşağıdaki gibi üç farklı şekilde gruplamıştır;

- Genellemenin soyutlama ya da kavramla anlamdaş olabileceği,
- Genellemenin ele alınan kavramın genişletilmiş hali olabileceği
- Genellemenin ele alınan kavramla ilgili bir teorem olabileceği

Bu üç adım genellemeyi ve soyutlamayı oluşturmaktadır. Genel olarak matematik eğitimcileri, genellemeyi ilk gruptaki gibi soyutlama ile eş anlamlı olarak ele almıştır.

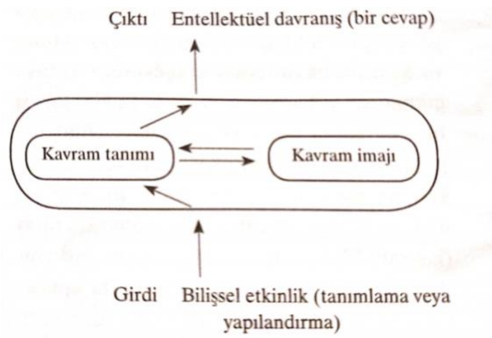
2.2.2. Kavram Tanımı ve İmajı

Kavram tanımı, kavramı direkt ve doğru bir şekilde açıklayan sözel bir ifadedir (Vinner, 1983). Ders kitapları ya da öğretmenler tarafından kullanılan kelime veya sembollerden oluşan matematiksel ifadedir (Bingölbali, 2016). Kavram imajı ise bir kavramla ilgili tüm bilişsel yapılardır (Tall ve Vinner, 1981). Bu bilimsel yapı kavramla alakalı tüm zihinsel görüntüleri, özellikleri ve süreçleri içerir.

Vinner (1983)'a göre kavram imajı bireyin zihninde oluşan kavramlarla ilgili tüm yapıları içerdiği için her zaman kavramın tanımıyla örtüşmeyebilir. Bu durumda yanlış kavram imajı ortaya çıkar. Örneğin öğrenci, sürekli dik üçgen modeliyle aynı konumda karşılaştığından tersten çizilen bir dik üçgeni gördüğünde onun dik üçgen olmayacağını düşünecektir. Öğrencinin zihninde üçgen tek bir konuma indirgendiğinden burada aşırı özelleştirme yapıldığını gösterir ve yanlış bir kavram imajıdır. Buradan bazı yanlış kavram imajlarının kavram yanılgılarından kaynaklandığı söylenebilir (Bingölbali, 2016).

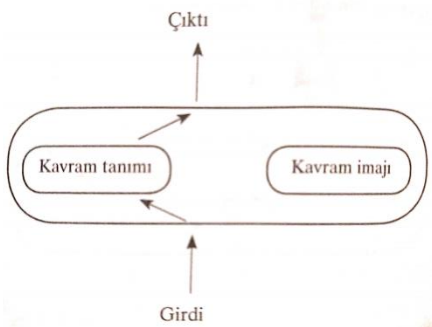
Kavram tanımının kavram imajının bir parçası olarak kabul edilip edilememesi Tall ve Vinner arasında tartışmalı bir konudur. Tall, kavram tanımını kavram imajının bir parçası olarak görürken Tall'a göre Vinner, ikisini de ayrı bir kavram olarak görmektedir. Tall, bu belirsizlik için okuyuculardan istedikleri tanımı kullanmalarını tavsiye etmiştir (Bingölbali, 2016). Matematiksel kavramların ve tanımların öğretilmesine rağmen öğrenciler kavram imajlarını kullanarak problemleri çözmektedir (Vinner, 1983). Öğrenci kavram tanımını kavrarsa bu bilgiden hareketle problemleri çözeceği genel yargısına karşı kavram öğretimi öngörüldüğü şekilde olmamaktadır. Vinner (1983)'a göre "kavram tanımı-kavram imajı-bir bilişsel etkinlik" arasındaki muhtemel etkileşim iki farklı durumda gerçekleşmektedir (Bingölbali, 2016). (1) Öğretilecek kavrama ilişkin imaj yok ve kavram tanımı formal bir şekilde tanıtılabilir, (2) öğretilecek kavrama ilişkin öğrencinin kavram imajı vardır.

Vinner (1983)'a göre ilk durumda öğrencide öğretilecek kavrama ilişkin imaj yok ve kavram tanımı formal bir şekilde tanıtılır. Kavram imajı olmadığı için kavramla ilgili yapılan açıklamalar ve çözülen örnekler sonucunda kavram tanımı ile imajı arasında bir etkileşim başlar. Bireye bilişsel bir etkinlik verildiğinde tanım ve imaj arasında üç süreç yaşanabilir. İlk süreç Şekil 2.1'de aşağıdaki gibi gösterilmiştir.



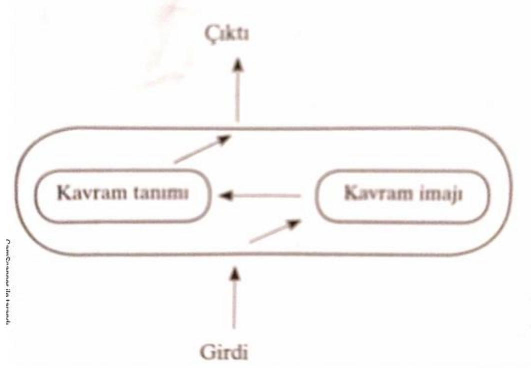
Şekil 2.1. Etkinlik sürecinde tanım ve imaj ilişkisi (Vinner, 1983; Bingölbali, 2016)

İlk süreçte kavram tanımı merkezdedir. Bir girdi ile etkileşimde olan öğrencide zihinsel olarak ne yaşandığı önemlidir. Girdi, önce kavramı, sonra kavrama ilişkin imajı, devamında tekrar kavram tanımı ile etkileşime girip bir çıktıya dönüşür. İkinci süreçte, kavram imajı devre dışı kalabilir. Birey bir uyaranla karşılaştığı zaman girdi, Şekil 2.2'deki gibi kavram tanımıyla etkileşime girerek çıktıya dönüşür.



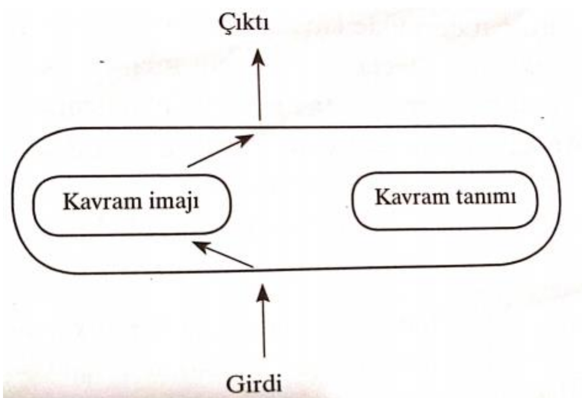
Şekil 2.2. Etkinlik sürecinde imajın pasif kalması (Vinner, 1983; Bingölbali, 2016)

Üçüncü süreçte ise Şekil 2.3'te görüldüğü gibi uyaran önce kavram imajı ile etkileşime geçip daha sonra kavram tanımı ile etkileşim sağladıktan sonra çıktıya dönüşebilir.



Şekil 2.3. Etkinlik sürecinde imajın daha etkin olması (Vinner, 1983; Bingölbali, 2016)

Vinner (1983)'a göre bu süreçler öğretmenler tarafından varsayılmaktadır. Aslında sınıfta yaşanan kavram oluşum süreci daha farklıdır. Bazı kavramların karmaşık yapılarından dolayı bilişsel bir etkinlik sürecinde kullanmak kolay olmadığı için bu kavramların imajını oluşturmak güç olabilir. Bu yüzden kavram tanımını kullanmak gerekmemektedir. Bu durumda öğrenciler verilen ya da ders kitaplarında gördükleri örneklere göre Şekil 2.4'teki gibi bir oluşum süreci geçirir.



Şekil 2.4. Sadece kavram imajının etkin olduğu süreç (Vinner, 1983; Bingölbali, 2016)

Öğrenciler genellikle örneklere dayalı olarak kavram imajlarını oluştururlar. Birey tamamen kavram imajına dayalı bir öğrenme süreci yaşar. Sonuç olarak öğretmenlerin ve matematikçilerin aksine öğrenciler çoğu zaman kavram tanımlarından ziyade bunların imajları üzerinden düşünme süreçlerini gerçekleştirirler. (Bingölbali, 2016).

Vinner (1981)'e göre ikinci durumda, öğretilecek kavrama ilişkin öğrencinin kavram imajı mevcuttur. Bu durumda üç farklı senaryo gerçekleşir. İlk senaryoda kavram imajı, bireyin öğretmeni tarafından verilen ya da ders kitabından öğrendiği tanıma göre değişir. İkincisinde verilen tanımlara göre kavram imajı olduğu gibi kalır. Öğretmenin verdiği kavram tanımını olduğu gibi kullanır. Belli bir süre sonra öğrenci tanımı unutur veya tanım deforme olur. Bu durumda öğrenci başta sahip olduğu imajı kullanır. Üçüncü senaryo da ise öğrenci öğretmenin verdiği tanımı sorulduğunda ifade edebilir. Fakat soruları çözerken yine kendi kavram imajını kullanır. (Bingölbali, 2016).

Kavram tanımı ve imajı çerçevesi kavram oluşumu hakkında genel fikri veren teorik bir çerçevedir. Anlaşılması ve kullanılması son derece kolay olup yalındır. Yalınlığında uygulamada karşılaşılan bazı olguların kolay bir şekilde anlaşılmasına yardımcı olmaktadır (Bingölbali, 2016). Bu çerçeve temel alınarak APOS Teorisiyle bilginin nasıl kademelendirildiği hakkında daha derin bir bakış açısı sunulabilir.

2.3. APOS Teorisi

Piaget (1973), mantıksal-matematiksel yapıları oluşturmak için bireyin zihninde gelişen zihinsel mekanizmaları yansıtıcı soyutlama olarak ifade etmiştir. İki aşamadan oluşan bu yansıtıcı soyutlamada daha düşük düzey ve aşamadan daha yüksek bir aşamaya anlam ve işlemler yansıtılır, daha sonra yeni aşamada yeniden düzenleme ve yapılanma gerçekleştirilir. Derinlemesine düşünmeyi gerektiren yansıtıcı soyutlama, Dubinsky'i daha ileri matematiksel kavramların gelişimini açıklamada güçlü bir araç olabileceğine inanmaya yöneltmiştir. Dubinsky, ilk olarak 1983 yılında yansıtıcı soyutlamayı orta öğretim sonrası matematiğe uygulama ve daha sonra APOS Teorisi haline gelecek olan fikri geliştirmeye başlamıştır. Süreç ve Nesne olan iki aşamayı tanımlayarak bu aşamalar arasındaki farkı bir bilgisayar programı (Pascal) yardımıyla açıklamıştır. Pascal programının tümevarımla matematiksel bir kanıtı temsil ettiğini ve öğrencilerin böyle bir programı yazması, hataları düzeltmesi ve böyle bir programı kullanması durumunda tümevarım anlayışını geliştirebileceklerini söylemiştir. 1985-1995 yılları arasında arkadaşlarıyla

APOS Teorisinin çerçevesini geliştirmiştir. Bugünkü kullanılan temel bileşenler oluşturulmuştur. Bu bileşenler; Eylem, Süreç, Nesne ve Şema olan zihinsel yapılardan ve bu yapıları inşa etmek için gerekli olan içselleştirme, koordinasyon, tersine çevirme, kapsülleme ve temalaştırma olan zihinsel mekanizmalardan oluşmaktadır. Dubinsky, 1995-2003 yıllarında ise, çeşitli hibeler alarak lisans matematik derslerinde müfredat geliştirme projeleri yürütmüştür (Arnon vd., 2014).

APOS, matematiksel kavramların öğrenilme sürecini tanımlayan kavramsal yapıdır (Arnon vd., 2014, Asiala vd., 1997). Bireyler matematikle ilgili kavramları zihinsel yapılar aracılığıyla öğrenirler. Bu yapılar şunlardır:

•Eylem (Action)

•Süreç (Process)

•Nesne (Object)

•Şema (Schema)

Teorinin adı bu yapıların İngilizce karşılıklarının ilk harflerinden oluşmaktadır. Öğrenciler düşünsel yapıları oluştururken soyutlama yapmaktadır. Buna yansıtıcı soyutlama denir. Teoride beş farklı yansıtıcı soyutlama bulunmaktadır. Bunlar;

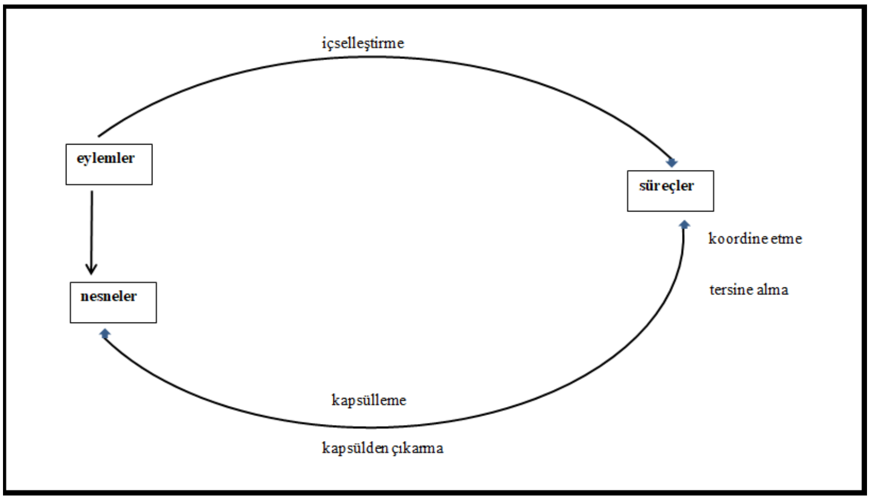
•İçselleştirme (interiorization)

•Kapsülleme (encapsulation)

•Tersine çevirme (reversal)

•Koordine etme (coordination)

•Temalaştırma (thematization)



Şekil 2.5. Zihinsel yapılar ve mekanizmalar (Arnon vd., 2014 kaynağından uyarlanmıştır).

Yukarıda Şekil 2.5'te bir kavramın öğrenilmesi için oluşması beklenen aşamalar ve zihinsel mekanizmaların anlatıldığı bir model verilmiştir. Buna genetik çözümleme adı verilir. Öğrenenlerin izleyeceği yola göre; eylemler nesnelere uygulanır. İçselleştirildiğinde süreç halini alırlar. Süreçlerde eylemler gibi nesnelere uygulanabilir. Kapsüllendiklerinde nesne halini alırlar. Gerektiğinde nesneler de kapsülünden çıkarılarak süreçler oluşturulabilir. Ayrıca farklı süreçler koordine edilerek veya sürecin tersi alınarak yeni bir süreç elde edilebilir. Böylece şemalar temalaştırılarak nesne haline getirilir (Oktaç ve Çetin, 2016).

Bir kavramın oluşturulması daha önce inşa edilmiş olan zihinsel nesneler ile başlar (Asiala vd., 1997). Bu nesneye uygulanan ilk dönüşüm eylem aşamasıyla gerçekleştirilir. Bu aşamada değişimler dışsal gerçekleşir. Formül, algoritma veya benzer örneklerden faydalanarak dışsal dönüştürme gerçekleştirilir. (Oktaç ve Çetin, 2016).

Öğrenen eylemi tekrar ettikçe, onun üzerinde düşündükçe eylem içselleştirilerek süreç kavrayışı oluşur (Asiala vd., 1997). Bu aşamada öğrenen yaptıklarının bilincindedir. Bunun yanında iki farklı sürecin koordine edilmesiyle veya bir sürecin çevrilmesiyle de yani süreçler elde edilebilir (Oktaç ve Çetin, 2016). Burada yapılan dönüştürmeler öğrenenin zihninde gerçekleşir ve dinamiktir. Süreç aşamasında olan bir öğrenci, fonksiyonun açık kuralını uygulama zorunluluğu hissetmeden tanım kümesindeki elemanların diğer kümedeki elemanlara dönüştürülmesini ima eder (Oktaç ve Çetin 2016).

Öğrenenin gerçekleştirdiği değişimler işlem olmaktan çıkarılıp bir bütün şeklinde algılanırsa ve üzerine başka eylemler veya süreçlerin yapılabileceği fark edilirse süreç, nesne olarak kapsüllenir. Bu aşama, diğerlerine göre daha zor gerçekleşmektedir. Bir nesne üzerine bir eylem ya da süreç ortaya konacağı zaman, özelliklerini kullanarak süreç şeklinde ortaya çıkarılmalıdır (Asiala vd., 1997). Birçok matematiksel aktivitede öğrenenin sahip olduğu matematiksel varlığın süreç ve nesne aşamaları arasında gidip gelmesi gerekir (Dubinsky, 2001).

Teoriye göre, belirli bir kavram öğrenilirken bir konu Eylem aşamasına ulaşır. Süreç aşamasına ulaşır, fakat güçlük yaşanır. Ancak çoğu zaman Nesneye ilerlenemez. Bu yüzden potansiyel bir yeni aşama olabileceği düşünülmektedir. Bütünlük (Totality) olarak isimlendirilen bu aşamanın Süreç ve Nesne arasında olabileceği savunulmaktadır. Bir birey, süreç kavramından nesne anlayışına geçtiğinde, süreç üzerinde eylemler yapar veya süreçler hakkında düşünebilir. Süreçten bütünlük aşamasına ilerlerken bazı seviyelere ulaşır ve ardından nesne aşamasına doğru ilerleme gösterebilir. Nesne aşamasına ilerlemede Nesneye Doğru Başlangıç Düzeyi, Nesneye Doğru İlerleme Düzeyi ve Nesnenin Belirme Düzeyi seviyelerine ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak bu aşamanın rolünün belirlenmesi için daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Arnon vd., 2014).

Bütünlük fikrinin gelişimine bakıldığında, ilk olarak bütünlük, Nesne anlayışının bir parçası olarak ele alınmıştır (Dubinsky, 1984; 1987). Daha sonra bütünlüğün nerede olacağı belirsiz olmasına karşın nesneden ayrı bir aşama olarak ele alınmıştır. Yorum olarak ifade edilmiş, yeni bir aşama olarak önerilmemiştir (Cornu ve Dubinsky, 1989). Son olarak Dubinsky ve arkadaşları (2013) tarafından bütünlük; Süreçten Bütünlüğe ve Bütünlükten Nesneye ilerlemenin veriye dayalı tanımlamalarıyla desteklenen olası yeni bir aşama olarak tanıtılmıştır. Bütünlük kavramının, bireyin matematiksel kavram hakkında düşünme şeklindeki bir değişikliği temsil etmekte ve bu gelişim, diğer matematiksel kavramlar hakkındaki düşüncenin gelişimde benzer şekilde gerçekleşmiş olabileceğinden olası bir yeni aşama olması kuvvetli muhtemeldir. Fakat bütünlüğün bir aşama olarak görünme derecesi ve bütünlük kavramının inşa edildiği mekanizma veya mekanizmalar araştırmaya devam etmek için önemlidir (Arnon vd., 2014).

Öğrenenin tek bir değişimi nasıl yapabildiğini açıklamasına bilişsel yapılarından bir ya da bir kaçı yetebilmektedir. Fakat bir matematik konusu birçok eylem, süreç ve nesnenin ilişkisini gösteren bir yapıya göre açıklanabilir. İçerisinde birbirine bağlı ve organize edilmiş yapıları bulunduran çerçeveye şema denir. (Dubinsky vd., 2013). Öğrenenin zihninde yapılandırılan şema tutarlı olmalıdır. Bir yapının şema olarak adlandırılması için bütüncül seviyeye ulaşması gerekir (Oktaç ve Çetin, 2016). Şema APOS aşamalarında en az araştırılmış kısımdır. Üzerinde yapılan çalışmalar devam etmektedir. Bireyler kavramla ilgili zayıf veya kuvvetli şemalar inşa edebilir. Yanlış kavram imajı da oluşabilir. Bu durumda şemaların içerdiği bağlantılar sağlamlaştırılmalıdır.

Alan yazın araştırmalarında, 6. sınıf öğrencileri ile hacim (Dündar, 2019), 7 sınıf öğrencileriyle oran-orantı (Gürbüz, 2018), 8. sınıflarla eğim (Deniz, 2014), denklem (Açıl, 2015) ve karekök (Ocakbaşı, 2019) lise ve üniversite öğrencileriyle limit (Çetin, 2009), eşlik ve dönüşüm (Yılmaz, 2011), iki değişkenli fonksiyon (Şefik, 2017), açı ve ölçümü (Yiğit, 2014), dönüşüm fonksiyon anlayışı (Hollebrands, 2003), üç boyutlu uzay ve iki değişkenli fonksiyonların grafikleri (Trigueros ve Martínez-Planell, 2010), vektör ve lineer dönüşüm (Roa-Fuentes ve Oktaç, 2010), düzgün bir çokgenin simetrileri (Asiala vd., 1998), eğim (Nagle vd., 2019) kavramların oluşumu APOS Teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Yapılan çalışmaların az sayıda olmasına karşın, öğrencilerin araştırılan kavramı oluştururken oluşturdukları modelleme süreçleri, zorlandıkları kısımlar ve eylem, süreç ve nesne aşamalarında hangi oluşumları gerçekleştirdikleri ortaya çıkarılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin temel alınması ile tasarlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerektiği ortaya çıkmıştır.

APOS Teorisi, eylemler, süreçler, nesneler ve şemaları içeren tüm matematiksel yapıları içine aldığından şema oluşumu, Tall ve Vinner (1981)'ın kavram imajı ile benzemektedir (Dubinsky ve Mcdonald, 2001). Burada genetik çözümleme ile şema karıştırılmasına rağmen, genetik çözümleme kavramın nasıl edinileceğini göstermek için oluşturulan bir kavramsal modeldir. Kavramın genetik çözümlemesi sayesinde öğrenenin nerede zorluk yaşayacağı ve hangi aşamada farklılaşmaların gerçekleştiği tespit edilebilir (Arnon vd., 2014).

2.4. Alan Kavramı

Yüzeysel bir şeklin veya nesnenin alanı, bu nesneyi veya şekli örtmek için gerekli olan malzemenin miktarıdır (Argün vd., 2014). Bu yüzden ölçülebilir bir niteliktir. Örtme niteliğine sahip nesnelerin alanından bahsedilebilir. Alandan bahsedebilmemiz için çalıştığımız uzayda örtme kavramı anlamlı olmalıdır (Argün vd., 2014). Alanı ölçebilmek için de yine örtme özelliğine sahip bir birim seçilmelidir. Yani alan ölçmede kullanılacak nesnenin de bir alanı olmalıdır (Olkun ve Toluk, 2003). Alan ölçmede birim olarak karelerden faydalanılır. Bundan sonra yapılacak iş bu karelerden, ölçmek istediğimiz nesnenin içinde kaç tane olduğunun bulunmasıdır. Sonuç olarak ölçmeyi bir nesnenin bilinen bir özelliğinin bu özelliği taşıyan bir birim ile karşılaştırılması ve aradaki ilişkinin sayısal olarak ifade edilmesi eylemidir (Olkun ve Toluk, 2003). Alan ölçmede birim olarak seçilen kare ile şeklin alanını karşılaştırmak ve ilişkiyi sayısal olarak ifade edebilmek için karesel bölgenin alanının ne olduğu bilinmelidir. Bir karesel bölgenin alanının ne olduğunu "Alan Aksiyomu" belirtmektedir (Argün vd., 2014).

Alan Aksiyomu: Her karesel bölgeye (bu bölgenin alanı adı verilen) kenar uzunluğuna karşılık gelen sayının karesi olan bir tek pozitif sayı karşılık gelir.

Alan kavramı öğretimine, bazı nesnelerin kaplama (örtme) niteliğine sahip oldukları ve bazı nesnelerin sahip olmadıkları örnekler verilerek başlanmasında fayda vardır. Daha sonra kaplama niteliğine sahip nesnelerin yine kaplama özelliğine sahip nesne ile ölçülebileceğini gösteren etkinlikler yapılarak alan dediğimiz kavramında bu niteliğin ölçüsü olduğu fark ettirilmelidir (Argün vd., 2014). Niteliğin özelliğini ifade edebilmek için büyük-küçük kavramları kullanılmalıdır (Olkun ve Toluk, 2003). Ardından alan ölçme etkinliklerinde standart olmayan birimler kullanılarak devam edilmelidir. Ölçme eylemi öğrenci tarafından yapılmalıdır. Her ne kadar kareler alan için en yaygın kullanılan mükemmel birimler olsa da birimkarenin alanının 1 birimkare olması alan aksiyomunun bir sonucudur (Argün vd., 2014). Burada birimkarenin anlamı açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmelidir. Seçilen değişik birimlere göre farklı sonuçlar ortaya çıkacaktır. Ortaya çıkan problemin çözülebilmesi için standart birimlere gereksinim oluşacaktır (Olkun ve Toluk, 2003). Standart birimlerle ölçmeye geçildiğinde ölçme amacına göre birimler kullanılmasının gerektiği belirtilerek birimler arasında dönüşümler yapılmalıdır. Olkun ve Toluk (2003) çocukta alan ölçme kavramının gelişimini Tablo 2.1'deki gibi açıklamıştır.

Tablo 2.1. Alan kavramının çocukta gelişimi (Olkun ve Toluk, 2003)

Kavram	Açıklaması
Büyük ve küçük	Temel geometrik şekiller kendi içlerinde ikişerli setler halinde karşılaştırılır.
Büyük daha büyük	Büyüklüğün hissedilebilmesi için şekillerin içleri öğrencilerce farklı renklere boyanır.
Küçük daha küçük	İkili küçük setler kendi aralarında karşılaştırılır.
En büyük, en küçük	İkili büyük setler kendi aralarında karşılaştırılır, büyüklük sıralaması yapılır.
Ne kadar büyük	Birimkarelerden oluşmuş dikdörtgenler içindeki birimkare sayısı bulunur. Bu sayıların boyutlar ile ilişkilendirilmesiyle alan formülü keşfedilmeye çalışılır.

Kar ve Öçal (2019) ise alan ölçülerinin öğretiminde dikkat edilecek hususları aşağıdaki gibi sıralamıştır:

•Alan ölçülerine yönelik kavramsal anlayış geliştirilmelidir.

•Ölçme biriminin açıklayıcı şekilde yorumlanmasına dikkat edilmelidir.

•Standart olmayan ölçme birimlerinin kullanımında yakından uzağa ilkesi benimsenmelidir.

•Öğrencileri tereddütte bırakacak sorular sorulmamalıdır.

•Alan ölçülerinin öğretiminde basitten karmaşığa ilkesi dikkate alınmalıdır.

Outhred ve Mitchelmore (2000) yaptıkları çalışmalarda öğrencilerde sezgisel alan ölçümünün geliştirmesi için ardışık dört temel ilkenin edinilmesi gerektiğini bulmuştur. Bunlar;

1.Dikdörtgen, üst üste binme veya boşluk olmadan birimler tarafından tamamen kaplanmalıdır (tam örtme).

2.Birimler, her satırda aynı sayıda birim içeren bir dizide hizalanmalıdır (mekânsal yapı).

3.Her satırdaki birim sayısı ve satır sayısı, dikdörtgenin kenarlarının uzunluklarından belirlenebilir (boyut ilişkisi).

4.Dikdörtgen dizideki birim sayısı, her satırdaki ve her sütundaki birim sayısından hesaplanabilir (çarpımsal yapı).

5.Kenar uzunluğunun o kenara kaç tane birim yerleştirileceğinin belirlenmesi şeklinde tanımlanmıştır. (doğru ölçümü).

Outhred ve Mitchelmore (2000), yukarıdaki ilkelere göre öğrencilerin kaplama yöntemlerini beş seviyede göstermiştir (Şekil 2.6). Bunlar;

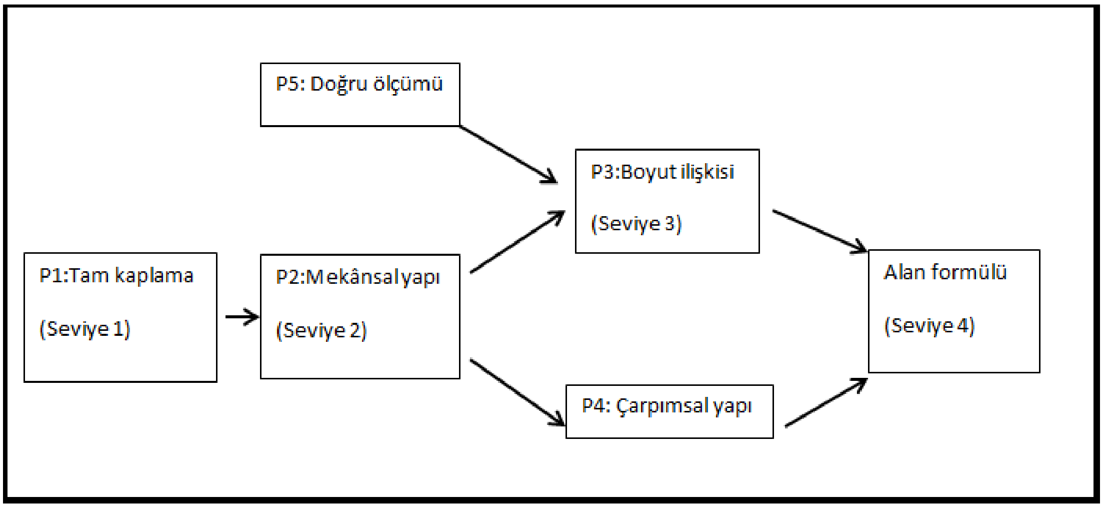
Seviye 0- Eksik Kaplama: Bu seviyedeki öğrenciler boşluk kalmadan verilen nesneyi kaplayamamaktadır.

Seviye 1- Basit Kaplama (ilkel kaplama) : Bu seviyedeki öğrenciler nesneleri kaplarken farklı birimleri sistemsiz kullanmaktadır.

Seviye 2- Birimden yapılan dizi kaplaması: Birimler düzgün bir sıra (satır) yapısına sahiptir. Her sırada aynı sayıda birim olmasına rağmen birimlerin ebatlarına tahminen karar verilir.

Seviye 3- Sıra Kaplaması ve Ölçüm: Birimler sıralar (satırlar) halinde görsel olarak düşünülmektedir. Bu seviyede sıralar yinelenmektedir. Ayrıca kenar uzunluğu da ölçülür.

Seviye 4- Hesaplama yoluyla ölçüm: Öğrenciler bu seviyede dikdörtgenin boyutlarıyla birim büyüklüğünü ilişkilendirerek alan formülünü oluşturur.



Şekil 2.6. Alan formülüne ilişkin önerilen gelişimsel ilişki anlayışı (Outhred ve Mitchelmore, 2000 kaynağından uyarlanmıştır.)

Alan niteliği ile ilgili öğrencilerin kavramsal bilgileri geliştirilirken, mesele verilen düzlem parçalarının öğrencilere kaplattırılmasından daha ileri bir seviyede ele alınmalıdır (Zembat, 2015). Burada önemle üzerinde durulması gereken esas ve zor kısım her sıra ve sıradaki birim sayısının verilen nesnenin boyutlarıyla ilişkilendirilmesidir (Outhred ve Mitchelmore, 2000). Verilen bir yüzeyin birimkarelerle deneysel olarak birimkare adedini saymak olayın bir boyutu iken, birimkareyi alan için bir birim olarak düşünebilmek olayın bambaşka bir boyutudur (Kamii ve Kysh, 2006).

Alan ölçme ile yapılan çalışmalar incelendiğinde, Yıldırım (2016), basamaklı öğretim yönteminin 6. sınıf matematik dersinde öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimlerine etkisini incelemiş, basamaklı öğretim yöntemi ile yapılan öğretimin öğrencilerin hem bilişsel hem de duyuşsal gelişimleri üzerinde mevcut öğretim programına dayalı öğretime göre olumlu yönde daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Tomooğlu (2017), 5E öğrenme modeline dayalı tasarlanana ders ile öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisini araştırmış ve öğrencilerin çoğunun 5E öğrenme modeline dayalı tasarlanan ders ile alan bağıntısını oluşturma kazanımlarını edindikleri ve geometrik düşünme düzeylerinde ilerleme olduğunu ifade etmiştir. Erdem (2018), 7.sınıflarda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin öğrenme ve matematiksel becerilerine etkisini incelemiş, matematiksel modelleme etkinliklerinin sonucunda süreç içerisinde konuya ilişkin kavramları, kavramlar arası ilişkileri matematiksel olarak açıklayabildiklerini, söz konusu gelişmede alan ölçülerek bölgenin birimkare ile kaplanarak alan bağıntısıyla ilişkilendirilmesinin kritik rol oynadığını söylemiştir. Karadöl (2019) ise 6.sınıf düzeyinde gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yöntemi ile yapılan öğretimin öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına olan etkisini araştırmış, gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin öğrenci başarısını artırdığı ve kalıcılığa etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır. McPhail (2007), okulun ilk yıllarında alan ölçümünün öğretilmesi ve öğrenimini incelemiş, alan hesaplama için temel oluşturan bilgi ve beceriler araştırılmıştır. Araştırma sonucunda bir ızgara modeli ve ya tekrarlanan birimler dizisinin alan ölçmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Gürefe (2018), öğrencilerin çoğunun alan hesaplarken çoğunlukla formül kullanmayı tercih ettiklerini, fakat kavramsal olarak anlamlandırmada sıkıntı yaşadıklarını da tespit etmiştir Şişman ve Aksu (2016) ise, alan ve çevre kavramlarının anlaşılmasında ciddi sıkıntıların yaşandığı, çeşitli kavram yanılgılarının görüldüğü ve alan/çevre formüllerinin kavramsal olarak kullanmasında güçlük yaşandığını saptamıştır. Olkun ve diğerleri (2014), geometrik cisimlerin, kavramların özellikleri ve birbirleriyle ilişkileri üzerinde daha fazla vakit harcanarak okullarda yaşanan sıkıntıların önüne geçilebileceğini, öğrencilerin, dinamik matematik yazılımlarıyla kavramlar arasındaki ilişkileri ve kavramların özelliklerini deneyerek kavrayabileceklerini vurgulamıştır. Bu çalışmada ise dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında alan kavramının öğrenciler tarafından nasıl oluşturdukları ve oluşturma sürecinde nerelerde güçlük yaşadıkları detaylı bir şekilde incelenerek giderilmesi düşünülmüş ve alınyazındaki önemli br boşluğu doldurmak hedeflenmiştir.

Matematik öğretim programında alan ölçme öğrenme alanında öğrencilerin, 3.sınıfta şekillerin alanını; standart olmayan uygun malzeme ile kaplaması ve ölçmesi, 4.sınıfta kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirmesi beklenir. 5.sınıfta santimetrekare ve metrekare cinsinden dikdörtgenin alanını hesaplamaları, 6.sınıfta dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak paralel kenar ve üçgenin alanlarını hesaplamaları beklenmektedir (MEB, 2018).

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma türü ve deseni hakkında bilgi verilerek araştırma tasarımı, pilot çalışma, katılımcılar ve veri toplama araçları, uygulama ve veri analiz süreci literatürle birlikte desteklenerek ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni

Bu çalışma, 5.sınıf öğrencilerinin alan kavramını dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında oluşturma süreçlerini APOS Teorik çerçevesinde incelemeyi amaçlamaktadır. İlgili süreçlerin dinamik ve karmaşık yapısının çözümlenmesi ve derinlemesine incelenmesi için bu araştırma nitel araştırma yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırma, araştırılan konuyu süreçleri deneyimleyen bireylerin bakış açılarından görebilmeyi ve bu bakış açılarını oluşturan sosyal yapı ile süreçleri ortaya koymaya olanak vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Araştırmacı, dinamik bir matematik yazılımı olan GeoGebra ile çalışma kağıtları hazırlamış, Zoom aracılığı ile uzaktan eğitim şeklinde 5.sınıf öğrencilerinin alan kavramını oluşturma süreçlerini incelemiştir. Çalışma, durum çalışması olarak desenlenmiştir. Durum çalışmasının en temel özelliği bir ya da birkaç durumun derinliğine araştırılmasıdır. Yani bir duruma ilişkin etkenler bütüncül bir yaklaşımla araştırılır, ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Alan kavramının oluşumunda dikdörtgenin alanına odaklanıldığı için çalışmada ele alınan durum dikdörtgen olarak düşünülmüştür.

3.2. Araştırma Tasarımı ve Yürütülmesi

Bu çalışmada öncelikle çalışmanın yapılacağı sınıf düzeyi belirlenmiş ve sonrasında dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamına uygun çalışma kâğıtları oluşturulmuştur. Alan kavramı öğrenimi için gerekli olan ön bilgileri belirlemek amacıyla hazırbulunuşluk testi geliştirilmiştir. Öğretim süreci tasarlandıktan sonra pilot çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmaların ışığında asıl uygulama süreci planlanmıştır. Çalışma takvimi (Tablo.3.1) ve asıl uygulama planı (Tablo.3.2) aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.1. Çalışma takvimi

Tarih	**Yapılan çalışmalar**	**Katılımcı sayısı**
2019-2020 Güz Dönemi	Öğretim ortamlarının tasarlanması	
2019-2020 Bahar Dönemi		
Mayıs 3.hafta	Pilot çalışma 1	1
Mayıs 4. ve Haziran 1.hafta	Pilot çalışma 2	17
Haziran 2. ve 3.hafta	Asıl uygulama	13

Tablo 3.2. Asıl uygulama planı

Yapılan çalışmalar	**Süre**	**Uygulama zamanı**	**Katılımcı sayısı**
Hazırbulunuşluk testi	40 dk	08.06.2020	22
Ders 1	40 dk	09.06.2020	13
Klinik görüşmeler 1	17 dk	10.06.2020	6
Ders 2	40 dk+40 dk	11.06.2020	11
Klinik görüşmeler 2	21 dk	12.06.2020	5
Ders 3	40 dk	15.06.2020	13
Klinik görüşmeler 3	20 dk	15.06.2020	6
Ders 4	40 dk	16.06.2020	13
Ders 5	40 dk	18.06.2020	13
Genel görüşmeler	25 dk	19.06.2020	6

Asıl uygulama planında, 5 katılımcı ile yapılan görüşmelerin ortalama süresi verilmiştir.

3.3. Pilot Çalışmalar

Veri toplama işlemi, coronavirüs salgını sürecinde gerçekleştirilmiştir. Tüm dünyayı tehdit eden bu salgın ulusal düzeyde eğitim öğretimin uzaktan eğitim ile gerçekleştirilmesine neden olmuştur. Bundan dolayı veri toplama işlemi gerçekleştirilmeden önce, araştırmacının ve öğrencilerin salgının getirdiği kısıtlamaları, yaşadıkları bölgedeki internet ve teknolojik alt yapının zayıf olma durumları, bilgisayar öz yetersizlikleri, uzaktan eğitime yönelik tutumları, kişisel bilgisayara sahip olma durumları, salgına yönelik korku ve kaygı yaşama durumları düşünüldüğünde süreci uzaktan yürütmelerinde karşılaşabilecekleri güçlüklerin tespit edilmesi için pilot çalışmalar yapılmıştır. Ayrıca bu çalışmalarla araştırmacının gözlem ve görüşme yapma, veri toplama, verileri analiz etme ve yorumlama becerilerinin geliştiği düşünülmektedir. Ayrıca asıl uygulamada yaşanılabileceği düşünülen eksiklikler öngörülerek giderilmiş ve çalışmanın güvenirliği artırılamaya çalışılmıştır. Yapılan pilot çalışmaların dinamik matematik yazılımı destekli uygulanmasında ve verilerin analiz sürecinde APOS Teorisinden yararlanma konusundaki güçlü ve zayıf yönleri ortaya çıkaracağı, zayıf yönlerin giderilmesini sağlayacağı düşünülmüştür.

İlk pilot çalışma, bir katılımcıyla yapılmıştır. Karadeniz bölgesinde büyük bir ile bağlı olan bir merkez ilçenin devlet ortaokulunda öğrenim gören bir 5.sınıf öğrenci ile çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencinin seçilmesinde salgın sürecinde sokağa çıkma yasaklarının olması, mesafe ve öğrencinin yakından tanınması belirleyici olmuştur. Ayrıca, öğrencinin asıl uygulamanın yapılacağı okulda öğrenim görmesi okul hakkında detaylı ve kritik bilgiler elde etmeyi sağlamıştır. Çalışma Mayıs ayının 3. haftası gerçekleştirilmiştir. Alan kavramını oluşturmak için gerekli önbilgilerin sahip olunmuş olmasına dikkat edilmiş, öğrenme süreci alan kazanımlarına geldiğinde uygulamaya geçilmiştir. Veli onay mektubu ile izin alınarak öğrenci, gönüllü olarak araştırmaya katılmıştır. Öğrencinin önbilgilerinin belirlenmesi ve hazırbulunuşluk düzeylerinin saptanması amacıyla hazırlanan hazırbulunuşluk testi (Ek.1) uygulanmış, öğrencinin kazanıma yönelik seviyesi belirlenmiş, uygulama gerçekleştirilerek klinik görüşmeler yapılmıştır. Ders içinde kullanılacak çalışma kâğıtları bir gün önceden öğrenciye verilmiştir. Pilot çalışma sürecinde bazı güçlükler yaşanmış ve asıl uygulamada bunlarla karşılaşmamak için aşağıda belirtilen değişikler yapılmıştır.

Uzaktan eğitim aracı olarak kullanılan Zoom programı yoluyla eğitim yapılmıştır. Etkinliklerin içeriğinde GeoGebra bağlantı adresleri çalışma kâğıtlarında verilmiş, fakat uzaktan eğitim sırasında açılmamıştır. Bu yüzden asıl uygulamada etkinlik için bağlantı verilmeden direkt açarak kullanılmıştır. Böylece GeoGebra etkinliklerinin Zoom yoluyla nasıl kullanılacağı keşfedilmiştir. Ayrıca araştırmacı ve katılımcı Zoom programını matematik dersinde etkili kullanabilmek için tecrübe elde etmiştir.

İkinci pilot çalışma, beş katılımcıdan oluşmaktadır. Birinci pilot çalışmada olduğu gibi aynı ilde fakat farklı bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecinden önce gerekli izinleri almak için gerekli belgeler ilgili kurumlara gönderilmiş, fakat salgından kaynaklı okullarda uygulamayı başlatmak için gereken izin gecikmiştir. Bundan dolayı araştırmacının okul yöneticilerini ve ders öğretmenini tanıması, bu okulun seçilmesinde belirleyici olmuştur. Çalışma Mayıs ayının son haftası ve haziran ayının ilk haftası gerçekleştirilmiştir. Alan kavramını oluşturmak için gerekli önbilgilerin sahip olunmuş olmasına dikkat edilmiş, öğrenme süreci alan kazanımlarına geldiğinde uygulamaya geçilmiştir. Veli onay mektubu ile izinler alınarak 17 öğrenci gönüllü olarak çalışmaya katılmıştır. Uygulama, Zoom programı ile aynı alt yapıya sahip olan EBA Canlı ders ile yapılmıştır. Okul yönetiminin aldığı karar doğrultusunda matematik ve diğer derslerin EBA Canlı ders yoluyla işlenmekte olduğu görülmüş öğrencilerin bu platformu tanıması ve etkili kullanması pilot çalışmanın da bu yolla yapılmasında etkili olmuştur. Ayrıca, EBA Canlı ders uygulamasının Zoom ile aynı alt yapıya sahip olması asıl uygulama için gerekli olan deneyimin kazanılmasına da engel oluşturmamıştır.

Ders öğretmeninden öğrenciler hakkında detaylı bilgiler alınmış, öğrencilerin ön bilgilerinin ölçülmesi için hazırbulunuşluk testi uygulanmıştır. Okul yönetimince seviye sınıfına ayrılan öğrencilerin test sonuçları da benzer çıkmıştır. Seviyelerine göre ayrılmış iki ayrı sınıf test sonucu da bu bölünmeyi desteklemiştir. Ders öğretmeninin görüşleri de alınarak hazırbulunuşluklarına göre 6 katılımcı belirlenmiştir. Katılımcıların belirlenmesinde, hazırbulunuşluk testindeki başarı seviyeleri ve iletişim becerilerinin iyi olması etkili olmuştur. Her yapılan uygulamadan sonra içerisinde derste yapılan etkinlik, bilgi notları ve ödev erişimlerinin olduğu ders planı WhatsApp aracılığı ile öğrencilere gönderilmiştir. Yapılan derslerin ardından görüntülü telefon görüşme yoluyla klinik görüşmeler yapılmıştır. EBA canlı ders uygulamasında öğrencinin derse katılım sağlayabilmesi için çizim yapma özelliği mevcuttur. Fakat etkinlikleri kendisinin yapabilmesi için kontrol alma özelliği bulunmamaktadır. Dolayısıyla bu durum karşılıklı etkileşimi kısıtladığı için asıl uygulamada Zoom kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca öğrencilerin derse bağlanmada beklenenden daha fazla sıkıntı yaşaması bu seçimde etkili olmuştur.

Pilot çalışmada özellikle sınıf içi uygulamalarda bazı aksaklıklar oluşmuş, asıl uygulamada bu aksaklıklarla karşılaşmamak için aşağıda belirtilen değişiklikler yapılmıştır. Ders 2'de alan formül kavramının oluşması amacıyla yapılan Etkinlik 2 ve Etkinlik 3'de 40 dakikalık ders süresi yetersiz kalmış, kavramın oluşumu yarıda kalarak gerçekleşmemiştir. Asıl uygulamada bu ders art arda 40 dakika şeklinde planlanmıştır. Üst grupta bulunan öğrencilere verilen ödevlerin basit gelmesi, öğrencilerin derse karşı ilgisini azaltmış, asıl uygulamada ödev içeriği zenginleştirilmiştir. Ayrıca araştırmacı klinik görüşmelerde katılımcılar ile etkili bir iletişim kurma becerisi geliştirmiş, öğrencilerin kavramı nasıl oluşturduğu anlayabileceği sağlayan bir deneyim kazanmıştır. Böylece asıl uygulama için öğrencilerin kavram oluşum süreçlerini destekleyecek şekilde tasarladığı öğretim ortamına düzeltmeler ve eklemeler yapmıştır. Pilot çalışmada 3 görüşme yapılmasına rağmen, asıl uygulamada tüm süreci kapsayacak şekilde öğrencilerin tutumlarını belirlemeye ve elde edilen verileri teyit etmek amacıyla son görüşme yapılmasına karar verilmiştir.

3.4. Katılımcılar

Bu çalışma, Karadeniz bölgesinde büyük bir ilde bulunan bir imam hatip ortaokulda öğrenim gören beş 5.sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Dinamik matematik yazılımı destekli öğretime uygun öğretim gerçekleştirmek amacıyla okuldaki 5 sınıftan biri amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilmiştir. Öğrencilerin internet bağlantısının olması, etkileşimde bulunmaları, kendilerini ifade edebilmeleri önemli ölçütler arasındadır. İmam hatip ortaokulundaki kız ve erkek sınıflarından belirtilen ölçütlere sahip kız sınıfı ile uygulama yapılmasına karar verilmiştir. Klinik görüşmelerin yapılacağı katılımcılar ise yine amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi ile seçilmiştir. Bu örnekleme yöntemindeki amaç, çeşitliliği sağlamak yoluyla evrene genelleme yapmak değil, çeşitlilik gösteren durumlar arasında ne tür ortaklıkların veya benzerliklerin (aynı ölçüde de farklılıkların) var olduğunu bulmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

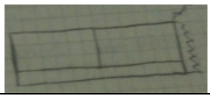
Öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini belirlemek amacıyla sınıftaki 22 öğrenciye hazırbulunuşluk testi uygulanmıştır. Testin sonuçları, öğrencilerin gönüllü katılımları ve derse bağlanabilmeleri göz önünde bulundurularak 13 kişiden oluşan bir grup oluşturulmuştur. Öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri ve iletişim becerileri dikkate alınarak beş katılımcı seçilmiş ve katılımcılar ile gerçekleştirilen görüşmelerde bilgi açısından zengin durumlar elde edilmesi ve bu durumlar arasındaki ilişkinin açığa çıkarılması hedeflenmiştir. Katılımcıların kendini iyi ifade edebilmesi ve farklı hazırbulunuşluk seviyelerinde olmalarına dikkat edilmiştir. Sınıf öğretmeninin öğrenciler hakkında görüşleri alınıp kavram oluşumda zihinde yaşanan süreçleri iyi aktarabilecek öğrenciler belirlenmiştir. Katılımcılar “Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5” şeklinde kodlanmıştır. Katılımcıların hazırbulunuşluk testinden aldıkları sonuçlar, aşağıdaki gibi gösterilmiştir (Tablo.3.3).

Tablo 3.3. Klinik görüşmeler için seçilen katılımcıların hazırbulunuşluk test sonuçları

Katılımcılar	**Cinsiyet**	**Doğru (tam-eksik) / Yanlış (yanlış-boş)cevap sayısı**
Ö1	Kız	12 / 7
Ö2	Kız	13 / 6
Ö3	Kız	15 / 4
Ö4	Kız	14 / 5
Ö5	Kız	16 / 3

Açık uçlu sorulardan oluşan testte, eksik veya tam cevaplar doğru, boş veya yanlış cevaplar yanlış kabul edilmiştir. Aşağıda katılımcılara ait hazırbulunuşluk testinin detaylı sonuçları (Tablo.3.4) ve genel bilgiler verilmektedir.

Tablo 3.4. Klinik görüşmeler için seçilen katılımcıların hazırbulunuşluk testinin detaylı sonuçları

Test numarası	**Ö5**	**Ö4**	**Ö3**	**Ö2**	**Ö1**
1	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm
2	D-Y-Y-D	D-Y-Y-D	D-Y-Y-D	D-Y-Y-D	D-Y-Y-D
3	3m 20 cm	320 cm	*236 cm*	320 cm	320 cm
4	C	C	C	C	C
5	12	12	12	12	12
6	*32*	8	8	8	8
7	46 cm	46 cm	46 cm	46 cm	46 cm
8	20 cm	20 cm	20 cm	20 cm	20
9	C	A*	C	C	C
10	Değişmez	Değişmez	*Artar*	-	Değişmez
11	8 fayans	8 fayans	8 fayans	8 fayans	8 fayans
12	1+1,5=2.5 *birimkare	*2birimkare*	2.5birimkare	2,5 buçuk	2 buçuk
13	24 birimkare	24birimkare	24 birimkare	24birimkare	*30birimkare*
14	II > I > III	II > I > III	II > I > III	*26=26=26*	*I=II=III*
15	35+4=39 birimkare	*40birimkare*	39 birimkare	*35*	*44birimkare*
16	3x3=9 (kare) 4x2=8 (dikdörtgen) Kare daha fazla	Kareli alan	*İkisinide seçebilirdim*	*İkisinide seçebilirdim*	*İkiside olabilir,farketmez*
17	-	*B*	D	*A*	-
18	15+8=23	*24*	23	*24*	*24*
19		*L şeklinde kesilir*	-	-	*Tek ve düz bir çizgi şeklinde keserdim*

Tablo 3.4' te eksik cevaplar "*" sembolüyle, yanlış cevaplar italik yazılmıştır.

Ö1

Uzunluk, çevre ve üslü sayılar sorularının (ilk 9 soru) hepsini doğru cevaplamıştır. Alan korunumu ile ilgili soruyu (10.soru) da açıklayarak doğru cevap vermiştir. Fakat alan kavramına ait soruların sadece 2 tanesini doğru cevaplayarak çoğunu yanlış cevaplamıştır. Ö1 için alan, çevre anlamına geliyor diyebiliriz. Örneğin kareli zeminde verilen şeklin alanı için çevresini hesaplayarak 30 cevabını vermiştir. Alanları büyükten küçüğe sıralayın denildiğinde şekillerin çevrelerini hesaplayarak "çevre uzunlukları eşit olduğu için eşit" cevabını vermiştir. Başka bir soruda (16.soru) farklı alanlara sahip iki çikolatadan çikolata seven biri olarak hangisini seçersiniz denildiğinde "iki şekilde aynı olduğu için fark etmez" cevabını vermiştir. Çikolataların çevrelerini hesaplamıştır. Kendini iyi ifade edebilen, sınıf içinde veya birebir görüşmelerde düşündüklerini rahatlıkla aktarabilen, arkadaşları tarafından sevildiği düşünülen Ö1, derslere genellikle tablet ile katılım sağlamıştır.

Ö2

Uzunluk, çevre ve üslü sayılar sorularını (ilk 9 soru) doğru cevaplamıştır. Alan korunumuna ait soruyu (10.soru) boş bırakmıştır. Alan kavramına ait sorulardan da 3 tanesine (11., 13,, 15.sorular) doğru cevap vererek çoğunu yanlış cevaplamıştır. Kareli zeminde verilen alan soruları doğru cevaplamasına rağmen yine kareli zeminde verilen 3 farklı şeklin alanlarını büyükten küçüğe sıralayın sorusuna (14.soru) "I=II=III" cevabını vererek çevrelerine bakmış, yanlışa gitmiştir. Ö2 için alan ile çevre kavramları arasında bir fark olmadığı, alanın çevre anlamına geldiğini söyleyebiliriz. Çikolata sorusuna (16.soru) ise "ikisi de aynı" diyerek kareyi seçip bir seçim yapmıştır. Kendini iyi ifade eden Ö2, sınıf içinde fazla söz hakkı almamakta, fakat birebir görüşmelerde detaylı bir şekilde düşündüklerini ifade edebilmekte, kafasına takılan soruları rahatlıkla sorabilmektedir. Derslere genellikle bilgisayar ile katılım sağlamıştır.

Ö3

Uzunluk sorularından birini (3.soru) yanlış, çevre ve üslü sayılar sorularını doğru cevaplamıştır. Alan korunumu ile ilgili soruya (10.soru) "son durumda alanın genişlediğini, daha fazla doğru parçası olacağından alanın artacağını" ifade etmiştir. Şeklin bir parçası alınıp farklı bir kenarına eklendiğinde şeklin alanı değişmediği için alan korunumu ile ilgili soruyu yanlış cevaplamıştır. Çikolata sorusuna (16.soru) "ikisini de seçebileceğini" söyleyerek sadece bu soruyu yanlış cevaplamıştır. Son soruyu boş bırakarak diğerlerini doğru cevaplandırmıştır. Sessiz, çekingen bir öğrenci olduğu düşünülen Ö3, matematiğe karşı önyargılı olmakla birlikte sağlam bir alt yapıya sahiptir. Birebir görüşmelerde kısa cevaplar vermiş, derinlemesine bilgi elde etmek için araştırmacının yönelttiği soruları cevaplamaya özen göstermiştir. Derse bilgisayar ile katılmıştır.

Ö4

Uzunluk, çevre ve üslü sayılar sorularını (ilk 9 soru) doğru cevaplamıştır. Alan korunumuna (10.soru) sahiptir. Kareli zeminde verilen alan sorularının çoğunu (11., 13., 14.sorular) ve noktalı zeminde verilen çikolata sorusunu (16.soru) doğru cevaplandırmıştır. Ama noktasız zeminde verilen kenar uzunlukları çentiklerle eşit aralıklarla ayrılmış şeklin alanını (18.soru) ise yanlış bulmuştur. Çentikleri birleştirerek kare oluşturup onları saymak yerine kenarları üzerinde bulunan çentikleri ve köşeleri sayarak şeklin çevresini hesaplamıştır. Ayrıca farklı alan sorularında bir şeklin yaklaşık değeri ile üçgen ve yamuğun alanını eksik hesaplamıştır. Sessiz, sakin, söz almayı fazla sevmediği düşünülen Ö4, birebir görüşmelerde kendini daha iyi ifade etmiştir. Derse bilgisayar ile katılmıştır.

Ö5

Üslü sayılar sorularından verilen sembolün karesi 64 ise bu sembolün ne ifade ettiği (6.soru) sorusunu 64'ü 2'ye bölerek yanlış cevaplamıştır. Diğer üslü sayılarla ilgili soruları (4. ve 5. soruları) doğru cevaplamıştır. Uzunluk, çevre (ilk beş soru ve 7., 8., 9. sorular) ve alan sorularını (17. ve 19.sorular hariç) doğru cevaplamıştır. Son soruda dikdörtgen ile aynı alana sahip bölgeyi şeritten oluşturması istenmiş, şeridi iki farklı yerden keserek oluşturmuştur. Ancak, soruda sadece tek bir kesim ile aynı alanı oluşturmalıdır. Bu yüzden bu cevabı yanlış kabul edilmiştir. Sınıfın en iyi öğrencilerinden olduğu düşünülen Ö5, matematiğe karşı ilgili, yetenekli ve çalışkandır. Arkadaşları arasında sevilen, sınıf içi etkileşimi kuvvetli olduğu düşünülen öğrenci, derse genellikle tablet ile katılmış, tabletle katılamadığında telefon ile bağlanabilmiştir.

3.5. Verilerin Toplanması

Bu bölümde veri toplama araçları ve öğretim sürecinden bahsedilmiştir.

3.5.1. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın veri toplama araçları öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini ve ön bilgilerini ortaya koymak amacıyla hazırlanmış olan hazırbulunuşluk testi, klinik görüşme soruları, etkinlik kâğıtları ve birebir görüşmelerde kullanılan bireysel çalışma kağıtlarından oluşmaktadır.

3.5.1.1. Hazırbulunuşluk Testi

Çalışmanın öğretim sürecine başlamadan önce, mesleki deneyim, uzman görüşleri ve alan yazı taramasına göre alan kavramı için önkoşul olduğuna inanılan kavramları içeren (on beş açık uçlu, bir doğru yanlış, üç çoktan seçmeli) bir test geliştirilmiştir (Ek.1). Bu test başlıca uzunluk ölçme, üslü ifadeler, çevre ölçme ve alan ölçme alt öğrenme alanlarından oluşmaktadır. Testin kapsam geçerliliğini sağlamak için 5 matematik eğitimi uzmanı ve 15 yıllık deneyime sahip bir ortaokul öğretmeninin görüşü alınmıştır. Uzman görüşlerine göre birçok soruda metin içeriği ve görselinde öğrenci tarafından daha iyi anlaşılması için değişiklikler yapılmıştır. Ayrıca ilk soruda çizgi kelimesi yerine öğrencilerin doğru parçası kavramını öğrendikleri için doğru parçası kullanılmıştır. Bir soru da 17. soru ile aynı bilgiyi ölçtüğü için testten çıkarılmıştır. Dört soru çoktan seçmeli yerine açık uçlu olacak şekilde değiştirilmiştir (4., 6., 7., ve 8.soru). Revize edilen test, pilot 2 de uygulanmıştır. Test uygulandıktan sonra öğrencilerin anlamakta güçlük çektiği noktalar düzeltilerek güvenirliği artırılmaya çalışılmış ve teste son hali verilmiştir.

3.5.1.2. Etkinlik Kâğıtları

Her ders için etkinlik kâğıdı oluşturulmuştur. Dersin içeriğini gösteren etkinlik kâğıdında, o derste yapılacak etkinlik, bilgi notları ve ödev içeriğine ulaşacakları ödev erişim adresleri bulunmaktadır. GeoGebra etkinlikleri, kalem ve kâğıdın hâkim olduğu durağan bir yapıya sahip geometri öğretimini bilgisayar ekranına taşıyarak dinamik hale getirmiştir. Alan kavramına ait değişimleri gözlemleyerek geometrik ilişkilerin ortaya çıkarılmasını sağlamıştır. Öğrencilerin uzaktan eğitim sürecinde ders esnasında dersten koptuklarında dersin önemli noktalarını kaçırmamaları için etkinlik kâğıdına bilgi notları eklenmiştir. Ayrıca öğrencilerin derste öğrendiklerini pekiştirmeleri için ödev kısmı da eklenmiştir (Ek.3).

3.5.1.3. Klinik Görüşme ve Bireysel Çalışma Kâğıtları

Görüşme, nitel araştırmalarda en sık kullanılan veri toplama aracıdır. Stewart ve Cash (1985) görüşmeyi, "önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci" olarak tanımlamıştır. Bu tanımda,

süreç, "iletişimdeki sürekliliği ve dinamikliği"

karşılıklı, "iki veya daha fazla birey arasında gerçekleşen karşılıklı etkileşimi"

etkileşimli, "görüşmeye dahil olan bireyler arasında oluşan bireysel arası bağı"

önceden belirlenmiş ciddi bir amaç, "görüşmeye dahil bireylerden en az birinin belirli bir amacı olduğunu ve bu amaca yönelik bilgi toplama çabası olduğunu" ifade eder (aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Bu çalışmada kavram oluşturma süreçlerini derinlemesine incelemek amacıyla yukarıdaki tanıma göre yarı yapılandırılmış görüşme formu oluşturulmuştur. Altı uzman kişinin görüşü alınarak formun amaca uygunluğu ve işlevliği teyit edilmiştir.

Görüşler doğrultusunda forma son hali verilmiştir (Ek.2). Çalışmada etkinliklerin derste uygulanmasının ardından beş katılımcı ile görüşme formuna göre klinik görüşmeler yapılmış daha sonra tüm öğretim sürecinin tamamlanmasıyla son bir görüşme daha yapılmıştır. Görüşmelere başlamadan önce, gönüllü katılım sağlayan öğrenciler süreç hakkında bilgilendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerle birlikte velilerde dolaylı olarak sürece dâhil olmuştur. Görüşmeler görüntülü telefon ile gerçekleştirilmiş, öğrencilerin bireysel telefonları olmadığı için velilerin telefonuyla iletişim sağlanmıştır. Dolayısıyla ilk önce veliye görüşmenin içeriği hakkında bilgi verilmiş, ardından öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Böylece veli-öğrenci-araştırmacı işbirliği yapılarak süreç içerisinde karşılıklı bir etkileşim gerçekleştirilmeye çalışılmıştır.

Alan kavramına ve alan formül kavramına yönelik hazırlanan etkinlerin ardından seçilen katılımcılarla önce klinik görüşmeler yapılmış, daha sonra tüm öğretimin değerlendirilmesi için son bir görüşme daha yapılmıştır. Her dersin amacına yönelik hazırlanan etkinlik uygulandıktan sonra diğer derse geçmeden ve o derse ait ödev yapıldıktan sonra görüşmenin yapılmasına özen gösterilmiştir.

Yapılan klinik görüşmelerde kavram oluşumunda gerçekleşen bilişsel süreçlerin nasıl gerçekleştiğini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin doğru ve samimi şekilde tepkide bulunmalarını sağlayacak rahat bir ortam oluşturulmuştur. Süreç boyunca veli-öğrenci-araştırmacı işbirliği, ev ortamı bu oluşumda önemli etmenlerdir. Ayrıca tüm klinik görüşmeler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Sadece bir görüşmede ses kaydı yanında görüntü kaydı da alınmıştır. Öğrencilerden yaptıkları tüm çözümleri bireysel çalışma kâğıtlarına yazmaları, görüşmenin ardından fotoğraflarını (WhatsApp) uygulama aracılığıyla göndermeleri istenmiştir.

3.6. Öğretim Süreci

Bilgisayar teknolojisin matematik öğretimi ortamlarında kullanılmaya başlaması ile matematik müfredatının içeriğinin değişmeye başladığı ifade edilmektedir. Çalışmanın yapıldığı süreçte covid-19 salgınından dolayı eğitimde erişim için bilgisayar kullanımı gerek ve yeter şart olmuştur. Bu durum öğrencilerin teknoloji sayesinde matematiksel tecrübe gerçekleştirmelerine imkân sağlamıştır. Okullarda öğretilen matematik derslerinin içeriğinin rutin algoritmalar ve kâğıt ve kalem tekniklerini öğretmek yerine matematiksel model inşa ederek ilişkilere odaklanmaya doğru evrilmesine ve yeniden düzenlenmesine sebep olmuştur. Teknoloji sayesinde öğrencinin zihninde gizli olan içsel temsillerin bilgisayar ekranında dışa vurulduğu (Hoyles,1997) ve yazılım geri bildirimleri ile bu içsel temsilin yeniden gözden geçirilerek düzenlendiği söylenebilir. Çalışmada bilgisayardan öğretici rolünden faydalanılmıştır. GeoGebra yazılım ortamında hazırlanan etkinlikler öğrencilere sunulmuş, öğrenciler gözlem yaparak bazı komutları yerine getirerek alan kavramını oluşturmaya yönelik sorular yöneltilmiştir.

Öğretim süreci yukarıda ifade edilen fırsatlara ve bilgisayarın rolüne göre oluşturulmuştur. Öğrencilere hazırbulunuşluk testi uygulandıktan sonra sürecin öğrencilere sağladığı imkânlar doğrultusunda çalışma grubu oluşturulmuştur. Çalışmanın sürekliliği, veri alışverişini sağlayabilmek ve süreç hakkında öğrencileri bilgilendirmek için WhatsApp üzerinden özel bir grup kurulmuştur. Dersin günü, saati ve derse hangi bağlantı ile bağlanabileceği bu grup sayesinde öğrencilere iletilmiştir.

Öğrenilecek kavram oluşum sürecinde, matematikleştirme süreçlerini kolaylaştırmak için öğrencilere üç ayrı etkinlik sunulmuştur. Bu etkinlikler, Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından hazırlanan kazanımlara göre hazırlanmıştır. Ele alınan kazanımlar aşağıdaki gibidir (MEB, 2018):

5.2.4.1. Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetrekare ve metrekareyi kullanır.

a) Kare, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır.

b) Ayrıca alan kavramını anlamlandırmaya yönelik çalışmalara yer verilir.

5.2.4.2. Belirlenen bir alanı santimetrekare ve metrekare birimleriyle tahmin eder.

Tahminlerin ölçme yaparak kontrol edilmesine yönelik çalışmalara yer verilir.

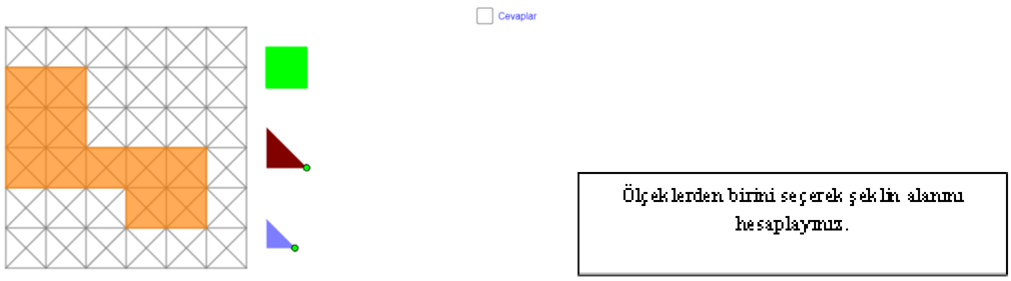
5.2.4.3. Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.

a) Kenar uzunlukları doğal sayı olacak biçimde sınırlandırılır.

b) Geometri tahtası ve benzeri araçlarla yapılan çalışmalara yer verilir.

Etkinlikler sanal sınıf ortamında sunulmuştur. İstekli öğrencilerden bilgisayar kontrolünü alabilecek imkâna sahip öğrenciye kontrol verilmiş etkinlikte yapılması gereken komutları yerine getirdikten sonra öğrenciye sorular yöneltilmiştir. Sınıf içi tartışmalar gerçekleştirildikten sonra içerisinde ödev erişim adreslerinin bulunduğu ders içeriği öğrencilere gönderilmiştir. Dersin ertesi gününde klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmelerden sonra öğrencilerin fikirlerini sınıf içerisinde paylaşmaları istenmiş, öğrencilerin kavram ile ilgili eksiklerinin veya kavram yanılgılarının giderilmesi amaçlanmıştır. Öğretim süreci boyunca bu döngü tekrar etmiştir.

İlk GeoGebra destekli etkinlik Şekil 3.1'de gösterilmekte ve *"M.5.2.4.1. Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetrekare ve metrekareyi kullanır."* (MEB, 2018) kazanımı ile ilgilidir. Bu etkinlikte alan kavramını oluşturmak amaçlanmıştır. Etkinlik, Kar ve Öçal (2019)'ın ölçekler yardımıyla alan belirlemeye yönelik hazırlanan GeoGebra 10.a etkinliğinden uyarlanmıştır. Etkinlik, bir ders saatinde çözüleceği düşünülmüştür. Etkinliği açmadan önce, öğrencilerin alan hakkında bildiklerini sözel olarak ifade etmeleri, alana sahip nesnelere örnekler vermeleri istenmiştir. Ardından üzeri yapışkanlı kâğıtlarla (post-it) kaplanmış somut bir materyal olan kartonun alanının ne olduğu sorulmuştur. Cevaplar değerlendirildikten sonra GeoGebra etkinliği açılarak ekran paylaşımı yapılmıştır.



Şekil 3.1. GeoGebra Etkinlik 1 Görseli

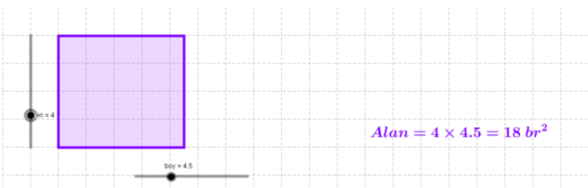
Bu etkinlikte, öğrencilerden kaplama özelliği olan bir nesneyi yine aynı özelliğe sahip nesnelerle kaplayabileceğini, dolayısıyla şeklin alanını yine alana sahip nesnelerle ölçebileceğini fark etmeleri beklenmiştir. Bu yüzden öğrencilerden ölçeklerden birini seçip, onu sürükleyerek şekli hiç boşluk kalmadan sistemli kaplaması beklenmiştir. Öğrencilerden ölçek seçimlerini bir kâğıda yazıp ekrana tutmaları istenmiş, ilk olarak kareyi seçen bir öğrenciye kontrol hakkı verilmiştir. Kareyi sürükleyerek şekli kaplaması ve şeklin alanını söylemesi beklenmiştir. Öğrenciye neden kareyi seçtiği ve kareyle şekli nasıl kapladığı sorulmuştur. Öğrencinin cevaplarına göre alan ölçmede birim olarak karenin seçilmesi, karelerin ölçek olarak kullanıldığı durumlarda kenar uzunluğunun cm, dm vb. bir şeyi temsil etme ihtimalinin olduğu bütün durumlar için genel bir ifade olarak kullanılacağı açıklaması yapılarak alanının bir birimkare olduğu söylenmiştir. Alan aksiyomundan dolayı birim olarak seçilen karenin alanının bir birimkare olması öğrenci için kabulü zor olmasına karşın öğrencinin zihninde boşluk oluşturmamak için yerinde ve önemli bir açıklamadır. Etkinliğin içerisinde diğer ölçekleri seçen öğrencilere de söz hakkı verilmiştir.

İkinci ve üçüncü GeoGebra etkinlikleri de aynı kazanımla ilgilidir. Fakat burada dikdörtgenin alan formülü kavramının oluşturulması amaçlanmıştır. Etkinliklerin art arda, ayrı ayrı iki ders saati sürecinde uygulanması planlanmıştır. İkinci etkinlikte dikdörtgenin alanını, birimkare dizilerinden faydalanarak toplama ve çarpma işlemleriyle ilişkilendirmesi beklenmektedir. Öğrencilerin bu ilişkiyi kolaylıkla görebilmesi için sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısı doğal sayı olacak şekilde etkinlik tasarlanmıştır. Üçüncü etkinlikte ise dikdörtgenin kenar uzunluklarından faydalanarak dikdörtgenin alan formülünü oluşturmaları beklenmiştir. Kenar uzunlukları ile sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısının ilişkilendirilmesi kavramın anlamlı öğrenilmesi için kritik nokta olduğu düşünülmektedir.

- “Sıra sayısı” kaydırıcısını hareket ettirin. Görüntüye ne oldu?
- “Bir sıradaki birimkare sayısı” kaydırıcısını hareket ettirin. Görüntüye ne oldu?
- Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?
- Kareleri saymadan toplam kare sayısını bulmanın bir yolu var mıdır?
- Dikdörtgenin alan formülü hakkında tahmin yapabilir misiniz? Nedenini açıklayınız.

Şekil 3.2. GeoGebra Etkinlik 2 Görseli

İkinci etkinlik yukarıda Şekil 3.2’de gösterildiği gibi tasarlanmıştır. İstekli ve öğrencinin etkinlik üzerinde değişiklik yapabilmesini sağlayan “kontrol komutu” imkânlarına sahip bir öğrenci seçilir. Öğrencinin sırasıyla komutları yerine getirmesi beklenmiştir. Sırasıyla sorular yöneltilmiş, etkinliğin sonunda öğrencilerin alanı hesaplamaya yönelik bir strateji geliştirmesi ve alanı formülleştirmesi amaçlanmıştır.



- “En” hareket ettirmek için kaydırıcıyı hareket ettirin. En uzunluğu değiştiği zaman bölgeye ne oldu?
- “Boy” hareket ettirmek için kaydırıcıyı hareket ettirin. Boy uzunluğu değiştiği zaman bölgeye ne oldu?
- Alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki

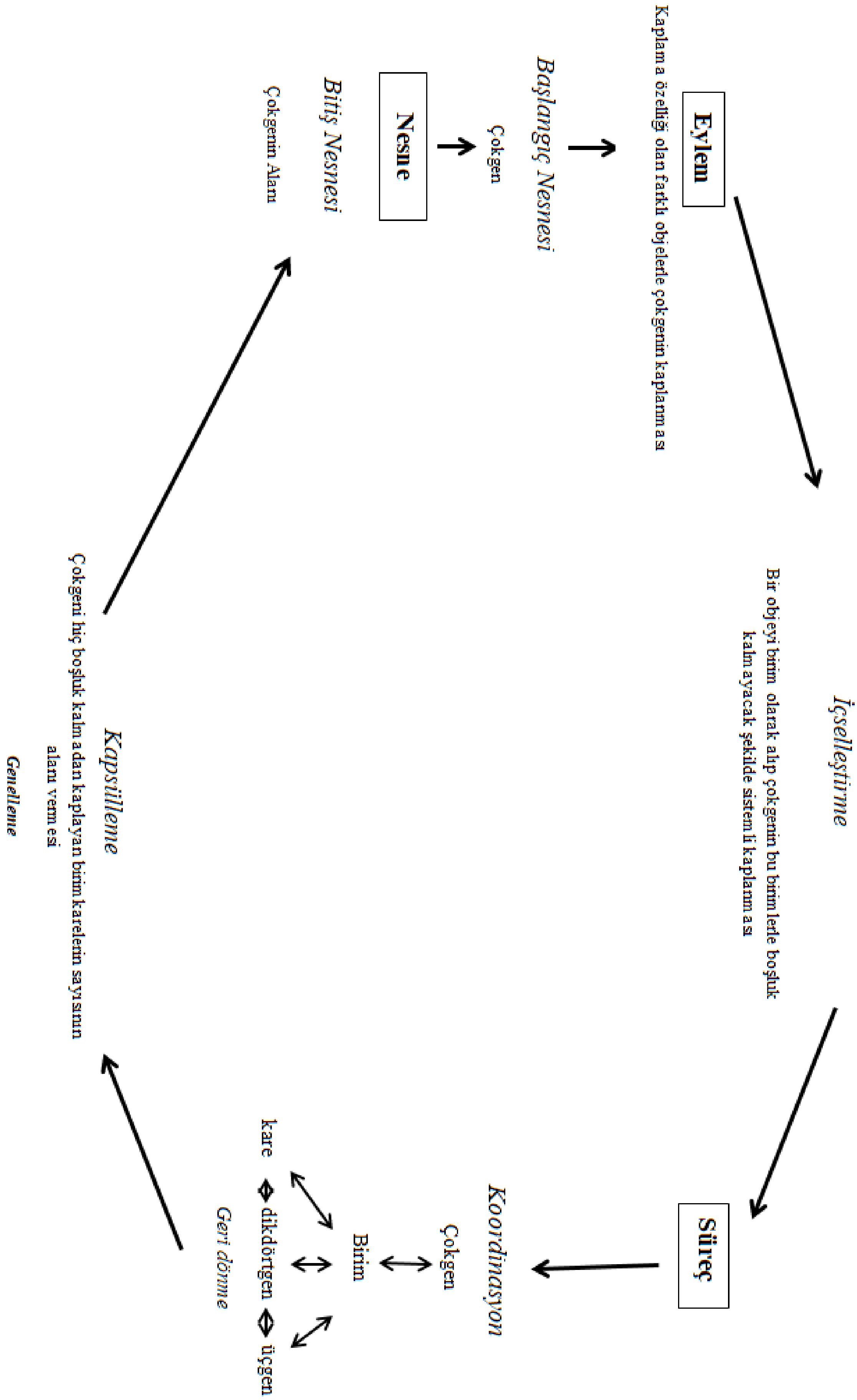
Şekil 3.3. GeoGebra Etkinlik 3 Görseli

Üçüncü etkinlik yukarıda Şekil 3.3'de gösterildiği gibi tasarlanmıştır. İkinci etkinlikteki adımlar tekrarlanmıştır. Bu etkinlikteki amaç alan formülü kavramını oluşturmaktır. Fakat burada bir önceki etkinlikten farklı olarak uzunluk ve alan sürekli kavramlar olmalarından dolayı öğrencilerin bu kavramların sürekli yapısını fark etmeleri beklenmiştir. Kavramın doğası gereği gerçek anlamda matematiksel tecrübe edinebilmeleri amacıyla böyle bir etkinlik oluşturulmuştur. İki etkinlik tamamlandıktan sonra ikinci görüşmeler yapılmıştır. Karenin dikdörtgenin özel bir durumu olduğu için yukarıdaki iki etkinlikte kare şekline değinilmiş, karenin alanının da aynı formülle hesaplandığının fark edilmesi beklenmiştir. Karenin alanını hesaplamaya yönelik varsa farklı stratejilerin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bir ders saati sürecinde planlama yapılmıştır. Dersin ardından üçüncü görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

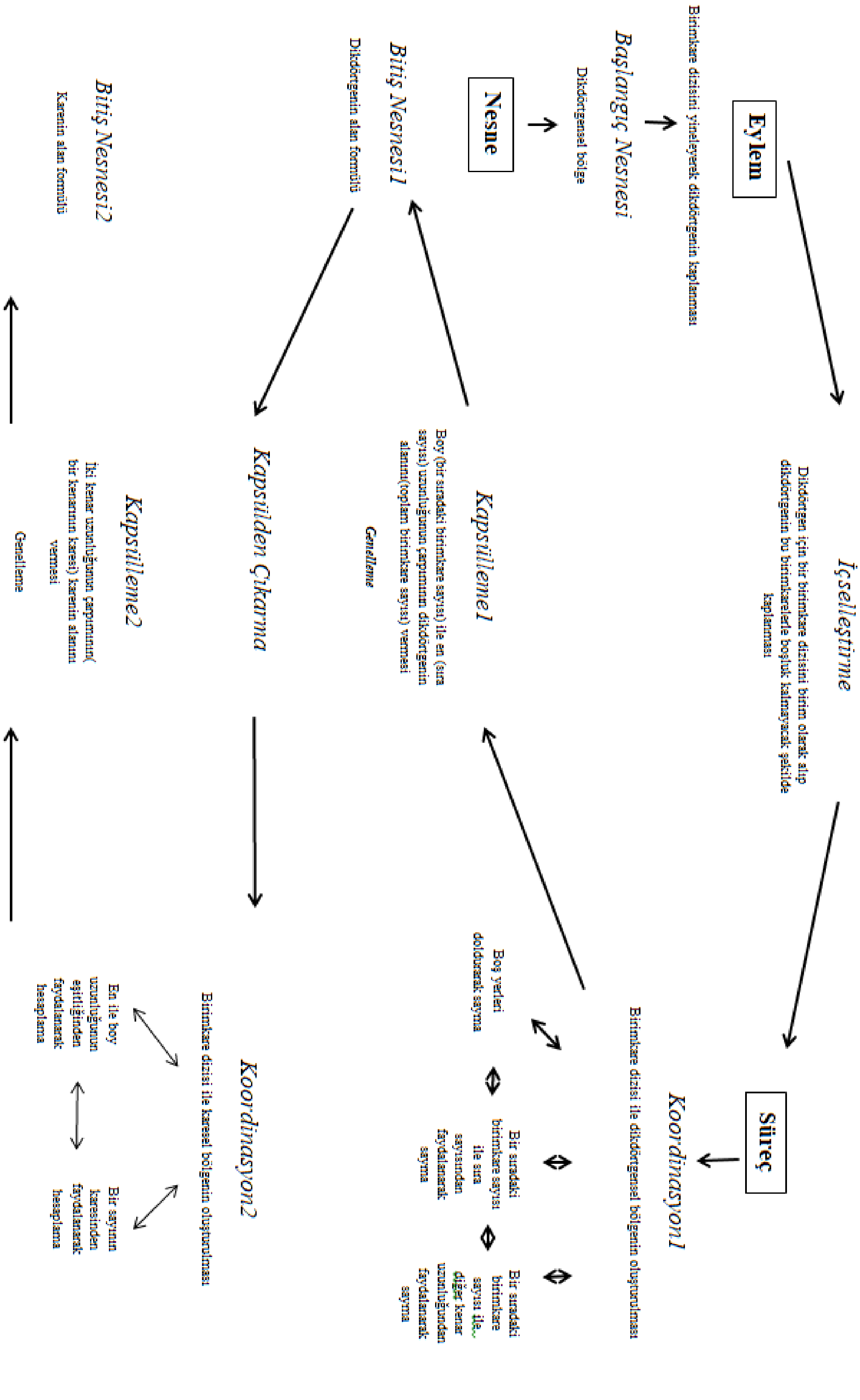
3.7. Verilerin Analizi

Nitel olarak desenlenen bu çalışmada öğretim ve klinik görüşme sürecinde elde edilen verileri analiz etmek için içerik analiz yöntemi kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2016)'e göre verilerin analizinden önce genel bir kavramsal çerçeve oluşturulabilir. Kod listesi yapılabilir, verilerin analizinde oluşan kodlar listeye eklenebilir. Bu çalışmada da, verilerin analizden önce alan kavramı ve alan formülüne ait genetik çözümleme oluşturulmuş, bu çerçeveye göre veriler kodlanmıştır. Elde edilen yeni veriler kod listesine eklenmiştir. Elde edilen verilerin anlamlı birimler halinde kodlanması amacıyla, veriler tekrarlı biçimde incelenmiş, karşılaştırılması yapılmıştır. Veriler tümevarımcı anlayışa göre kodlandıktan sonra temalaştırılmıştır. Temalar ile altında yer alan verilerin veya farklı temaların kendi aralarında bir bütün oluşturup oluşturmadığına karar vermek için alan uzmanının verileri incelenmesi istenmiş ve önerileri doğrultusunda düzenleme yapılmıştır. Böylece durum olarak ele alınan dikdörtgenin alan kavramının APOS teorik çerçevesine göre derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Elde edilen bilgilerin mümkün olduğu kadar tanımlayıcı olmasına ve bulguların ilk elden okuyucuya sunulmasına özen gösterilmiştir.

Uygulama sürecinden önce hazırlanan genetik çözümleme, araştırmacıya öğrencilerin alan ve alan formülü kavramlarını nasıl kavramsallaştırabilecekleri ile ilgili bilgi vermiş, GeoGebra etkinliklerinin tasarlanmasını ve öğretim sürecinin planlanmasını sağlamıştır. Verilerin analizinde eklenen ve değiştirilen yeni kodlara göre genetik çözümlemelere nihai şekli verilmiştir. Çalışmada alan ölçme kazanımlarına göre hazırlanan alan kavramı (Şekil.3.4) ve alan formülü (Şekil.3.5) ile ilgili iki ayrı genetik çözümleme ağadaki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 3.4. Alan Kavramı ile İlgili Genetik Çözümleme



Şekil 3.5. Alan Formülü ile İlgili Genetik Çözümleme

Oluşturulan birinci genetik çözümlemeye göre, başlangıç nesnesi olarak bir çokgen belirlenmiştir. Bu çokgenin alanını belirleyebilmek için çokgen ile aynı özelliğe sahip nesnelerle kaplanması gerekir. Öğrencinin dışsal uyaran doğrultusunda kolaylıkla fiziksel olarak yapabileceği bu durum eylem aşamasındadır. Seçilen bir nesnenin tekrarlanarak kaplama eylemini gerçekleştirmesi birimin oluşmasını, seçilen objenin birim olarak alınıp, çokgenin birimlerle boşluk kalmayacak şekilde sistemli kaplanması eylemin içselleştirilmesini sağlayacaktır. Birim olarak kare ve farklı büyüklükteki üçgenler sunulmuştur. Burada öğrencinin seçimine göre farklı koordinasyonlar oluşabilir. Çalışma grubunda çoğunluğun seçtiği kareye göre kare-birim-çokgen koordinasyonu kurulabilir. Karenin, alan ölçme birimi olduğu, birimkare şeklinde de isimlendirildiği ifade edilmelidir. Diğer taraftan üçgenin birim olarak seçildiği koordinasyonlarda üçgenlerin birleşimiyle karenin oluştuğu fark ettirilip öğrencinin çokgen-birim-kare koordinasyonu yapması sağlanabilir. Gerekli ilişkilendirme ve koordinasyonlar sonucunda süreç aşaması tamamlanıp çokgenin alanının, hiç boşluk kalmayacak şekilde içerisine yerleştirilen birimkare sayısı olduğu kapsüllenip bu durumun tüm dikdörtgenler için geçerli olduğu fikri genellenerek alan nesnesine ulaşılabilir.

İkinci genetik çözümlemede ise, alan bağıntısının yapılandırılması beklenmektedir. Seçilen bir birimkare dizisi ile yineleme eylemi gerçekleştirilerek dikdörtgen oluşturulur. Dikdörtgenin birimkare dizisiyle boşluk kalmayacak şekilde sistemli kaplanması içselleştirilir. Sıra sayısı (bir sıradaki birimkare sayısı) değiştirildiğinde dikdörtgensel bölgeye ne olduğu ve nasıl olduğu incelenir. Burada dikdörtgeni kaplayan birimkare sayısına göre görüntünün değiştiği ve toplam birimkare sayısının çeşitli koordinasyonlar yapılarak belirlenmesi beklenmektedir. Toplam birimkare, sistemsiz sayılarak ya da bir sıradaki birimkare sayısıyla sıra sayısından faydalanarak sayılabilir. Sayma işlemi toplamsal bir süreci içerir ve tek boyutludur. Bu koordinasyondan dikdörtgeni oluşturan toplam birimkare sayısının, bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısının çarpımı olduğu kapsüllenerek dikdörtgenin alan ölçüsüne ulaşılır. Alan formülü iki boyutlu ve çarpımsal olduğundan henüz alan bağıntısı oluşmamıştır. Buradan sıra sayısından (bir sıradaki birimkare sayısı) öte, dikdörtgenin boyutlarıyla aynı bağlantının kurulması gerekir. Bunun için birimlerden faydalanarak dikdörtgenin kenar uzunluğunun ölçümü kapsüllenip dikdörtgenin alanının “en uzunluğu x boy uzunluğu” genellemesi yapılabilir. Böylece dikdörtgenin alan formülü nesnesine ulaşılabilir.

Karenin, dikdörtgenin özel bir durumu olması öğrenci tarafından çok kolay anlaşılmadığından, dikdörtgenin alan bağıntısının genetik çözümlemede özellikle yer verilmiştir. Öğrenci, dikdörtgenin alan nesnesini kapsülünden çıkarıp sahip olduğu ön bilgilere göre çeşitli koordinasyonlar gerçekleştirerek karenin kapladığı yerin miktarını bulabilir. En ile boy uzunluğundan faydalanarak ya da karenin bütün kenarları eşit olduğundan bir kenar uzunluğunun karesini alarak toplam birimkare sayısını belirleyebilir. Böylece bir kenar uzunluğunun kendisiyle çarpımının, yani bir kenar uzunluğunun karesinin, karenin alanını verdiğini kapsülleyerek alan nesnesine ulaşabilir.

3.8. Çalışmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel çalışmalarda doğru bilgiye ulaşmak için, araştırmacıdan çalışma için gerekli önlemleri alması (geçerlik) ve araştırma süreciyle verileri ayrıntılı olarak açık bir şekilde (güvenirlik) sunması beklenmektedir. Okuyucu, araştırmanın verilerine yorum katılmamış haliyle okuma fırsatı elde ederse araştırmacının ulaştığı sonuçları değerlendirebilir. (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Nitel araştırmaların "doğruyu ve gerçeği" kesin olarak yakalayamayacakları bilinen bir durum olmasına rağmen, bulguların "inanırlığını" artırmak için bir dizi strateji önerilmiştir (Merriam, 1998). Ancak bu önerileri nicel araştırmada geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan geçerlik ve güvenirlik kavramları çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceği düşünülen alternatif kavramlarla yapılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Lincoln ve Guba (1985), *iç geçerlik* yerine *inandırıcılık, dış geçerlik* yerine *aktarılabilirlik* kavramlarını, *iç güvenirlik* yerine *tutarlılık* ve *dış güvenirlik* yerine ise *teyit edilebilirlik* kavramlarını kullanmayı tercih etmektedir (aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2016). Erlandson, Harri, Skipper ve Allen (1993) *iç geçerliği (inandırıcılık);* uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme (triangulation), uzman incelemesi, *dış geçerliği (aktarılablirlik/transfer edilebilirlik)* ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme seçimi, *iç güvenirliği (tutarlık)* tutarlılık incelemesiyle ve dış *güvenirliği* (*teyit edilebilirlik) ise* teyit incelemesi yöntemleri ile sağlanabileceğini belirtmiştir (aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2016). Ayrıca Creswell ve Miller (2000), geçerliği sağlamak amacıyla dikkat edilmesi gereken sekiz özelliğin olduğunu belirtmiştir. Bu sekiz özelliği (1) uzun süreli katılım ve sürekli gözlem, (2) çeşitleme, (3) akran incelemesi ve sorgulaması, (4) olumsuz durum analizi, (5) araştırmacı önyargılarının açıklanması, (6) üye kontrolü, (7) zengin ve ayrıntılı betimleme (8) dış denetim (incelemesi) şeklinde tanımlanmıştır. Nitel bir araştırma için yukarıda belirtilen özelliklerden en az ikisinin sağlanması durumunda yapılan çalışmanın geçerli ve güvenir olduğu belirtilmiştir (aktaran Creswell, 2013). Bahsedilen sekiz özellikten beşinin sağlandığı yapılan bu çalışma ile ilgili güvenirlik ve geçerlik durumları aşağıda verilmiştir.

Uzun süreli katılım ve gözlem sayesinde, çalışma yapılan ortamın kültürü öğrenilir ve katılımcılar ile güven ortamı oluşturulur (Creswell, 2013). Bundan dolayı ilk pilot çalışma katılımcılar ile aynı okul kültüründe bulunan bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinin nasıl gerçekleştirildiği belirlenmiştir. Ayrıca asıl uygulamaya başlamadan önce katılımcıların sınıf öğretmeni ile iletişime geçilerek öğrenciler hakkında bilgi alınmış, aynı yolla araştırmacı hakkında da öğrenci ve velilere bilgi verilmiştir. Araştırmacı WhatsApp grubuna eklenerek karşılıklı iletişim sağlanmıştır. Sürece velilerde dâhil edilerek öğrenci-öğretmen-veli etkileşimi etkili bir şekilde sağlanarak uygulamanın gerçekleştirilmesi için gerekli olan güven ortamı sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmacıyı ve teoriyi destekleyici kanıtlar oluşturmak için çoklu ve farklı kaynaklar, yöntemler kullanılmasına *çeşitleme* sratejisi denilmektedir (Merriam, 1988). Öğretim ve klinik görüşmeler sürecinde sınıf içi gözlemler, öğrenci etkinlik ve bireysel çalışma kâğıtları, video ve ses kayıtları şeklinde çeşitli veri toplama kaynakları kullanılmıştır.

Uzman incelemesi ile araştırma sürecinin dışarıdan kontrol edilmesi sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu nedenle alan eğitimcisi ve nitel çalışma konusunda uzman ile haftalık değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Süreç içerisinde yaşanan aksaklıklar tartışılarak giderilmesi için gerekli yerlerde yeniden düzenlemeler yapılmıştır.

Araştırmada elde edilen sonuçların aktarılabilirliği, sunulan verilerin yeterli düzeyde betimlenmesine bağlıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). *Ayrıntılı betimleme* stratejisi sayesinde okuyucuların bilgileri diğer ortamlara aktarmasını ve bulguların ortak özellikleri sayesinde transfer edilip edilmeyeceğine karar verilmesini sağlar. Bu amaçla elde edilen, sonuçların aktarılabilirliği için dayandığı veriler yeterli düzeyde betimlemeye çalışılmıştır. Ham veriler, ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenerek yorum katmadan ve verilerin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak okuyucuya aktarılmıştır. Doğrudan alıntılar bu amaçla sık kullanılmıştır. Ayrıntılı betimlemeyle, okuyucuya verilerin elde edildiği ortamı zihninde daha iyi canlandırması ve kendi ortamına ilişkin olası sonuçları daha kolay çıkarabilmesine katkı sağlaması beklenmektedir. Ayrıca araştırmanın aktarılabilirliğini artırmak için hem tipik olarak karşımıza çıkan olay ve olguları hem de bunların değişiklik gösteren özelliklerini ortaya koyacak *amaçlı örnekleme* yöntemlerinden maksimum çeşitlilik ile katılımcılar belirlenmiştir. Araştırılan olay olgu veya duruma ait değişiklik ve çeşitliliğin anlaşılması ve araştırma soruları ile karşılaştırılması açısından önemli katlı sağlayacağı düşünülmüştür.

Araştırmacı, öğrencilerden aldığı verileri bir ses kayıt cihazı ile kaydeder ve bunları yazıya aktarırsa çalışmanın güvenirliğini sağlayabilir. Ayrıca kayıtlardaki ufak tefek ama genellikle önemli olan duraksamaları ve örtüşmeleri yazıyla göstermek için yazıya aktarması gerekir (Creswell, 2013). Yapılan çalışmanın güvenirliğini artırmak için görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve transkriptleri yapılmıştır. Elde edilen veriler yazıya aktarılırken öğrencilerin hangi noktalarda duraksadığı, kafasının karıştığı veya şaşırdığını gösteren ifadelerin kullanılmasına dikkat edilmiştir. Böylece araştırmanın güvenilir olması amaçlanmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde bulgulara yer verilmiştir. Üç araştırma alt problemi ayrı ayrı değerlendirilerek elde edilen veriler ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. İlk olarak öğrencilerin alan kavramını, çokgeni kaplayan birimkare sayısı olarak nasıl oluşturdukları, ikincide dikdörtgenin alan formülünü nasıl yapılandırdıkları incelenmiştir. Üçüncüde ise dikdörtgenin özel bir durumu olan karenin alan formülünün nasıl yapılandırıldığı ayrı bir başlıkta ele alınmıştır. Bulgularda zaman zaman klinik görüşmelerdeki diyaloglara yer verilmiştir. Bu diyaloglarda araştırmacı "A" ile beş katılımcı "Ö5, Ö4, Ö3, Ö2, Ö1" kodları ile temsil edilmiştir.

Alan kavramının ve bağıntısının incelendiği üç bölümde katılımcıların ne anladığı ve hatırladığı belirlenmeye çalışılmıştır. Böylece tam anlaşılmayan yerler belirlenerek bu kısımların giderilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca ele alınan kavramın anlamlı oluşturulması hedeflendiğinden katılımcıların gerçekleştirdiği tüm (soyutlama) süreçlerini açıklamaları istenmiştir. Klinik görüşmelerde katılımcıların zaman zaman ulaşamadıkları sonuçlara araştırmacının rehberliğiyle keşfedebildikleri görülmüştür.

4.1. Dikdörtgenin Alanının Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunun Kavramsallaştırılma Süreci

Öğretim sürecinde öğrencilerin dikdörtgenin alanını, yüzeyini kaplayan birimkare sayısı olarak kavramsallaştırmaları amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında öğrencilerin kavramsallaştırma süreçlerini destekleyen GeoGebra etkinliğinde bir çokgen ve bu çokgenin alanını belirlemeleri için üç farklı durum verilmiştir. Öğrencilerden durumlardan birini seçerek şeklin alanını ölçmeleri istenmiştir.

4.1.1. Ö5'in Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunu Kavramsallaştırma Süreci

Ö5 klinik görüşmede, ilk derste ne yaptığımız sorulduğunda alan konusunu işlediğimizi, birimkareyi gördüğünü, yüzey kaplama ile ilgili bir konu işlediğimizi söylemiştir. Katılımcının ifade ettiklerinden, yüzey kaplama özelliğine sahip nesnelerin alanından bahsedebileceğimiz anlaşılmaktadır. Yüzey kaplamanın ne anlama geldiği sorulduğunda doğru örnekler vererek bu düşünceyi pekiştirmiştir. Yüzey kaplamayı açıklaması istendiğinde aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: Yüzey kaplama derken?

Ö5: Masa örtüsünü örnek vermiştim. Böyle yüzeyi şey yapmak için. Ondan sonra arkadaşlarım kitap yüzü demişti. Kitabın yüzeyi.

A: Bunların neyinden bahsedebiliriz?

Ö5: ıımm, bilemedim.

A: Yüzey kaplama özellikleri varsa neleri vardır bunların?

Ö5: Alanları vardır.

GeoGebra etkinliğinde ne bulduğumuz sorulduğunda etkinlikte adım adım yapılanları ifade etmiştir. Bir şekil verildiğini, kareyle kaplayarak şeklin alanını bulabileceğini ifade etmiştir.

A: Ne bulmuştuk orada?

Ö5: Orada bir şekil vermiştiniz. Ondan sonra bize sormuştunuz. İşte "bunun içini hangi şeyle, kareyle mi yoksa diğer üçgenlerle mi yapabilir misiniz?" diye sormuştunuz. Biz cevap vermiştik. Sonra teker teker hepsini yerleştirip denemiştik olup olmadığını.

Yukarıda katılımcının "teker, teker" sözcüklerinden bir objeye birim anlamı yüklediğini; "hepsini yerleştirip denemiştik olup olmadığını" derken kaplarken boşluk kalmamasına dikkat ettiğini söyleyebiliriz. Böylece Ö5, seçilen birim ile boşluk kalmadan kaplayacağı fikrini *içselleştirmiştir*.

Birim olarak kareyi seçen Ö5, neden kareyi kullandığı sorulduğunda karenin, hem daha hızlı hem de daha kolay şekli kapladığını söylemiştir. Birim ile kare arasında *koordinasyon* kurarak, şeklin alanını da 8 karenin alanı olarak ifade etmiş, şeklin hiç boşluk kalmadan kaplayan karelerin sayısını aşağıdaki gibi *kapsülleyerek* alanı verdiğini ifade etmiştir.

A: Hangisini kullanmaya karar verdin?

Ö5: Kareyi diye hatırlıyorum. Hem daha hızlı hem de daha kolay olduğu için.

A: Kareyle kapladığımızda ne bulmuştuk?

Ö5: Kareyle kapladığımızda 8 bulmuştuk yanlış hatırlamıyorsam.

A: 8, yani şekil 8 ne oluyor?

Ö5: 8 santimetrekare oluyor galiba.

A: Birim belirtmedim orada.

Ö5: Evet doğru.

A: O zaman ne oluyor.

Ö5: İçine 8 tane kare koyduğumuza göre bilmem, cm vermediniz,…8 karenin alanına eşit olur.

Ö5, aslında çokgenin hiç boşluk kalmadan kaplayan karelerin sayısı olduğunu kavramsallaştırarak alan *nesnesine* ulaşmıştır. Fakat alanı, kullandığı karenin kenar uzunluğunu bilmediğinden birimkare ile ifade etmek yerine daha özel bir durum olan santimetrekareyi kullanmıştır. Burada alan ölçmede karenin alan ölçme birimi olduğu anlaşılabileceğini fakat "birimkare" kullanımının öğrenci için anlamsız olduğunu söyleyebiliriz.

4.1.2. Ö4'ün Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunu Kavramsallaştırma Süreci

Ö4'e klinik görüşmede, derste neler yaptığımız sorulduğunda, alan ölçme ile ilgili öncelikle kare aklına gelmiştir. Kareyle ilgili bir etkinlik yaptığımızı söyleyerek verilen şeklin alanını kareyle bulduğunu ifade etmiştir. Sonra kahverengi ve mavi üçgenlerle şeklin alanının bulunabileceğini ifade etmiştir.

Alanı kavramlaştırma sürecinde ilk olarak *eylem* aşamasını gerçekleştirdiğini ve kare ile birim arasında *koordinasyon* yaptığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: Bir şekil vermiştim. O şekle biz neler yapmıştık?

Ö4: Kareleri yerleştirdik ilk önce.

A: Yerleştirince ne bulmuştuk?

Ö4: Ne kadar çok alan kapladığını bulmuştuk.

Şeklin alanı yerleştirdiği karelere göre ne kadar olduğu sorulduğunda hatırlamadığını, 11 denildiğinde önce "11 santimetrekare" demiş, kararsız kalmıştır. Sonra "11 birimkare" diyerek cevabını düzeltmiştir. Şeklin alanını, kaplanan birimkarelerle ifade ederek *kapsülleme* aşamasını aşağıdaki gibi oluşturmuştur.

A: Yani şeklin alanını bulmuştuk. Hatırlıyor musun kaç taneydi?

Ö4: Hayır.

A: Peki 11 desem?

Ö4: Evet.

A: O ne anlama geliyor?

Ö4: 11 cm^2, (sessizlik) yok hayır br^2.

A: 11 br^2 şeklin neyi oluyor?

Ö4: Alanı oluyor.

A: Peki biz onu nasıl bulmuştuk, şeklin alanı?

Ö4: Yerleştirerek.

Şeklin alanını birimkareler ile ifade eden Ö4'e birimkarenin ne anlama geldiği sorulduğunda uzunluk ölçme birimi şeklinde ifade etmiştir. Ölçmek için kullandığımız nesnenin kenar uzunluğunun bilinmesine göre isimlendirildiği için ölçme alanını yanlış ifade etmiştir. Buna rağmen anlamını aşağıdaki gibi ifade ederek doğru bir açıklama yapmıştır.

A: Birimkareler ne ifade ediyor sana?

Ö4: Uzunluk ölçme birimi.

A: Uzunluk ölçme birimi derken?

Ö4: Yani nasıl desem, matematik defterinde olduğu gibi santimetre (cm) veya metre (m) vermediği zaman kareleri kullanarak ölçtüğümüz bir birim olduğu için olabilir mi?

Alan ölçme birimi olarak neden kareyi seçtiği sorulduğunda genellikle karelerin kullanıldığını, etkinlikte verilen diğer ölçeklerin daha küçük olması saymayı zorlaştıracağı için kareyi seçtiğini aşağıdaki gibi belirtmiştir.

A: Neden üçgen değil de kare?

Ö4: Çünkü genellikle kareleri kullanırız. Üçgenleri hesaplamamız biraz daha zor olabilir.

A: Mesela nasıl zorluklar oluşabilir?

Ö4: Üçgeni kullanırken ne kadar küçüklüğüne göre kaç tane koyacağımıza hesaplayamayabiliriz.

Verilen şekli tam ve sistemli örten Ö4, kareyi birim olarak seçerek etkinlikte verilen şeklin kare ile kaplandığında alanının 11 br^2 olduğunu ifade edip alan kavramının *nesnesine* ulaşmıştır. Katılımcının nesneye ulaşmasında birimkare ve dolayısıyla birim-kare *koordinasyonunu* önemli derecede gerçekleştirdiğini söyleyebiliriz.

4.1.3. Ö3'ün Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunu Kavramsallaştırma Süreci

Klinik görüşmede Ö3, derste ölçme ile ilgili bir şeyler yaptığımızı, bir şeklin içini farklı şekillerle tamamladığımızı kısaca ifade etmiştir. Ne bulduğumuz sorulduğunda sonucu hatırlamadığını, sayısal olarak sonuç söylendiğinde 11 tane yeşil karenin şeklin alanını verdiğini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A:Ne bulmuştuk?

Ö3: Onu tam hatırlayamıyorum.

A: Hım, tamam, kareyle 11 olduğunu söylesem?

Ö3: Evet,

A: Ne anlama gelir bu?

Ö3: 11 tane yeşil kare o şeklin alanı.

Ö3'e sonucu nasıl bulduğu sorulduğunda "kareleri eşit bir şekilde yerleştiğini" söyleyerek yapılan eylemi aşağıdaki gibi *içselleştirdiğini* söyleyebiliriz.

A: Peki nasıl bulduk biz sonucu?

Ö3: Kareleri şeklin içine yerleştirerek.

A: Biraz daha açabilir misin bu kısmı? Yerleştirerek derken?

Ö3: Nasıl yani?

A: Yerleştirirken neye dikkat ettin?

Ö3: Eşit yerleştirmeye.

A: Yani her biri eş değil mi?

Ö3: Evet.

Kareyle birimin nasıl *koordine* edildiğini görebilmek için Ö3'e birim olarak neden kareyi seçtiği sorulduğunda karenin sağladığı pratik faydayı vurgulayarak aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: Peki neden kare?

Ö3: Çünkü onunla daha kolay ölçülüyordu, Alanı daha geniş olduğu için.

A: Yani bu bize zamandan mı fayda sağladı?

Ö3: Daha hızlı alanını bulduk.

Alanı kavramını seçtiği obje ile kaplayıp şeklin alanını da o obje ile ifade eden Ö3, alan *nesnesine* ulaşamamıştır. Bunun yanında hazırbulunuşluk testinde çikolata sorusuna yanlış cevap vermesini matematiksel kavramı gerçek hayatla ilişkilendirilmesinden kaynaklı olduğunu düşünerek aşağıdaki şekilde sorular yöneltilmiştir.

A: Alan deyince başka nasıl örnekler verebilirsin?

Ö3: Nasıl yani şekillerden mi?

A: Evet.

Ö3: Mesela A4 kâğıdı bir yer kaplıyor, masanın yüzeyi bir yer kaplıyor, dolabın yüzeyi.

A: Peki yemeklerden bahset biraz da?

Ö3: Tostun yüzü.

A: Güzel, karamiyolarla tostu düşünelim, hangisini yersem daha çok yemiş olurum?

Ö3: Tostu,

A: Neden?

Ö3: Alanı daha geniş.

Burada günlük hayatta kaplama özelliğine sahip nesnelerin alanı olduğu ve kapladığı yerin miktarına göre karşılaştırma yaptığını söyleyebiliriz.

4.1.4. Ö2'nin Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunu Kavramsallaştırma Süreci

Ö2, klinik görüşme için arandığında derste yapılanlar ile ilgili ödevi yaptığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir. Gerçekleşen diyalogda uzaktan eğitim sürecinde Ö4'ün zorladığını ve ders esnasında kopmalar yaşadığını tespit edebiliriz.

A: Dersimizi hatırlayalım, neler yapmıştık?

Ö2: Alan ölçme.

A: Neler vardı, nasıl etkinliklerimiz vardı?

Ö2: Ödev vermiştiniz, şimdi ona başladım, şu an onu yazıyorum kâğıda.

A: Yaptıklarının fotoğrafını dersten önce gönderirsen çok memnun olurum.

Ö2: Tamam öğretmenim, dersten önce atacağım zaten, şu an bir kâğıda geçiriyorum onu, zaten gönderdiğiniz şeyden yazmaya çalıştım ama oradan yapamayınca kâğıda yazdım.

A: Harikasın, peki nelerdi, neler yapıyorduk? Önündeyken daha iyi ifade edebilirsin.

Ö2: Evet alanı hesaplıyoruz, karelerin eşit uzunlukları olduğu için mesela bir tanesi 3 cm olduğu için onu 4 ile çarpıp 12 bulacağız. Öyle bir şeydir.

A: Acaba öyle bir şey mi diye düşünelim. Şekil vardı değil mi etkinliğimizde.

Ö2: Evet.

A: O şeklimize ne yapmıştık?

Ö2: Efendim öğretmenim.

A: O şeklimize ne yapmıştık?

Ö2: Hatırlayamıyorum.

A: Kareler vardı, kahverengi ve mavi üçgen.

Ö2: Evet.

A: Onları alıp şeklimize mi götürmüştük?

Ö2:…

A: Acaba pazartesi dersimizin bir kısmını kaçırdık mı?

Ö2: Bir ara su içmeye gitmiştim. O zaman olabilir.

Yukarıdakilere göre Ö2, alan hesapladığımızı söylemesine rağmen şeklin çevresini hesaplamıştır. Bu durum karşında gerekli açıklama ve yönlendirmelerle alan niteliği aşağıdaki şekilde kavratılmaya çalışılmıştır.

A: Tamam o zaman o noktaları dolduralım. Kareler vardı, üçgenler vardı, biz onlardan faydalanarak şekli kaplamaya çalıştık. Mesela ben kare ile kapladığımda 11 tane kare ile kapladım şekli. O zaman dedim ki şekil 11 karenin alanı kadardır.

Ö2: İlk başta başka bir şekli kaplamıştık küçük kâğıtlarla, dersin en başında, siz bir kâğıt göstermiştiniz.

A: Peki biz ne bulmuştuk orada?

Ö2: 8 tane post-it kullanacaktık, onu bulmuştuk.

A: Biz şeklin neyini bulduk? Kartonun neyi oldu?

Ö2: Çevre uzunluğu mu?

A: Çevre uzunluğumu acaba?

Ö2: Ay, çevresi. Kaç tane şey kullanacağız?

A: Çevresi sanki en dışı, etrafı.

Ö2: Bilmem ki.

A: Acaba o sekiz post-it ne olabilir? O sekiz post-iti nereye yerleştirdik?

Ö2: Dikdörtgenin içine.

A: Evet dikdörtgenin içine, yani kapladığı yere yerleştirdik değil mi?

Ö2: Doğru.

A: O zaman ben diyorum ki şeklin kapladığı yer, yani alanı, alan dediğim 8 post-ite eşit oldu. O zaman şeklin çevresi değil de neyini bulmuş olurum?

Ö2: Alanını.

Ö2’nin alan niteliğini anlayıp anlamadığını teyit etmek için örnekler vermesi istenmiş, güzel örnekler vermesinin yanında duvar örneğinde emin olamamıştır.

A: Evet biz şeklin alanını bulduk. O zaman post-itlerle bulmuştuk. Etkinliğimizde de yeşil karelerle bulmuştuk şeklimizin alanını. O zaman sen bana alanı olan nesnelere örnek verebilir misin?

Ö2: Defter, yastık, ondan sonra kalem, duvarın alanı vardır dimi öğretmenim?

A: Düşünelim bakalım, alan olması için bir yeri kaplaması lazım, sence kaplıyor mu?

Ö2: Hayır kaplamıyor, kaplamaz belki.

Burada araştırmacının yaptığı “bir yer” sözcüğüne takılarak yer yüzeyini anlamış olabilir. Yani yatay konumda bulunan nesnelerin alanı olabilir şeklinde bir çıkarım yaparak dikey konumdaki nesnelerin alanı olamaz diye sonuç çıkarmıştır. Bu yüzden kaplamak eylemini sadece boyamak şeklinde düşünmesi istenmiştir.

A: Acaba kaplıyor mu? Kaplamayı boyamak gibi düşün, boyayabiliyor muyuz o bölgeyi?

Ö2: Evet.

A: O zaman duvarın alanı var mıdır?

Ö2: Vardır.

A: O zaman başka hangi örnekleri verebiliriz?

Ö2: Çerçeve olur mu, mesela fotoğraf çerçevesinin içindeki.

A: Aynen, çok güzel bir örnek oldu. Bunların hepsi alan örnekleridir.

Kaplama niteliği zayıf da olsa oluşturulduktan sonra şeklin aynı niteliğe sahip nesne ile ölçüleceği açıklanıp, hangi nesne ile ölçüm yapacağı sorulduğunda Ö2, kare cevabını vermiş, hatta üçgenlerle de ölçüleceğini, sebebini yine kareye bağlayarak alan ölçmede birim olarak kareyi seçmiştir.

A: Mavi kartonun alanını da 8 tane post-itle kaplayarak bulduk. Peki, üçgenle de kaplayabilir miydik kartonu?

Ö2: Üçgenle de kaplayabilirdik bence. Üçgenle de kare yaparak kaplayabilirdiniz.

A: Çok güzel, Peki sen hangisini tercih edersin, üçgeni mi kareyi mi?

Ö2: Kareyi tercih ederim. Çünkü kare daha az uzun sürüyor. Daha az zamanımızı alır.

Kareyi seçen Ö2, zihinsel bir çatışma yaşayarak üçgen şeklinin kareyle boşluk kalmadan kaplanmayacağını düşünmüştür. Önce karenin bölünmeyeceğini, bölündüğünde ise üçgen olmadığını sorarak yaptığı birim-kare koordinasyonu anlamlandırmaya çalışmıştır. Araştırmacı ile katılımcı arasında geçen diyalog aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir.

Ö2: Öğretmenim mesela üçgeni de üçgenle kaplarız dimi, bir tek kareyle olmaz.

A: Üçgen şeklini mi?

Ö2: Evet.

A: Mesela bir tane üçgen şeklinde tost var, ben yine onu küçük küçük karelerle hesaplarım.

Ö2: Ama geriye kalan uçlarında kalan kısım kareyle hesaplanmayabilir?

A: Kareyi o zaman kesemez miyim?

Ö2: Kesebiliriz, oda üçgen olmaz mı?

A: Üçgen yerine karenin yarısı da diyebiliriz.

Ö2: Hm, tamam o zaman.

A: Yani bizim orada kullandığımız hep kare olmalı, ama atıyorum 5 tane kare olur, atıyorum sığdı, sığdı, bir tanede yarım sığdı, o zaman alan için ne dersin?

Ö2: 5 kare ve bir karenin yarısı.

A: Aynen öyle, yani 5,5 kare diyebiliriz.

4.1.5. Ö1'in Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olduğunu Kavramsallaştırma Süreci

Ö1 ile yapılan klinik görüşmede derste yapılanları alan kelimesini kullanmadan kareyle verilen şeklin kaplandığını söylemiştir. Yapılan kaplama eylemini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir. Ayrıca seçilen ölçek küçüldükçe ters oranda ölçüm sonucunun büyüdüğüne dikkat çekmiştir.

A: Derste neler yapmıştık?

Ö1: Derste ilk önce kareler falan vardı, siz onları teker teker üzerine (şeklin) koymamızı, sonra kaç tane yer kapladığını söylediniz. Kaplamak için hangisini seçersiniz diye sordunuz.

A: Peki biz kaç bulmuştuk orada?

Ö1: Pek hatırlayamıyorum.

A: Kareyle kapladığımızda 11 kare çıkmıştı.

Ö1: 11 olduğu için, üçgen onun yarısı olduğu için ben 2 ile çarparak 22, 4 ile de çarparak 44.

11, 22, 44, ne oluyor dediğimde bunların yüzeyde kapladıkları yer olduğunu ifade eden Ö1'in araştırmacının yönlendirmesiyle bunların şeklin alanı olduğunu keşfetmesi sağlanmıştır.

A: Bunlar ne oluyor?

Ö1: Bunlar kapladığı yer oluyor. O yüzden kapladığı yer.

A: Yüzeyde kapladıkları yer, şeklin neyi oluyor diyebiliriz?

Ö1: Kapladıkları yer, şeklin bilemiyorum ki.

A: Alanı desem.

Ö1: He olur öyle.

Ö1: Kareyle kapladığımızda 11 birimkare, üçgenle 22 birimkare, onun bi küçüğünde de 44 birimkare.

Şeklin alanını belirlerken kapladığı yerin miktarını seçtiği obje ile ölçerek adedini doğru ifade etmiş fakat birimkareyi diğerlerine de genelleyerek ölçüm sonuçlarının hepsini birimkare şeklinde aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: O zaman şeklin alanını bulduk. Şeklin alanını ne bulmuştuk?

Ö1: Kareleri kapladığımızda falan mı soruyorsunuz?

A: Evet.

A: Burada bir soru soracağım birimkare mi 44 ve 22?

Ö1: Birimkare değilse…

A: Ne olabilir?

Ö1:…

A: Adını söyleyebilirsin onların.

Ö1: 22 üçgen, 44 küçük üçgen.

A: Bunlar neydi şeklin?

Ö1: Alanı.

A: Şeklin alanını nasıl bulmuştuk?

Ö1: Şekillerin üzerine koyarak, sayısını şey yaparak.

A: Sayısı derken.

Ö1: Yani birimkare, diğerleriyle de ne kadar kapladığı yerin üçgenini bulduk.

Alan ölçmek için birim olarak seçen kareyi seçen Ö1, aşırı genelleme yaparak diğerlerinin ölçüm sonucunu da birimkare bulmuştur. Bu kavram yanılgısı giderilmeye çalışılarak tekrar neden karenin seçildiği aşağıdaki gibi sorgulanmıştır.

A: Şekli ilk önce ne ile kaplamıştık?

Ö1: Kare,

A: Neden?

Ö1: Çünkü kare ile daha kolay kaplanır. Ondan sonra yarım üçgen geliyor, çünkü oda onun yarısı olduğu için.

Ö1 alan *nesnesine* araştırmacının yardımıyla ulaşmış diyebiliriz. Alan ölçümünde kullanılan birimkarenin alanının 1 br^2 olmasını zayıf düzeyde oluşturduğu düşünülmektedir.

Ö5, Ö4 ve Ö1 alan *nesnesine* ulaşmıştır. Ö3 ve Ö2 alan kavramı oluşumunda süreçleri bütünleştiremediği için *süreç* aşamasında kalmıştır.

4.2. Dikdörtgenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Bu aşamada öğrencilerin dikdörtgenin alan formülünü "*en uzunluğu ile boy uzunluğunun çarpımı*" olarak kavramsallaştırması amaçlanmıştır. Bu amacın altındaki neden, "*dikdörtgeni oluşturan bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısının çarpımının toplam birimkare sayısını verdiğini*" ve "*dikdörtgenin alanı*" olduğunu anlamlı öğrenmesi beklenmektedir. İlk etkinlikte bir sırada 10 tane kare olan bir birimkare dizisi verilmiştir. Sıra sayısı değiştirilerek dikdörtgensel bölgedeki değişimler gözlenmiştir. Aynı işlem bir sıradaki birimkare sayısı değiştirilerek gerçekleştirilmiştir. Burada dikdörtgensel bölgenin mekânsal yapısının birim olarak seçilen birimkare dizisinin tekrarlanarak çarpımsal yapısına dönüştüğünü yani dikdörtgensel dizinin keşfedilmesi amaçlanmıştır.

Diğer etkinlikte ise sadece en ile boy uzunluğu belli olan bir dikdörtgen verilmiştir. Bu etkinlik ise, boyut ilişkisinin açık bir şekilde anlaşılması amacıyla yapılmıştır. Boy ile bir sıradaki birimkare sayısı ve en ile sıra sayısı ilişkilendirilmesinin yapılması beklenmiştir. Yani doğru ölçüm yapılarak birim ile dikdörtgenin boyutları arasında ilişki kurulmaya çalışılmıştır. En uzunluğu değiştirilerek dikdörtgensel bölgedeki değişimler gözlenmiştir. Aynı işlem boy uzunluğu değiştirilerek gerçekleştirilmiştir. Buradan boy ile en uzunluğunun çarpımının dikdörtgenin alanını vermesi keşfedilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca uzunluk ve alan kavramlarının sürekli yapısının anlaşılması için değişimler ondalık gösterim şeklinde gerçekleştirilmiştir.

4.2.1. Ö5'in Dikdörtgenin Alan Formülünü Yapılandırma Süreci

Ö5' e, başlangıç nesnesi olan bir dikdörtgen dizisini inceledikten sonra sıra sayısını artırdığımız zaman görüntüye ne olduğu sorulmuştur. Verdiği örnekler aşağıdaki gibi olup birimkare dizisini yineleme eylemini gerçekleştirirken her satırda aynı sayıda birim içermesini *içselleştirdiğini* gözlemleyebiliriz.

A: Sıra sayısını artırdığımızda görüntüye ne olmuştu?

Ö5: Yani öğretmenim sıra sayısı artınca bir sıradaki birimkare sayısı 10 diyelim. Sıra sayısı 1'ken 2 oldu. O alan ikiye katlandı gibi bir şey oluyor. Mesela alanı 10'ken 20 olmuş oluyor.

A: Bir sıradaki birimkare artırdığımızda görüntüye ne oldu?

Ö5: Yani şöyle diyelim. Bir sıradaki birimkare sayısı 10 diyelim, sıra sayısı da 1. Şimdi bir sıradaki birimkare sayısını artırırsam 20 yaparsam mesela onun alanı yine değişiyor, çünkü 1 kere 20, 20 birimkare ediyor.

"Kare sayısı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir ilişki var?" diye sorulduğunda "kareler olmadan alanını hesaplayamayacağımızı" söylemiştir. "Sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısını bilmeden alanın da hesaplanmayacağını" ifade etmiştir. Buradan şekli oluşturan birimkare sayısını bulurken sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısından faydalandığını fark ettiğini söyleyebiliriz. Aşağıdaki gibi *koordinasyonu* sağladığı düşünülmektedir.

A: Kare sayısı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir ilişki var?

Ö5: Öğretmenim, mesela şöyle… o kareler olmazsa dikdörtgenin alanını ölçemeyiz. Sıra sayısındaki kaç kare var veya bir sıradaki birimkare sayılarını bilmeden alanı hesaplayamayız.

A: Kareleri saydığım zaman dikdörtgenin neyini hesaplıyorum?

Ö5: Alanını hesaplıyoruz.

Bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısının çarpımın toplam birimkareyi vermesini *kapsülleyerek* alan ölçümünü gerçekleştiren Ö5, bu aşamayı aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: Sonuç olarak bulduğumuz kavram nedir?

Ö5: Yani öğretmenim, şöyle diyebiliriz. Sıra sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısını çarparak bir dikdörtgenin alanını bulabiliriz veya karenin alanını da bulabiliriz.

Yukarıda elde ettiği kavramı kareye de *genelleyerek* sezgisel alan ölçümü anlayışı gerçekleştirdiğini söyleyebiliriz. Diğer etkinlikte en uzunluğunun sıra sayısına eşit olduğunu söyleyen Ö5, en uzunluğu arttığında alanın arttığını ifade etmiştir. Benzer mantıkla boy uzunluğunun bir sıradaki birimkare sayısını verdiğini söyleyerek birimkareler ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmiştir. Aşağıdaki gibi örneklendirmiştir.

A: O küçülme nasıl oluyor?

Ö5: Yani öğretmenim örnek vereyim. Yine bir dikdörtgen düşünelim. Bunun eni 1, boyu 3 olsun. Normalde 1 kere 3, 3 birimkaredir. Ama biz boyunu değiştirdiğimizde 6 yaptığımızda 1 kere 6, 6 birimkare oluyor. Yine alanı değişmiş oluyor.

A: Anladım. Evet, peki o zaman şöyle bir şey sorayım, alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişki nedir?

Ö5: Öğretmenim enle boyun çarpımı alana eşittir.

Öğrencinin gerçekleştirdiği soyutlama süreçlerini resmetmek için Ö5'e beş tane dikdörtgensel bölge verilmiş, bunları 1 cm^2'lik karelerle doldurması istenmiştir (Şekil 4.1). D şeklinde açıkça birimkarelerden faydalanarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını doğrudan ölçtüğünü görebiliriz. Araştırmacı ile katılımcı arasında gerçekleşen diyalog aşağıdaki gibidir.

A: Her bir şekli kaplamak için pembe karelerden kaç tane kullanmak gerekir?

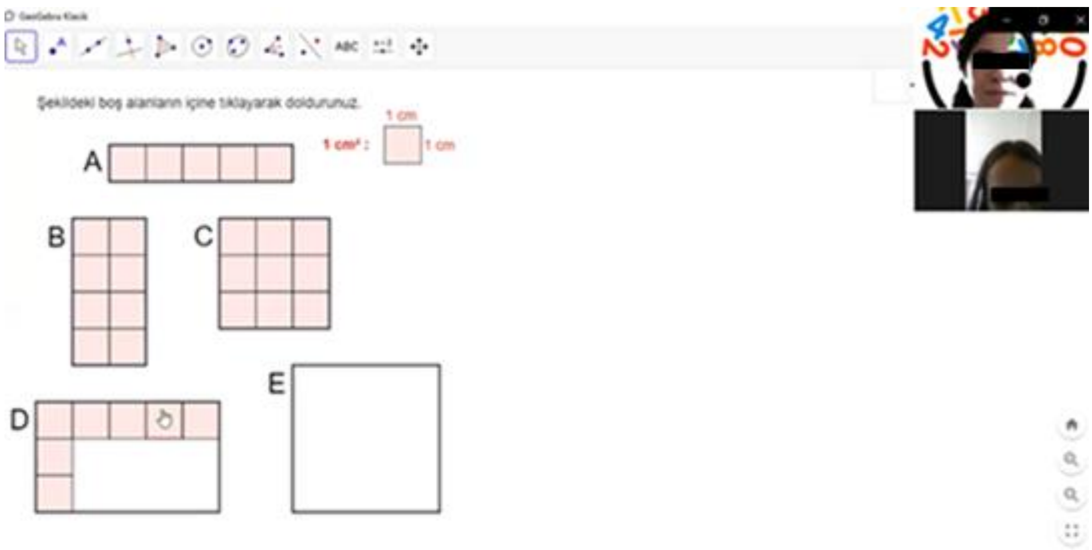
Ö5: A'nın, 5 cm^2'lik alanı var, 5 tane kullandım.

A: Çok güzel.

Ö5: B de 1.2…1.2.3.4…8 tane kullandık. C için 9 tane var, D için 1.2.3…1.2.3.4.5…15 tane, E için de 1.2.3.4...1.2.3.4…16 tane kullandık.

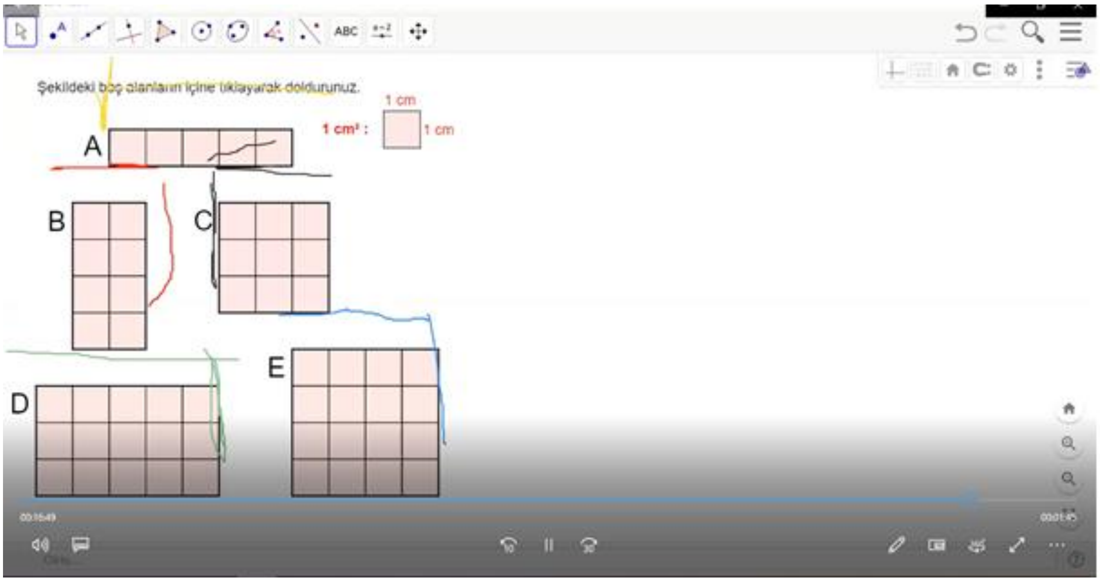
A: Her bir dikdörtgensel bölgeyi kaplayarak pembe kare sayısını bulurken ne gibi stratejiler kullanılabilir?

Ö5: Sıra sayısıyla bir sıradaki kare sayısını çarparak bulabilirim ya da hepsini teker teker yerlerine koyarak bulabilirim.



Şekil 4.1. Ö5'in çarpımsal yapıyı oluşturması

Ö5, dizi yapısını ima ederek alanı hesaplayarak çözüme gitmektedir. Kare sayısını, kareleri doldurmadan birimin boyutu ve dikdörtgenin boyutundan faydalanarak hesaplamaktadır (Şekil.4.2). Böylece alan formülünün *nesnesine* ulaştığını aşağıdaki gibi açık bir şekilde gözlemleyebiliriz.



Şekil 4.2. Ö5'in boyut ilişkisini kurup, dikdörtgenin boyutlarından faydalanarak alan formülünü oluşturması

A: Çok büyük bir dikdörtgen olsaydı kaplamak için gerekli kare sayısını nasıl bulurdun?

Ö5: İçini teker teker doldurmaktansa, kısa kenarını karelerle doldururdum, bir sıradaki birimkare sayısını yani uzun kenarını karelerle doldururdum. Sonra ikisini çarpar, o kocaman dikdörtgenin alanını bulurdum.

4.2.2. Ö4'ün Dikdörtgenin Alan Formülünü Yapılandırma Süreci

Ö4'e derste yapılanlar sorulduğunda derste bir dikdörtgen verildiğini, dikdörtgeni oluşturan sıra sayısı ile birimkare sayısını çarptığını ifade etmiştir. "Birimkare mi?" diye sorulduğunda eksik bir ifade kullandığının farkına vararak "bir sıradaki birimkare" şeklinde düzeltmiştir. Buradan derste geçen kavramları anlamlandırmaya çalıştığını söyleyebiliriz.

A: Derste neler yapmıştık?

Ö4: Öğretmenim siz bir tane dikdörtgen vermiştiniz. Sıra sayısı ile birimkare sayısını çarpıyorduk.

A: Sıra sayısıyla birimkare sayısı derken?

Ö4: Şey, bir sıradaki birimkare sayısını çarpıyorduk.

İlk etkinlik için sıra sayısını artırdığımızda görüntüye ne olduğu sorulduğunda alanın çoğaldığını, 2 kat arttığını, bu artışı biraz açıklaması istendiğinde önce bilmediğini söylemiş, sonra örnek vererek aşağıdaki şekilde açıklamaya çalışmıştır.

A: Sıra sayısını artırdığımız zaman görüntüye ne oldu?

Ö4: Görüntü büyüdü, Yani alanı çoğaldı.

A: Nasıl çoğaldı, nasıl bir artış?

Ö4: 2 kat artmış oldu.

A: Yani hangi durumda 2 kat artmış oldu?

Ö4: Alanı artmıştı.

A: Biraz daha açabilir misin burayı?

Ö4: Bulamadım öğretmenim.

A: Yani 2 kat derken 2 kat olduğunu nereden anladın?

Ö4: Çarpmıştık. 1 ile 10'u çarptığımızda 10 oluyordu. Ondan sonra 2 ye çıkardığımızda 2 ile 10'u çarptığımızda 20 oluyordu. Yani onun arasındaki farkla.

A: 20, 10'un 2 katı olduğundan yani, peki orada 20 dediğimiz şey nedir?

Ö4: 20 br^2

Katılımcıya, kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi sorulduğunda bunun cevabını bulamadığını daha sonra araştırmacının yönlendirmesiyle süreci bütünleştirmesi sağlanmıştır. Böylece bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısının çarpımının toplam birimkare sayısını vermesini *kapsüllemesi* aşağıdaki şekilde oluşturulmaya çalışılmıştır.

A: Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?

Ö4: Öğretmenim ben zaten etkinlikte onu bulamamıştım. Bende size söyleyecektim.

A: Şimdi, sen 20 br demiştin doğru mu?

Ö4: Evet.

A: 20 birimkare 20 tane kare anlamına mı geliyor desem?

Ö4: Evet.

A: Alanı için de ne demiştik biz?

Ö4: Alanı 20 br^2.

A: O zaman kare sayısına bakarak biz alanı mı bulduk?

Ö4: Evet.

A: O zaman kare sayısı bize alanı verir, Yani alana eşittir?

Ö4: Evet, teşekkürler.

A: Peki biz sonuç olarak ne bulduk? Yani bulduğumuz kavram nedir?

Ö4: Alan sayısı.

A: Alan sayısı derken?

Ö4: Yani dikdörtgenin alan sayısı bir bölgenin karelerle toplanmış hali.

A: Bu neyi oluyor o bölgenin?

Ö4: Alanı oluyor.

İkinci etkinlik içinde, en uzunluğunun ne ifade ettiği sorulduğunda şeklin sıra sayısını gösterdiğini, boy uzunluğunun da bir sıradaki birimkare sayısını ifade ettiğini söylemiştir. Fakat bu ilişkinin anlamlı gerçekleşmediği düşünülmektedir. Elde edilen görüşme verileri aşağıdaki şekildedir.

A: En uzunluğu sana neyi ifade ediyor?

Ö4: Sıra sayısını ifade ediyor.

A: Boy uzunluğu ne ifade ediyor?

Ö4: Bir sıranın birimkare sayısını ifade ediyor.

A: Alan ile en ve boy (uzunlukları) arasındaki ilişki ne olur?

Ö4: Birimkare sayılarıyla alanın ilişkisi gibi yani bir önceki etkinlikte olduğu gibi oldu.

A: Bu ilişkiye biz ne demiştik?

Ö4: En ve boy ilişkisi olabilir mi?

A: Ben soruyu şöyle sorayım. Toplam kare sayısının alan ile bağlantısı nedir?

Ö4: Toplam kare sayısı ile alanın bağıntısı…”aynı”.

A: Toplam kare sayısı alanı veriyorsa alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi nasıl kurarsın?

Ö4: Aynı şekilde. Yani karelerin alanı, uzunluğu eşit oluyor.

A: Senin en uzunluğu ve boy uzunluğundan faydalanarak alanı bulman gerekiyor. Peki nasıl bulursun?

Ö4: En ile boyu çarparak.

A: Alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi nasıl kurarsın?

Ö4: O ikisini çarparak.

A: Yani o ikisinin çarpımı kime eşit olacak?

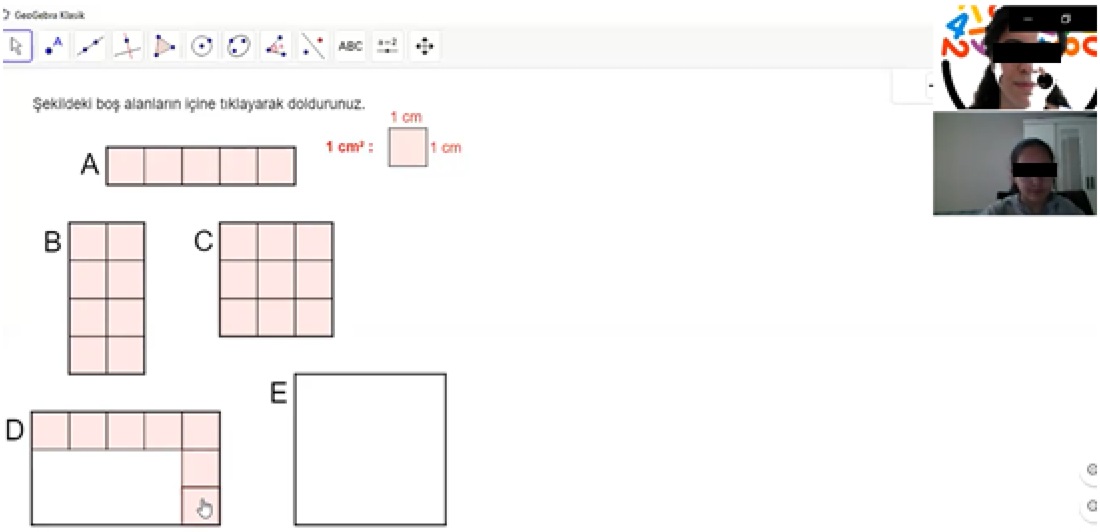
Ö4: Kareye eşit olacak, yani birimkarelere eşit olacak.

A: Dolasıyla neye eşit olmuş oluyor?

Ö4: En ve boy uzunluğunun…alana.

Ö4, başlangıç nesnesi olarak aldığı birimkare dizisini tekrar eden sıralar halinde yineleyerek, bir dikdörtgensel dizi elde etmektedir. “Mekânsal yapı”nın farkında olmasının yanında sıra sayısından ve bir sıradaki birimkare sayısının çarpımının bölgeyi oluşturduğunu bilmekte, fakat bunun alana eşit olduğunu ifade edememektedir. Sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısı *koordinasyonu* kurarak dikdörtgenin çarpımsal yapısının bulmuştur. Fakat farkındalığı düşüktür.

Ayrıca Ö4’e dört farklı dikdörtgen ve hareketli 1 cm^2 lik birim verilmiş ve her bir şekli kaplamak için kaç kare kullandığı sorulmuş (Şekil.4.3), aşağıdaki şekilde açıklamıştır.



Şekil 4.3. Ö4’ün çarpımsal yapıyı oluşturması

A: Yukarıdaki şekli kaplamak için pembe karelerden kaç tane kullanmak gerekir?

Ö4: A şeklinde 5 tane kullandım, B şeklinde 8 tane, C şeklinde 9 tane kullanmışız, D şeklinde 15 tane kullanmışız, E şeklinde 20 tane kullanmışız,

A: E’ye bir daha bakalım.

Ö4: 20 tane kullanmışız öğretmenim.

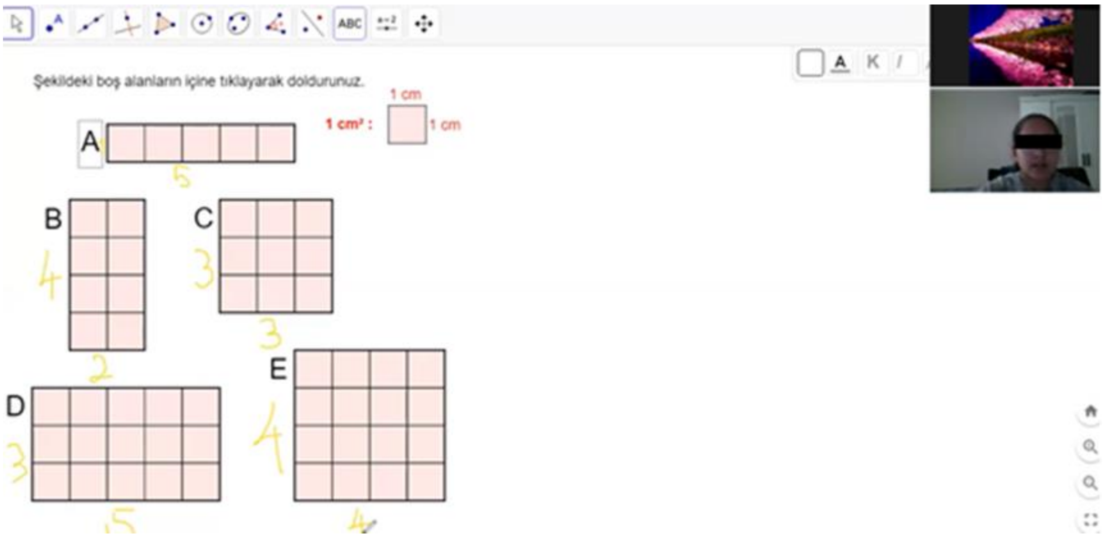
A: Hadi bir say bakalım kontrol sende.

Ö4: Aaa! 16 taneymiş.

A: 16’yı nasıl tespit ettin?

Ö4: Öğretmenim 4 ile 4 ‘ü çarparak bulmuştum. Biraz kafam 20 ile gelip gitti.

Şekilleri kaplarken ne gibi stratejiler kullandığı sorulduğunda açık bir şekilde sıra ve bir sırada bulunan birimkarelerden faydalandığını aşağıdaki gibi (Şekil.4.4) gözlemleyebiliriz



Şekil 4.4. Ö4’ün sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısıyla alan formülünü oluşturması

A: Tamam o zaman. Pembe kare ile şekli kaplarken ne gibi stratejiler kullandın?

Ö4: 1 ile 5’i çarptım

A: 1 ile 5 tam olarak neresi söyleyebilir misin?

Ö4: En ile boyu çarptım ya da sıra sayısı ile bir sıradaki birimkare sayısını çarptım (B için). 4 ile yani sıra sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısını çarptım (C için), yine aynı şekilde sıra sayısıyla yani 3 ile bir sıradaki birimkare sayısını çarptım, yani yine 3 ile çarptım.

A: Evet.

Ö4: (D için) yani sıra sayısıyla 3 le 5 i çarptım, yani bir sıradaki birimkare sayısını çarptım, (E için) sıra sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısını çarptım, yani ikisini de 4 ile çarptım.

A: İkisini de mi 4 ile çarptın, orayı anlayamadım.

Çok büyük bir dikdörtgen olsaydı, bunu kaplamak için gerekli kare sayısını nasıl bulacağı sorulduğunda yine yukarıdaki stratejiyi destekler şekilde cevaplandırmıştır.

A: Çok büyük bir dikdörtgen olsaydı bunu kaplamak için gerekli kare sayısını nasıl bulursun?

Ö4: Bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısını çarparak ya da enle boyu çarparak bulabilirdim öğretmenim.

Yukarıdaki görüşmeden anlaşılacağı gibi Ö4, alan ölçümü gerçekleştirebilmektedir. Bunu da en ve boy uzunluklarının çarpımı şeklinde ifade etmesine rağmen sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısından faydalanarak yaptığı açıktır. Dolayısıyla birimkare sayısına göre dikdörtgenin boyutlarını bulup alan bağıntısına ulaşamadığı düşünülmektedir.

4.2.3. Ö3'ün Dikdörtgenin Alan Formülünü Yapılandırma Süreci

Ö3'e sıra sayısını artırdığımızda görüntüye ne olduğu sorulduğunda şeklin alanının genişlediğini, bir sıradaki birimkare sayısını artırdığımızda da alanının arttığını söylemiştir. Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi sorulduğunda önce soruyu anlamadığını belirtmiş, bunun üzerine araştırmacı şekli oluşturan toplam kare sayısını düşünebileceğini söylemiştir. Bunu üzerine "her bir karenin br^2 ettiğini", "karelerinde şeklin alanını oluşturduğunu" aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: Sıra sayısını artırdığımız zaman görüntüye ne oldu?

Ö3: Alanı genişledi.

A: Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?

Ö3: Her bir sıradaki kare sayısı değil mi?

A: Bütün kareleri düşün. O şekilde oluşan toplam kare sayısını düşünebilirsin.

Ö3: Her bir kare 1 br^2 ediyor. O karelerde şeklin alanını oluşturuyor.

A: O kareler derken?

Ö3: Şeklin içindeki kareler.

Sonuçta bulduğu kavramı açıklaması istendiğinde kare sayısını belirlemek için kullandığı stratejiyi ifade etmeye çalışmıştır. "Sıra sayısındaki kare sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısını çarptığını" söyleyerek araştırmacı tarafından anlamlı bir ifade kullanmadığı düşünülmüştür. Bunun üzerine bir örnek yardımıyla "sıra sayısındaki kare" yerine "sıra sayısı" kullanmıştır. Buradan sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısını *koordine ettiğini*, bunların çarpımının şeklin birimkare sayısını verdiğini söyleyerek *kapsülleme* yaptığını söyleyebiliriz. Aşağıdaki veriler doğrultusunda böyle bir çıkarım yapılmıştır.

A: Sonuçta bulduğumuz kavramı açıklar mısın?

Ö3: Yani sıra sayısındaki kare sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısını çarpınca şeklin alanını buluyoruz.

A: Tekrar ifade edebilir misin?

Ö3: Bir sıradaki kare sayısıyla sıra sayısındaki kare sayısının çarpımı şeklin alanını buluyoruz.

A:Sıra sayısındaki kare sayısı mı?

Ö3: Evet.

A: Bir tane örnek verebilir misin bununla ilgili?

Ö3: Yani mesela 4 sıra var, her sırada 10 br^2 var. 4 ile 10 çarptığımız zaman şeklin alanını buluyoruz.

A: 4 ne oluyor orada?

Ö3: …sıra sayısı

A: O zaman tekrar bana bulduğumuz kavramı ifade edebilir misin?

Ö3: Yani 40 br^2 şeklin alanı. Bir sıradaki kare sayısı ile sıra sayısını çarparak 40 br^2'yi elde ederiz.

En uzunluğunun ne ifade ettiği sorulduğunda sıra sayısı, boy uzunluğunun da bir sıradaki birimkare sayısını gösterdiğini söylemiştir. En veya boyu azaldığında alanın küçüldüğünü, artırdığımızda alanın büyüdüğünü söylemiştir. Alan ile en ve boy arasındaki ilişki sorulduğunda en ile boy uzunluğunun çarpımının alana eşit olduğunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

A: En uzunluğu ne ifade ediyor sana?

Ö3: En uzunluğu sıra sayısını ifade ediyor.

A: Boy uzunluğu?

Ö3: Boy uzunluğu da bir sıradaki kare sayısını ifade ediyor.

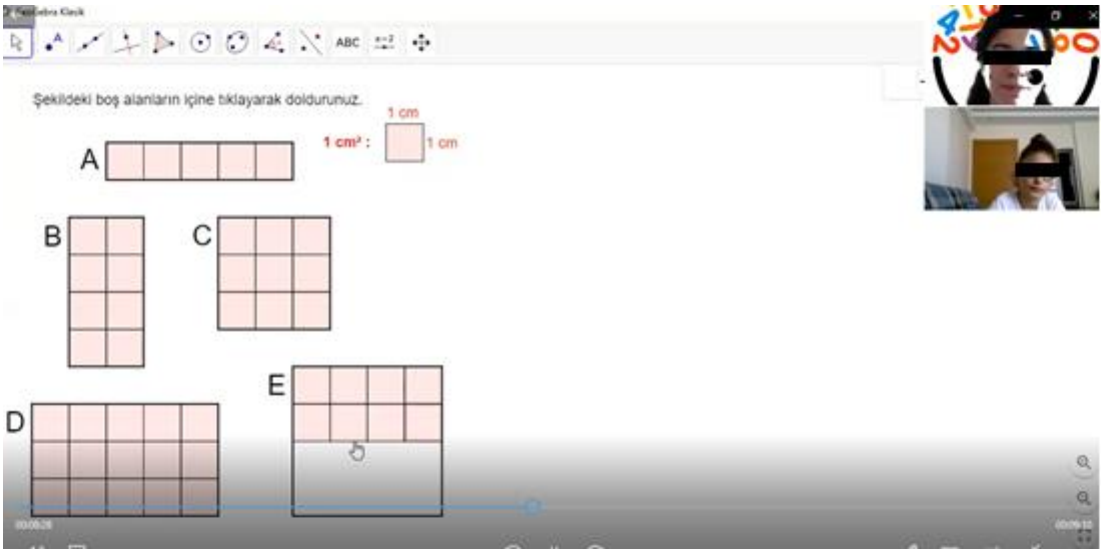
A: En veya boyu azaltırsam alanında nasıl bir değişim gözlemlersin?

Ö3: Artırırsak şeklin alanı genişler, azaltırsak küçülür.

A: Peki alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişki nedir?

Ö3: En çarpı boy alana eşittir.

Katılımcıdan 5 dikdörtgeni kaplaması istendiğinde kaplama eylemini sıralar halinde gerçekleştirdiği dikkat çekmiştir (Şekil.4.5). Şekilleri kaplamak için pembe karelerden kaç tane kullandığı sorulduğunda zihinden nasıl yaptığını ifade etmeden her bir şekil için kaç tane cm^2 kullandığını belirtmiştir.



Şekil 4.5. Ö3'ün mekânsal yapıyı oluşturması

A: Yukarıdaki şekilleri kaplamak için pembe karelerden kaç tane kullanmak gerekir?

Ö3: A 5 cm^2 yani 5 tane kareden oluşmaktadır. B 8 cm^2, C 12 cm^2,

A: C'ye dikkatli bakalım.

Ö3: Pardon 9 cm^2, D 15 cm^2, E'de 16 cm^2.

A: Her bir şekli kaplayacak pembe kare sayısını bulurken ne gibi stratejiler kullandın?

Ö3: (A) Her bir karede 1 cm^2 olunca kaç tane kare varsa onu 1 cm^2 ile çarptım.

A: Nasıl saydığında belirtebilirsin. …B'ye geçelim istersen A'yı sonra yine cevaplarız.

Ö3: Yine her bir kareyi saydım 8 kare vardı onları 1 cm^2 ile çarptım alanı 8 cm^2 buldum.

A. Peki 1…2…3…4…5…6…7…8 diye mi saydık?

Ö3: Evet. (D, E) en ve boy uzunluğunu çarparak buldum. Zaten karenin de her bir kenar uzunluğu eşit. Kenar uzunluğunu da 4 ile çarparak da bulabiliriz.

A: C de bir kareydi, C'de nasıl buldun?

Ö3: Onu da sayarak bulmuştuk.

A: Yine E gibi bulabilir misin C'yi?

Ö3: Öyle bulunca 12 cm^2 çıkıyor.

A: Ama kaç, kaç olması gerekiyor?

Ö3: 9.

A: Hadi E gibi göster kenar uzunluklarını.

Ö3: (gösterir).

A: Peki şimdi nasıl buldun alanı?

Ö3: 3'le 3 ü çarparak, yani en uzunluğu ile boy uzunluğunu çarparak.

A: Evet en uzunluğu ile boy uzunluğunu çarparak, peki genelleme yapabilir misin, yani kareleri bulurken ne yapıyoruz?

Ö3: En ve boy uzunluğunu çarpıyoruz.

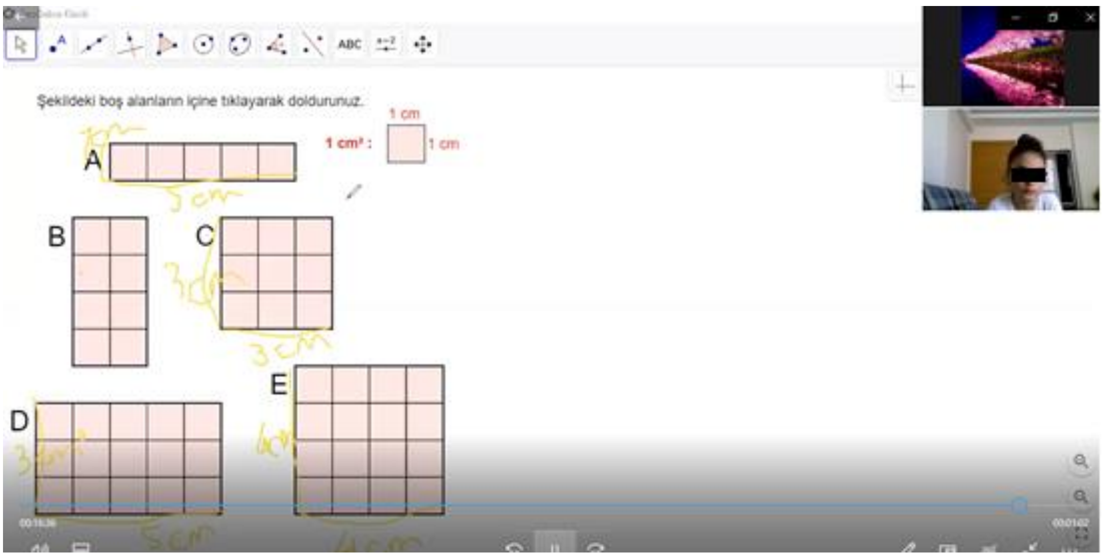
A: İkisi de aynı olduğu için aynı sayıyla çarpıyoruz diyebilir miyiz?

Ö3: Evet.

A: Çok büyük bir dikdörtgen olsaydı şekli kaplamak için gerekli kare sayısını nasıl bulurdun?

Ö3: En ile boy uzunluğunu çarpardım diyeceğim ama kareleri bilmiyoruz.

Ö3, dikdörtgenin mekânsal yapısını oluşturduktan sonra "en ile boy uzunluğunu çarpardım ama kareleri bilmiyoruz" ifadesinde dikdörtgenin alanını hesaplamak için her satırdaki birim sayısı ve satır sayısını, dikdörtgenin kenar uzunluklarından belirlediğini açık bir şekilde görebiliriz. (Şekil.4.6). Yani boyut ilişkisini kurduğu söylenebilir.



Şekil 4.6. Ö3'ün çarpımsal yapıyı oluşturması

Ö3 çarpımsal yapıyı da oluşturduğunu yukarıdaki şekilde de görülebileceği gibi söyleyebiliriz. Böylece alan formülü oluşturduğu düşünülmektedir. Tüm gelişimi sırasıyla gerçekleştiren Ö3, alan formülünün *nesnesine* ulaştığı söylenebilir.

4.2.4. Ö2'nin Dikdörtgenin Alan Formülünü Yapılandırma Süreci

Ö2 ile yapılan klinik görüşmelerde, sıra sayısını artırdığımızda görüntüye ne olduğu sorulmuş, önce şeklin neresi olduğuna karar vermiş ardından eni çoğalıyor demiştir. Dolayısıyla eni de "genişler" cevabını vermiştir. Burada sıra sayısını dikey şekilde düşünerek açıklamıştır.

A: Sıra sayısını artırdığımız zaman görüntüye ne oldu?

Ö2: Sıra sayısı boyu yükseltiyor değil mi öğretmenim?

A: Enini artırıyor.

Ö2: Sıra sayısını artırdığımızda çoğalıyor eni.

A: Peki görüntüye ne oluyor? O kırmızı görüntüye?

Ö2: Görüntü daha genişliyor.

A:Başka ne diyebiliriz?

Ö2: Bilemiyorum.

A:Genişlemesini ne sağlıyor?

Ö2: Genişlemesi ne sağlıyor derken öğretmenim?

A: Nasıl büyüyor o?

Ö2: Yana kaydırınca sayıları gittikçe arttıkça.

A: Neyin sayısını?

Ö2: Sıranın, enin

Ö2, sıra sayısındaki değişimi verilen örneğe göre aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

A: Mesela şöyle örnek verebiliriz. Sıra sayısı 1 ve her sırada 10 tane kare var, o sırayı 2 sıra yaptığımız zaman o şekle ne oluyor?

Ö2: Sırayı 2 yaptığımız zaman sıra daha da genişliyor mu? Büyüyor mu? Uzuyor mu?

A: Büyüyor da diyebilirsin.

Ö2: Birazcık daha büyüyor. Mesela birincide 10 ise ikincide 20 oluyor.

A: 20 ne oluyor?

Ö2: 20, sıra boyu mu acaba?

A: 10 neyin sayısıydı?

Ö2: 10, boyunun sayısı mıydı?

A: Ayrıca ne o?

Ö2: Onun adını unuttum.

A: Kolay adını söyleyebilirsin, ne şekliydi onlar?

Ö2: Dikdörtgen mi?

A: Dikdörtgenin içindekiler, 10 tane ne var orada?

Ö2: Birimkare.

A: 10 tane birimkare var. Sonra 2 sıra olunca ne oluyor?

Ö2: 20 birimkare toplam birimkare sayısı değil mi?

A: Evet.

Ö2: Şeklin neyi oluyor o?

Ö2: Şeklin alanı.

Bir sıradaki birimkare sayısı artınca şekle ne olduğu sorulmuş, şeklin çoğaldığını ifade etmiştir. Nasıl bir çoğalma olduğunu sorulduğunda aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.

Ö2: Birimkare sayısı artınca yine şeklin birimkare sayısı mı?

A: Evet.

Ö2: Şekil daha çok çoğalıyor.

A: Nasıl bir çoğalma buradaki?

Ö2: Boydan mı?

A: Evet.

Ö2: …bilmiyorum.

A: Yani biraz önce 2 sıra yaptığımızda kareler artmıştı değil mi?

Ö2: Evet.

A: Bu seferde yine ne artıyor?

Ö2: Alanı artmıyor mu?

Ö2'ye kare sayısı ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuş, bunu kare şekli ile dikdörtgen şeklini karşılaştırma olarak anlamıştır. Araştırmacının yardımıyla Ö2, kare sayısı saydığımızda toplam kare sayısını bulduğunu ve bununda şeklin alanını verdiğini anlamıştır. Yaptığı ilişkilendirmeyi de aşağıdaki şekilde örneklendirmiştir.

Ö2: Bir sırada 3 kat var.

A: Bir sırada 3 tane kare mi?

Ö2: Evet. Bu karelerin 4 tanesi üst üste gelmiş, alanı 3 çarpı 4 olur, yani 12 birimkare olur.

A: Sonuç olarak hangi kavramı bulduk?

Ö2: Alan kavramını bulduk.

İkinci etkinlikte en uzunluğunun ne ifade ettiği sorulmuş, şeklin genişliği olduğunu, boy uzunluğunun da şeklin boyu olduğunu söylemiştir. Önceki etkinlik ile bağlantı kurulduğunda en uzunluğunun sıra sayısı, boy uzunluğunun da kat sayısı olduğunu söylemiştir. “kat sayısı” olarak sıradaki “birimkare”yi ifade ettiği düşünülmektedir.

Ö2: En uzunluğu genişliği, boy uzunluğu boyu gösterir.

A: Peki biraz öncekiyle bağlantısını kurarsan en uzunluğu neye denk gelir?

Ö2: Sıra sayısına.

A:Boy uzunluğu neye denk gelir?

Ö2:Kat sayısı mı? Boy uzunluğunun denk geldiği sıra sayısını, diğeri.

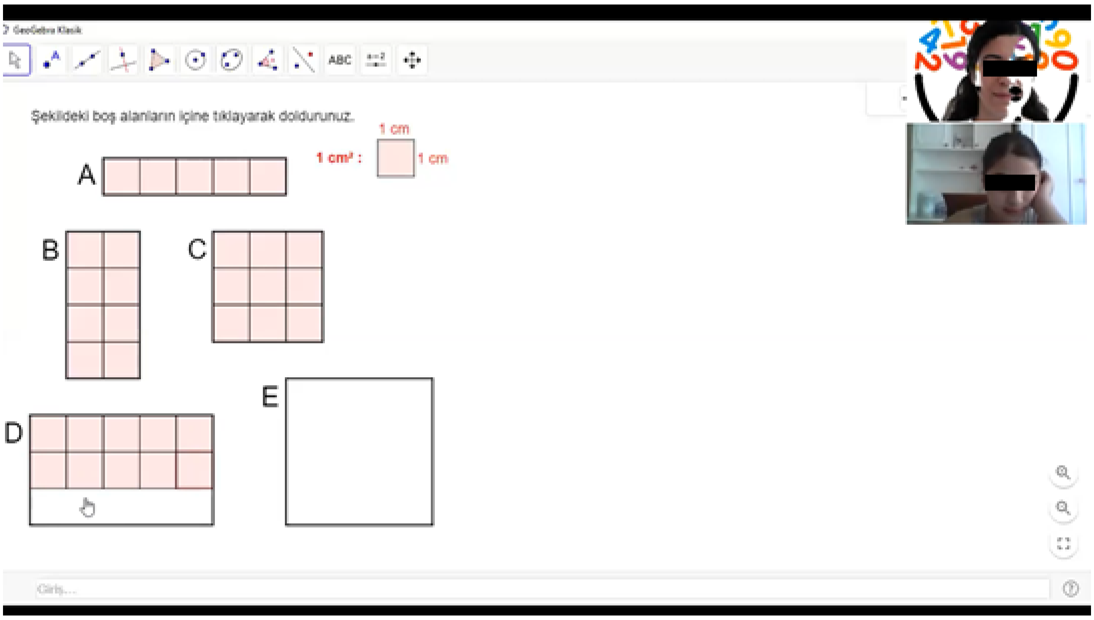
A: Bir sıradaki birimkare sayısı. Bir sırada bulunan karelerin sayısı da diyebilirsin. Bir sıraya kaç tane kare konulduğunu gösterir. Sorum şu en uzunluğunu arttırırsam görüntüye ne olur?

Ö2: Alan genişler, görüntüde daha büyük olur.

A: Alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö2:Alan en ile boyun çarpımıdır.

Ayrıca Ö2’ye beş tane dikdörtgen ve bir tane 1 cm^2’lik hareketli kare şekli verilmiş, şekilleri kaplamak için karelerden kaç tane kullanması gerektiği sorulmuştur. Katılımcının dikdörtgenleri sıralar halinde kaplaması dikkat çekmiştir. Her bir dikdörtgenin kare sayısını aşağıdaki şekilde (Şekil4.7) bularak ifade etmiştir.



Şekil 4.7. Ö2'nin mekânsal yapıyı oluşturması

A: Yukarıdaki şekilleri kaplamak için pembe karelerden kaç tane kullanmak gerekir?

Ö2: A dikdörtgeninde 5 tane kare kullandık, B dikdörtgeninde 8 tane kullandık, C dikdörtgeninde 6 tane kullandık,

A: Bir daha bakalım, neden 6?

Ö2: Pardon, 9 tane,

A: D dikdörtgeninde?

Ö2: 3, 6, 9, 12 bir dakika 1,2.3.4.5…15 tane kullandık.

A: E?

Ö2: E, karemi o, E karesinde de 4 kere 4, 16 tane kullandık.

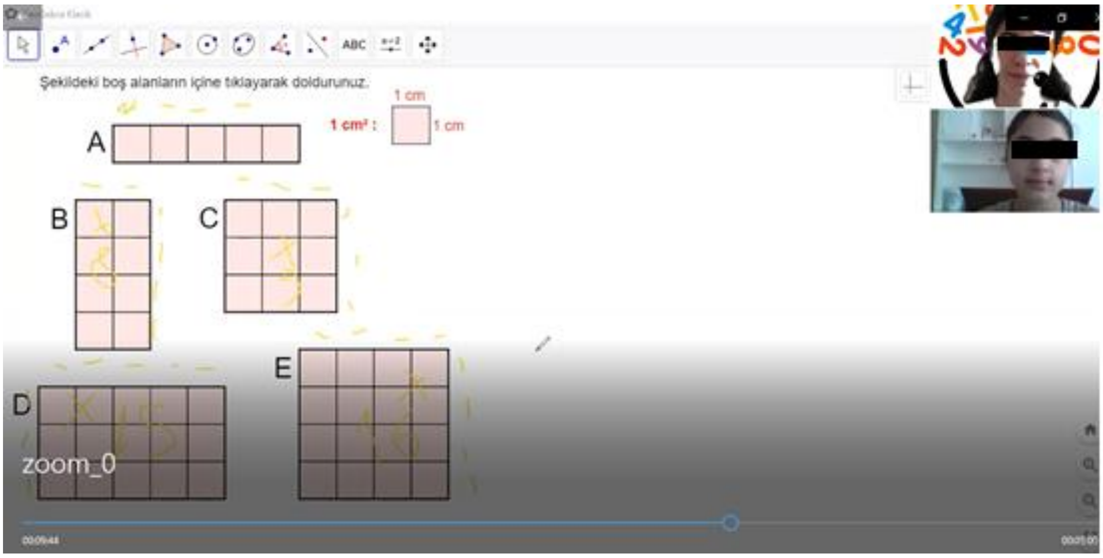
A: Her bir dikdörtgeni kullanırken ne gibi stratejiler kullandın?

Ö2: Öğretmenim birimkare falan onları mı söyleyeceğim?

A: (A gösterilir) 5 kare olduğunu nasıl tespit ettin bunu göstermeni istiyorum.

Ö2: 5 kare olduğunu sayarak tespit ettim. Böyle.

Pembe kare ile kaplarken ne gibi stratejiler kullandığı sorulduğunda bir kısmını sayarak bulduğunu söylemiştir. Buradan sıra sayısı ve bir sıradaki kare sayısından faydalanarak toplam kare sayısını bulduğunu söyleyebiliriz. Bu düşünceyi destekleyen veriler aşağıdaki gibidir (Şekil.4.8).



Şekil4.8. Ö2'nin sıra sayısı ve bir sıradaki birimkare sayısını çarparak alan ölçümünü yapması

Ö2: (A için). 1, 2, 3, 4, 5

A: B de nasıl bir strateji kullandın?

Ö2: Onun da bir kısmını saydım. 1. 2. 3. 4 sonra şurayı saydım 1, 2. Sonra 4 ve 2'yi çarptım 8 buldum.

A: Orada ki 4 ne oluyor?

Ö2: Sıra sayısı oluyor, 2 de bir sıradaki kare sayısı oluyor.

A: C'ye bakalım. C'deki stratejini söyleyebilir misin?

Ö2: 1, 2, 3 diye saydım. Sonra 3' ü burayı da saydım. 1, 2, 3 ve çarpınca da 9 buldum.

A: D'ye bakalım.

Ö2: D'yi de yine aynı mantıkla çözdüm. 1, 2, 3 sıra sayısını 3 buldum, bir sıradaki kare sayısını da 1, 2, 3, 4 ve 5, sonra onları çarptım ve 15 buldum.

A: E için?

Ö2: E içinde 1, 2, 3, 4 bir sıradaki kare sayısını çarptım, sonrada 1, 2, 3, 4 diye sıra sayısını çarpıp ve 16 buldum.

A: Her bir karemiz 1cm^2'lik alansa 16 tanesi ne olur? Ne dersin?

Ö2: Karemiz 1cm, …o zaman… Bir kenarı bir cm olarak düşüneceğiz değil mi?

A: Karem 1 cm^2'lik ya 16 tanesi ne olur?

Ö2: O zaman 16 cm olur.

A: 16 cm^2 olur diyebilirim. Son sorumuz şuydu, çok büyük bir dikdörtgen olsaydı kaplamak için gerekli kare sayısını nasıl bulurdun?

Ö2, sorulan sorunun cevabını aşağıdaki gibi (Şekil.4.9) somut nesne kullanarak açıklamıştır.

Şekil4.9. Ö2'nin alan ölçümü için kullandığı yöntemi somut nesne üzerinde göstermesi

Ö2: Şöyle bir dikdörtgen çok büyük onu şöyle küçültürdüm, sıra sayısını azaltırdım ve böylece onları hızlıca sayardım (bir sıradaki kare sayısını buluyor) sonra sıra sayısını baştaki gibi eski haline getirirdim ve çarpardım o sayıyla.

A: Ne ile çarpardın o noktayı anlayamadım?

Ö2: Öğretmenim diyelim ki en son sıra sayısı 10, ben onu 1'e indiririm. Bir sıradaki kare sayısını sayardım, sonra diyelim ki 20, sonra 20 ile 10'u çarpardım.

Buradan Ö2'nin bir birimkare dizisini birim olarak alıp, dikdörtgenin bu birimlerle boşluk kalmayacak şekilde kaplayarak *içselleştirdiğini* açık bir şekilde görürüz. Birimkare dizisi ile dikdörtgeni kaplamak için bir sıradaki birimkare sayısı ile sıra sayısından faydalanarak *koordinasyon* kurduğunu söyleyebiliriz. Fakat alan formülü *nesnesine* ulaşılmamıştır. Çünkü Ö2, çarpımsal yapıyı fark etmesine rağmen birim ve şeklin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi kurmaması, diğer bir ifadeyle boyut ilişkisinin oluşturmadığından alan bağıntısı oluşmamıştır.

4.2.5. Ö1'in Dikdörtgenin Alan Formülünü Yapılandırma Süreci

Ö1'e sıra sayısı artırıldığında görüntüye ne olduğu sorulmuş ve alanın değiştiğini, bu değişimin de artarak gerçekleştiğini söylemiştir. Nasıl bir artış olduğu sorulduğunda nasıl ifade edeceğini bilmediğinden bir örnek vererek açıklaması istenmiştir. Örneğinde, sıra sayısını artırmak yerine bir sıradaki kare sayısını artırmıştır. Fakat aşağıda ifade edildiği gibi durumun farkında değildir.

A: Örnek verebilirsin.

Ö1: Mesela birimkare sayısıyla sıra sayısını çarptım, mesela sırası 2 olsun, birimkare sayısı 6 olsun.

A: Bir sıradaki değil mi o? Oraya dikkat edelim.

Ö1: Ay evet, bir sıradaki birimkare sayısıyla onu çarptığımız zaman, yani sıra sayısını çarptığımız zaman alanımız 12'ye yükselmiş oluyor.

A: Bir tane daha örnek verebilir misin?

Ö1: Tabi şimdi, ilk önce mesela ilk başta 4 sıra olmuş olsun, Bir sıradaki birimkare sayısı 3 olmuş olsun. Bu sefer onun alanı 4, 8, 12 iken mesela 3 artıralım 24 olmuş oluyor. O şekilde.

A: 3 artırdığımız zaman 7 mi olacak?

Ö1: Yok 6 oluyor sıra sayısı.

A: Bir sırada 3 tane mi vardı?

Ö1:Yok 4 tane vardı. Bu sefer 24 olmuş oldu.

Bir sıradaki birimkare sayısını artırdığımızda görüntüye ne olduğu sorulduğunda bir önceki örnekteki gibi alanın değiştiğini ifade etmiştir. Bunun yanında kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi sorulduğunda soruyu ilk önce anlamlandıramamış sonra şekli oluşturan birimkareleri nasıl bulduğunu da göstererek alanı bulduğunu söylemiştir. Fakat araştırmacının yardımıyla toplam kare sayısının şeklin alanını vermesi sonucuna varması sağlanmıştır.

A: Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?

Ö1: Nasıl desem, bilemedim ki, mesela işte bir sıradaki birimkare sayısı mı diyorsunuz hocam?

A: Ne demek istersen? Yani dikdörtgenin alanı birimkare sayısının neyine eşittir?

Ö1: Karelerden faydalanarak en ve boyun çarpımından bulabilirim. Sonra sıra sayısı ile bir şeydeki sıradaki birimkare sayısını çarparak bulabilirim. O şekilde.

A: Sen her seferinde dikdörtgeni kaplayan kareleri mi tespit etmeye çalışıyorsun?

Ö1: Evet.

A: Yani her seferinde toplam kare sayısını mı buluyorsun her seferinde?

Ö1: Evet toplam kare sayısını buluyorum.

A: Toplam kare sayısı neye eşittir?

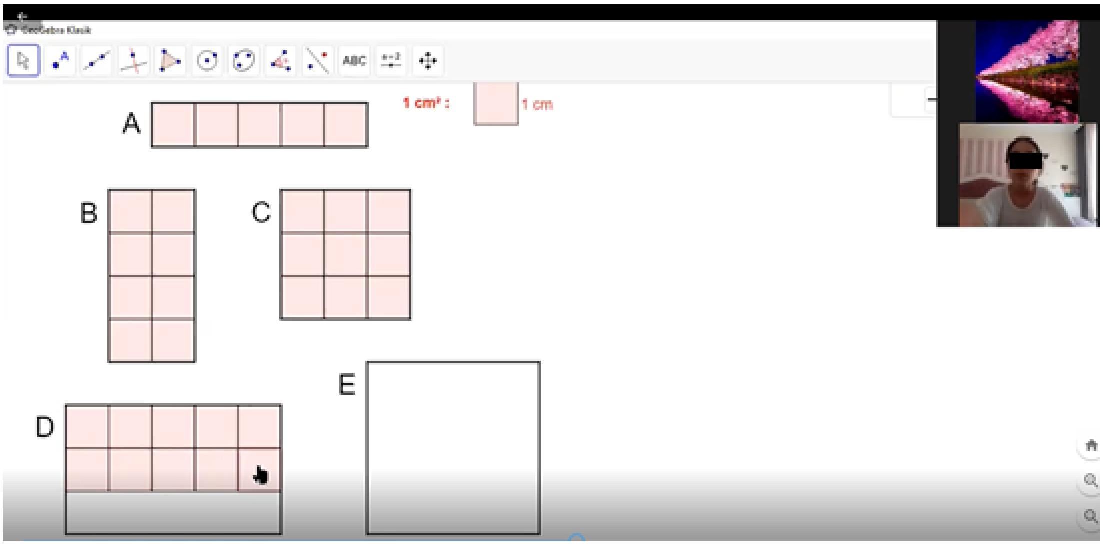
Ö1: Toplam kare sayısı alana eşittir?

A: Evet toplam kare sayısı dikdörtgenin alanına eşittir.

İkinci etkinliği düşünerek en ve boy arasındaki ilişki sorulduğunda aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Ö1: Aslında oda şey ile aynı, mesela sıra sayısı ile bir şeydeki sıradaki birimkare sayısının çarpımı gibi en ve boyda onunla aynı sonucu veriyor. Kareler olmadığı zaman onları kullanıyoruz. Yani en çarpı boy ya da sıra sayısıyla bir yerdeki birimkare sayısı alana eşittir.

Ayrıca Ö1'e beş tane dikdörtgen verilmiş, bunları $1cm^2$'lik şekil ile kaplaması istenmiştir. Şekilleri kaplarken Ö2'deki gibi sıralar halinde kapladığı dikkat çekmiştir (Şekil.4.10).



Şekil 4.10. Ö1'in mekansal yapıyı oluşturması

A:Her bir dikdörtgeni kaplamak için kaç tane kare kullandın?

Ö1: 5 tane kutucuk kullanmışız A için. B için 8, C için 9, D içinde 3, 6, 9, 12, 15 tane kullanmışız. E içinde 16 kullanmışız.

A: Sen bunların sayılarını belirlerken hangi stratejiyi kullandın?

Ö1: Sayılarını belirlerken yani nasıl saydığım mı?

A: Evet.

Ö1: A'yı birer birer sayarak yaptım. Çünkü onda herhangi bir sıra sayısı yok. 2

gibi olsaydı o şekilde sayacaktım. B’yi 2’şer 2’şer saydım. C’yi 3’er 3’er saydım. D’yi de 3’er 3’er saydım E’yi de 4’er 4’er saydım.

Çok büyük bir dikdörtgen olsaydı kare sayısını nasıl hesaplayacağı sorulduğunda sıra sayısıyla bir sıradaki birimkare sayısından faydalanarak alanı bulabileceğini ifade etmiştir. Buradan katılımcının bir sırayı tekrar ederek dikdörtgenin alanını ölçtüğü açıktır. Ö1, alanı hesaplarken şekil üzerinde gösterim yapmamıştır. Bu durum kullandığı teknolojik araçtan kaynaklanabilir. Çizim yapmakta zorlanmıştır. Alan formülünü oluşturmak için eylem ve süreç aşamalarını tamamlamasına rağmen *nesneye* ulaşamamıştır.

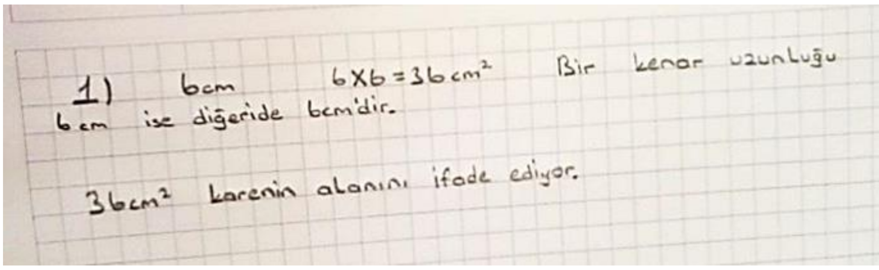
Katılımcılardan Ö5, Ö4 ve Ö3 alan *nesnesine* ulaşırken Ö2 ve Ö1 boyut ilişkini kuramadıkları için *süreç* aşamasında kalmıştır. Ayrıca Ö3’ün alan kavramı *nesnesine* ulaştığı da gözlemlenmiştir.

4.3. Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Dikdörtgenin alanı formülü nesnesine ulaşan öğrencilerin kapsüllenen nesneyi kapsülünden çıkararak yeniden farklı koordinasyonlar kurup karenin alan bağıntısına ulaşması amaçlanmıştır. Öğrenci sahip olduğu ön bilgilere göre birimkare dizisi ile karesel bölgeyi oluştururken enle boy uzunluğundan faydalanarak ya da bir sayının karesinden faydalanarak alanını bulabilir. Böylece iki kenar uzunluğunun çarpımının bir kenar uzunluğunun karesiyle aynı olmasını kapsülleyerek karenin alan formülüne varması beklenmiştir.

4.3.1. Ö5’in Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Ö5’e kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin alanını nasıl hesapladığı sorulduğunda şeklin kare olmasından dolayı diğer kenarının da 6 cm olduğunu düşünerek alanını doğru hesaplamıştır. En ile boy uzunluğunun eşitliğinden faydalanarak karenin alan bağıntısına ulaştığını aşağıdaki çözümüne (Şekil.4.11) bakarak söyleyebiliriz.

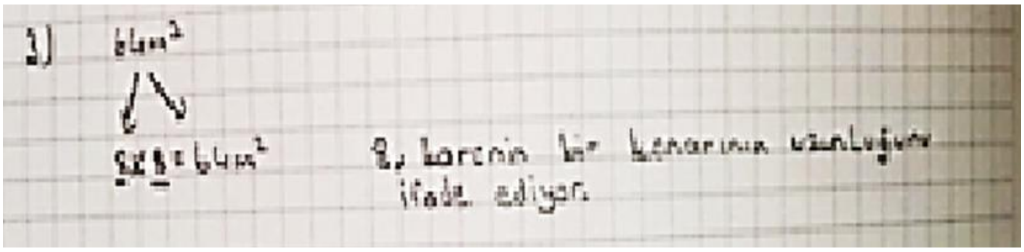


Şekil 4.11. Ö5'in kenar uzunluğu verilen karenin alanını hesaplaması

Ö5, çözümünü aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö5: Öğretmenim, şimdi bir kenar uzunluğu 6 cm, ben de diğer kenarı da 6 cm olacağı için bu bir kare olduğu için, 6 kere 6, 36 cm^2 olarak alanını bulmuş oluyorum. Buda 36 cm^2 de karenin alanını ifade ediyor.

Öğretim sürecinin başında yapılan hazırbulunuşluk testinde hangi sayının karesinin 64 olduğu sorulmuş, Ö5 bu soruya 64'ü 2 ye bölerek 32 cevabını vermiştir. Sınıf içi uygulamada alanı verilen bir karenin kenar uzunluğu sorulduğunda da aynı stratejiyi kullanarak yanlış sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla kenar uzunluğunu bulurken üslü sayılar ile *koordinasyon* kurduğundan ön bilgilerindeki yanlış yapılanma karenin alanına aktarılmıştır. Sınıf içi tartışmaların ardından yapılan görüşmede alanı 64 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğu sorulduğunda 8 m olarak doğru sonuca ulaşmıştır. Katılımcının kullandığı strateji aşağıdaki (Şekil.4.12) gibidir.



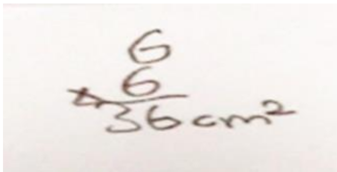
Şekil 4.12. Ö5'in alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulma stratejisi

Ö5: Öğretmenim şöyle yaptım, ne ile neyi çarparsam 64 m^2 yi, yani 64 sayısını ifade ediyor. 8 kere 8 yaptım, 64 buldum sonucunu. Oradaki 8 de karenin bir kenar uzunluğunu, 8m bir kenar uzunluğunu gösteriyor.

Ö5, karenin alan bağıntısının *nesnesine* ulaşmış, alanı verilen bir karenin kenar uzunluğu sorulduğunda *koordinasyona geri dönme* yaparak kenar uzunluğunu bulmuştur.

Ö4'ün Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Ö4'e kenar uzunluğu 6 cm olana bir karenin alanını nasıl hesaplanacağı sorulduğunda sıra sayısı ile bir sıradaki birimkare sayısını çarparak veya en ile boyu çarparak bulabileceğini söyleyerek 6 ile 6'yı çarpıp doğru cevaba ulaşmıştır. Burada dikkat çekici bir şekilde çözüm kağıdına 36 cm^2 yazmış (Şekil.4.13), 36'nın ne anlama geldiği sorulduğunda alan ölçü birimini doğru kullanmasına rağmen "birimkarelerden oluşmuş uzunluğu ifade ediyor" şeklinde cevaplamıştır. Elde edilen veriler aşağıdadır.



Şekil 4.13. Ö4'ün kenarı verilen bir karenin alanını hesaplaması

Ö4, cevabını aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö4: Öğretmenim sonucu şöyle buldum. En ile boyu çarparak ya da sıra sayısı ile bir sıradaki birimkare sayısını çarparak buldum.

A: 36 sana ne ifade ediyor?

Ö4: Birimkarelerden oluşmuş uzunluğu ifade ediyor.

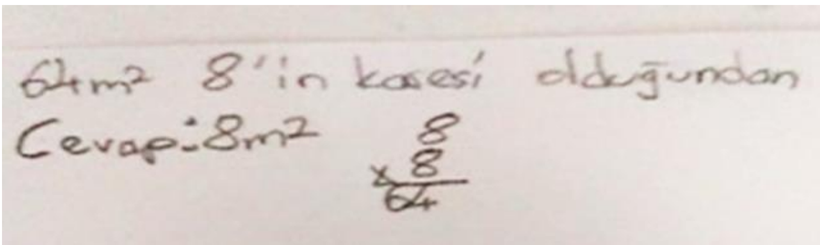
A: Uzunluğu derken?

Ö4. Yani alanı.

A: Ne demek istedin orada birimkare?

Ö4: Yani küçük karelerden oluşmuş, öyle…

Alanı $64m^2$ olan karenin bir kenar uzunluğu nasıl hesaplanır diye sorulduğunda "…bulana kadar 2 tane eş sayıda sayıyı çarparak 64 bulmaya çalışacağız" cevabını vermiştir. Böylece kenar uzunluğunu 8 bulmuştur (Şekil.4.14).



Şekil 4.14. Ö4'ün alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulma stratejisi

Fakat yukarıda dikkat çeken nokta burada da tekrar etmiştir. Kenar uzunluğunu 8 m^2 olduğunu söyleyerek aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö4: Karenin 4 kenar uzunluğu eşit olduğu için o iki kenarı da eşit oluyor. 64'ü 2 bölersek olmaz. O yüzden bulana kadar 2 tane eş sayıda sayıyı çarparak 64'ü bulmaya çalışacağız. 64'ü bulunca da o karenin bir kenar uzunluğunu bulmuş oluyoruz. Kenarını 8 buldum.

A: 8 ne?

Ö4: 8 m^2.

A: 8 m^2 mi acaba uzunluğu, 8 sayısı doğru ama m^2 mi?

Ö4:Öğretmenim orada m^2 yazıyordu.

A: Sence metrekare mi acaba?

Ö4: Hım, cm^2

A: 64 m^2 alan, 64 tane 1 m$^{2'}$lik şekilden oluşur. Ama uzunluk dersem, mesela kalemin uzunluğunu tahmin edebilir misin?

Ö: Uzunluğunu biliyorsam tahmin edebilirim, bilmiyorsam edemem.

A: Mesela cetvelle ölçtüm kaç olabilir?

Ö4: Ölçüm mü öğretmenim?

A: Hayır, bir sayı söyleyebilirsin, mesela 7, o nedir?

Ö4: 7 cm

A: O zaman sen bunu metre ile ölçüyorsan kenar uzunluğu ne olur?

Ö4: 8 metre

A: Neden metrekare olmadı da metre oldu?

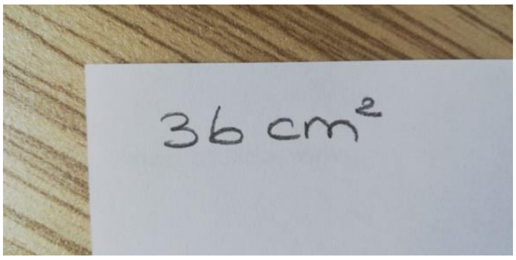
Ö4: Alanı metrekare oluyor uzunluğu metre oluyor.

Ö4, karenin alan bağıntısını oluştururken "iki tane eş sayını çarpımı" şeklinde ifade ederek en ile boy uzunluğunun eşitliğinden faydalanmıştır. Alanı ve kenar uzunluğunun sayısal olarak doğru cevaplandırmasına rağmen dikdörtgenin alan bağıntısını oluştururken zayıf oluşturduğu boyut ilişkisinden dolayı standart alan ölçü birimleri ile uzunluk ölçü birimlerini karıştırdığı düşünülmektedir.

4.3.2. Ö3'ün Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Ö3, bir önceki görüşmede dikdörtgenleri kaplayan kare sayısını belirlerken, kare şekillerini fark etmiş "karenin de her bir kenar uzunluğu eşit, kenar uzunluğunu 4 ile çarparak ta bulabiliriz" şeklinde bir çözüm sunmuştur. Burada Ö3 de, karenin kenar uzunluklarının özel durumu sayesinde alanını daha kısa bir yoldan bulma isteği oluşmuş diyebiliriz. Araştırmacının yönlendirmesiyle ölçüm yaptığında kareyi kaplayan birimkare sayısının farklı olduğunu görerek söylenen yöntemin karenin alanını vermediği sonucuna varmıştır. Böylece yine en ile boy uzunluğunu çarparak karenin alanını bulabileceği sonucuna varmıştır.

Karenin alan bağıntısının nasıl oluştuğunu derinlemesine görebilmek için yapılan klinik görüşmede, ilk olarak kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin alanının nasıl hesaplanacağı Ö3'e sorulmuştur. Katılımcı, "…kendiyle çarpıyorum" diyerek 6 ile 6'yıçapmış, 36 sonucuna varmıştır (Şekil.4.15). Burada bir sayının karesinden faydalanarak karenin alanını bulduğunu söyleyebiliriz.



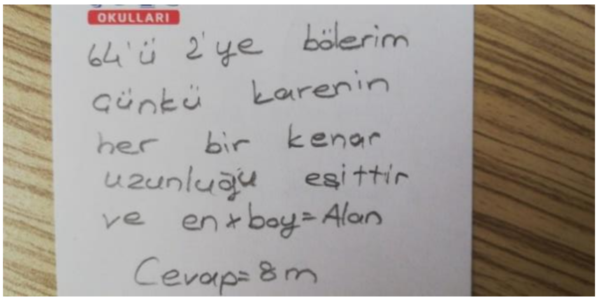
Şekil 4.15. Ö3'ün kenarı verilen karenin kenar uzunluğunu hesaplaması

Ö3: 6'yı kendisiyle çarparım, çünkü en ve boyun çarpımı alanı veriyor. Karenin de her bir kenar uzunluğu eşit olduğu için kendisiyle çarpıyorum. O yüzden 6'yı 6 ile çarparak 36 cm^2 buldum.

A: 36 sana ne ifade ediyor?

Ö3: Şeklin alanını. 6'nın karesini.

Alanı 64 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğu sorulduğunda 8 m cevabını vermiştir (Şekil.4.16).



Şekil 4.16. Ö3'ün alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulma stratejisi

Ö3, cevabı nasıl bulduğunu aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö3: 64'ü 2'ye bölerim. Çünkü karenin her bir kenar uzunluğu eşittir. En ile boy uzunluğunun çarpımı alanı veriyor. 8'in de karesi 64 olduğu için.

A: Cevabın doğru. 8 m'dir. Ben şurayı anlayamadım. "64'ü 2'ye bölünce " bu noktayı anlayamadım. Yani 64'ü 2'ye bölünce 8 gelmez.

Ö3: Onu da şu an bende anlamadım, neden öyle yaptım.

A: Yani, evet 8'in karesi 64, tersine geliyoruz değil mi, tersinden bulmaya çalışıyoruz,

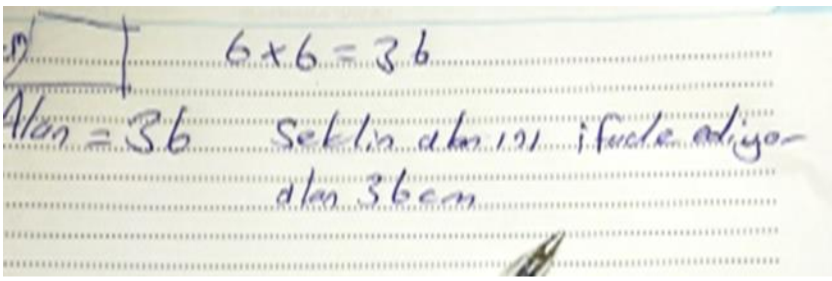
Ö3: Evet doğru, hangi sayının karesi 64 eder diye yapacağız.

Yukarıdaki görüşmeye göre Ö3, 64'ü 2'ye bölünce 8 gelmeyeceğini anladığını, hatta yaptığı açıklamayı oda anlam verememiştir. Aslında katılımcı, karenin alan bağıntısını üslü sayılardan faydalanarak oluşturduğu için alanı verilen karenin kenarını bulurken aynı *koordinasyondan geri dönerek* kenar uzunluğuna ulaşmayı hedeflemiştir. Burada geriye döndüğü için bölme, karesel sayıdan dolayı 2'ye bölme fikri mantıklı görünebilir. Fakat Ö3, bu noktada tanımlı bir işlem olmadığının farkına vararak kenarı bulurken "hangi sayının karesi 64 eder" şeklinde düşünme stratejisi geliştirerek bulduğu sonucun nasıl gerçekleştiğini açıklamıştır.

Ö3'ün süreç içerisinde yaptığı açıklamalardan karenin alan bağıntısı *nesnesine* ulaştığı söylenebilir.

4.3.3. Ö2'nin Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Ö2'ye kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin kenar uzunluğu sorulduğunda 6 ile 6'yı çarparak 36 sonucuna varmıştır. Fakat alanı "36 cm" şeklinde ifade ederek al alanın standart ölçme birimini yanlış ifade etmiştir (Şekil.4.17).



Şekil 4.17. Ö2'nin kenar uzunluğu verilen karenin alanını hesaplaması

Ö2 düşüncesini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö2: 36 şeklin alanını ifade ediyor. Yani alan eşittir 36 cm’dir.

A: Bu kare 36 tane neden oluşuyor?

Ö2: Birimkare.

A: Peki benim kenar uzunluğum birim değil, 36 tane nedir o zaman?

Ö2: 36 tane kare mi, kenar mı? Kenar kare, kare kenar, 36 tane…bilemiyorum.

A: Yani küçük küçük kareler olduğu, birimkare olduğu doğru, ama ben birimin adını biliyorum, santimetre (cm), o zaman sonucum ne olur?

Ö2: 36 santim.

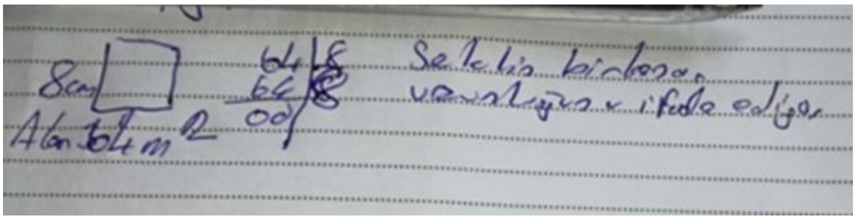
A: Hani biraz önce 36 tane birimkare demiştin ya bende diyorum ki birim değil, santimetre oldu o, o zaman 36 tane ne olur?

Ö2: 36 tane santim…ne diyorduk? 36 santimetre şeklin alanı.

A: 36 cevabımız doğru, yani sen neden 6 ile 6 yı çarpmıştın?

Ö2: Çünkü 6 ile 6 yı çarptığımda enle boy ya da bir sıradaki kare sayısı…

Alanı 64 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğunu nasıl hesaplayacağı sorulduğunda 8 cm cevabını vermiştir. Uzunluk ölçü birimine dikkat etmediğini söyleyebiliriz. Alanı verilen karenin kenar uzunluğunu 64’ü 8’e bölerek bulmuştur. Burada alanı ne ile bölersem yine aynı sonuca ulaşırım şeklinde düşünme stratejisi geliştirdiği düşünülmüştür (Şekil.4.18).



Şekil 4.18. Ö2’nin alanı verilen karenin kenar uzunluğunu bulma stratejisi

Araştırmacı ile Ö2 arasında gerçekleşen görüşme aşağıdaki gibidir.

Ö2: Kenar uzunluğunu 8 buldum.

A: 8’i nasıl buldun?

Ö2: 64’ü 8’e böldüm ve 8 buldum.

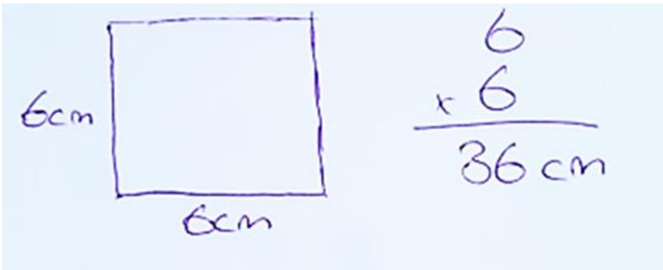
A: Neden 8’e böldüğünü açıklar mısın?

Ö2: Çünkü şimdi 8 ile 8’i çarptığım zaman 64 buluyorum. Farklı onlara göre bir yöntemi yok aslında sanırım. Çünkü soruyu çok iyi yapamadığım için normal başka bir şey denedim.

Ö2, karede en uzunluğu ile boy uzunluğu eşitliğinden faydalanarak bir kenarın tekrarlı çarpımıyla karenin alanını hesaplamıştır. Fakat sonucu alan ölçme birimini yanlış ifade ettiğinden hesaplama yaptığı söylenebilir, sadece işlemsel kavrayış söz konusudur. Diğer soruda alanı verilen karenin kenar uzunluğunu bulurken alanı ne ile bölersem yine aynı sonucu elde ederim düşünme stratejisiyle kenar uzunluğunu bulmuştur. Sonuç olarak Ö2, karenin alan bağıntısını anlamlı oluşturamadığından alan *nesnesine* ulaşamamıştır.

4.3.4. Ö1'in Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Ö1'e kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin alanı sorulduğunda "36 cm" cevabını vermiştir. Burada alanın ölçüsünü doğru bulmasına rağmen yanlış birim ile ifade etmiştir (Şekil.4.19).



Şekil.4.19. Ö1'in kenar uzunluğu verilen karenin alanını hesaplaması

Ö1, bulduğu sonucu aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö1: 36 buldum. Nasıl buldum. Şimdi kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin alanını nasıl hesaplarsınız? Karenin bütün kenarları eşit olduğu için yine bir en ve boy yani bir sıra ve bir sıradaki birimkare sayısını çarparak buluyorduk. Ben de ikisini yazdım. Normalde diğerleri de 6 ama ben ikisini çarptığımız zamanda alanını bulmuş oldum. Bulduğumuz sonuçta bunun alanını ifade ediyor.

A: Peki 36 olması, yani 36 tane ne bu?

Ö1: 36 tane birimkare.

A: 36 tane birimkareden oluşuyor. Ama kenarını vermişim, o zaman ne edersin?

Ö1: O zaman alanı 36 cm buldum.

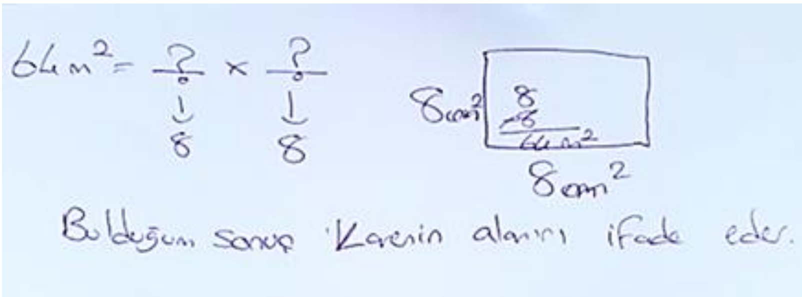
A: 36 cm dersem uzunluğu olur.

Ö1: He, 36 santimetrekare.

A: Neden?

Ö1: Çünkü içindeki kareler alanını oluşturduğu için kareyle ifade ediyoruz.

Alanı 64 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğu sorulduğunda “neyle neyi çarparsam 64 olur” şeklinde bir düşünme stratejisi geliştirmiştir. Ö1 kenar uzunluğunu, kullandığı stratejiye göre doğru bulmasına rağmen birimi yanlış ifade etmiştir. Alandan uzunluğa geçişte zorlandığı için kenar uzunluğunu “m^2” şeklinde göstermiştir.



Şekil 4.20. Ö1’in alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulma stratejisi

Bulduğu sonucun neyi ifade ettiğini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Ö1: 64 m^2 eşittir yaptım. Ondan sonra bir tane soru işareti koydum çarpı yaptım sonra bir tane daha soru işareti koydum. Yani neyle neyi çarparsam eşittir 64 m^2 olur? Ondan sonra bir tane kare üzerinden 64’ü 2’ye böldüm, 8 çıktı. Onu bir karenin üzerine 8m^2 8m^2 gösterip 8’le 8’i çarpıp 64 m^2 bulduğumun şeyini yaptım, işlemini

A: İspatı yani. Peki, 8 ne olacak kenar uzunluğu?

Ö1: 8 m^2 değil mi?

A: 8 m^2 dersem neyi ifade etmiş olursun?

Ö1: İçindeki kareleri.

A: Evet ama sen uzunluk buldun.

Ö1: He, 8 m o zaman.

Ö1, en uzunluğu ile boy uzunluğunun eşitliğinden faydalanarak, bir kenar uzunluğunun tekrarlı çarpımıyla karenin alanını hesaplamıştır. Aynı şekilde alanı verilen bir karenin kenar uzunluğunu bulurken, kurmuş olduğu *koordinasyondan geri dönerek* <u>? x ? stratejisi</u> sayesinde kenar uzunluğunu bulmuştur. Fakat bu iki soruda

Ö1'in karenin alan bağıntısını dikdörtgenin alan bağıntısından dolayı anlamlı olarak oluşturamadığını göstermektedir.

Karenin alan formülü *nesnesine* Ö5, Ö4 ve Ö3 ulaşmıştır. Ö2 ve Ö1 dikdörtgenin alan formülü *nesnesine* ulaşamadıkları için karenin alan kavramı oluşumunda da *süreç* aşamasında kalmıştır.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışma 5.sınıf öğrencilerinin dikdörtgenin alanı ve alan formülü kavramlarını oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla öğrencilerin kavram oluşturma süreçleri desteklenmesi için öğrenme ortamı dinamik matematik yazılımı destekli öğretime uygun bir şekilde hazırlanmıştır. APOS Teorik çerçeveye göre kavram oluşum süreçleri incelenmiştir. Bu bölümde bulgular ışığında ortaya çıkan sonuçlar, araştırma soruları ve ilgili literatür çerçevesinde sunulmuştur.

Alan ve alan formülü kavramlarının oluşumunun incelendiği bu çalışmada, genel olarak, katılımcıların alan kavramının örtme, ölçülebilirlik ve sürekli olma niteliklerini tam olarak oluşturamadıkları ve alanı sadece ölçülebilir özelliği ile niteledikleri görülmüştür. Literatürde de benzer eksiklikle karşılaşılmıştır (Kamii ve Kysh, 2006; Olkun vd., 2014) Bu durumun, katılımcıların ön bilgilerinin eksik veya yanlış olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Alanın örtme özelliğini anlamamış olan öğrencilerin alan korunumuna sahip olmadıkları görülmüştür. Bunun ise katılımcıların alan kavramını oluşturma sürecinde eylemlerin koordinasyonu ve özellikle süreci bir bütün olarak algılamakta zorlanmalarına neden olduğu düşünülmektedir. Ayrıca alan formülünün oluşum sürecinde birim, uzunluk ve üslü sayılar konularındaki eksik ve yanlış ön bilgilerin kavramın anlaşılmasını zorlaştırdığı söylenebilir. Ancak, önbilgilerdeki eksiklik ya da yanlışlıkların giderildiği varsayıldığında araştırmadaki öğretim ortamının dinamik matematik yazılımı destekli olarak GeoGebra yazılımının dinamik yapısından faydalanarak tasarlanmasının, alan niteliğinin bahsedilen özelliklerinin farkına varılmasını ve ölçülebilirlik niteliğinin hangi birim ile hesaplanabileceğini anlamlı bir şekilde belirlemesine fayda sağladığı düşünülmektedir. Öğretim süreci ve klinik görüşmeler doğrultusunda teknolojinin öğretici rolüyle tasarlanan bu çalışmada, öğrencilerin alanın iki boyutlu yapısını daha kolay bir şekilde hayal edebildikleri ve kavramlar arası ilişkiyi kısa sürede kurabildikleri görülmüştür. Alan yazında bilgisayar destekli öğretim ortamında ele alınan farklı kavramların öğretiminde benzer sonuçlar elde edilmiştir. Örneğin; Günhan ve Açan (2006), meta-analiz yöntemiyle dinamik matematik yazılımlarının sonuçlarını değerlendirdiğinde inceledikleri 41 çalışmada dinamik matematik yazılımlarının kullanılmasının geleneksel öğretime göre oldukça başarılı olduğu ve etki büyüklüğünün güçlü düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öçal ve Şimşek (2016), öğretmenlerin farklı araçları kullanarak (pergel-çizgeçinşası ve dinamik geometri yazılımı olarak GeoGebra inşaları) temel geometri inşa problemlerini çözme süreçlerini ve bu konudaki görüşleri incelendiğinde öğretmenlerin, GeoGebranın deneme-yanılma imkan sağlamasından dolayı pergel-çizgeç ile yapamadıkları bazı inşaları GeoGebra ile yapabildikleri görülmüş, yapılan çalışmada Geogebranın dinamik yapısından dolayı alan kavramının sürekli yapısını göstermesiyle benzeşmektedir. Zengin (2019) de GeoGebra destekli matematik öğretiminin 6.sınıf öğrencilerin alan ve hacim konularındaki akademik başarısına baktığında mevcut matematik öğretim programıyla işlenen derslere göre GeoGebra destekli işlenen derslerin öğrenci başarısını anlamlı bir şekilde geliştirdiği gözlemlenmiş, öğrenci başarısını artırmada etkili bir yöntem olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan bu çalışma öğrenci başarısını artırma bağlamında benzerlik göstermiştir. Jonassen (2006), görselleştirme araçlarının öğrencilerin özellikle akıl yürütmelerini desteklediği, görsel fikirlerin daha kolay ve doğru bir şekilde ifade edebildiği, matematiksel çıkarımlar yapabildikleri sonucuna varmış, bu da yapılan bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Ayrıca, çalışmada uygulama öncesi oluşturulan genetik çözümleme ile uygulama sonucunda görülen katılımcıların zihinsel şemalarının birbirleriyle tutarlı olduğu tespit edilmiş, öğretim süreci sonunda genetik çözümleme genişletilerek son hali verilmiştir.

5.1.1. Dikdörtgenin Alanını Hiç Boşluk Kalmadan Kaplayan Birimkarelerin Sayısı Olarak Kavramsallaştırılma Süreci

Alan kavramı ile yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin alan niteliğini hangi birimle ölçülmesine karar veremediği ve birim ile nitelik arasındaki ilişkinin çok açık olmadığı belirtilmiştir (Nitabach ve Lehrer, 1996). Öğrenciler birimkare kavramını yetersiz şekilde oluşturan standart alan ölçme birimlerini yanlış ve eksik açıklamaktadır (Erdem, 2018). Bu çalışmanın ilk aşamasında bir şeklin alanını nasıl belirleyecekleri ile ilgili yapılan etkinlikte, bir şekil ve şeklin alanını belirlemek için üç farklı ölçek (kare, ve iki farklı üçgen) verilmiştir. Alanı belirlerken hangi ölçeği seçeceklerinin önemli olduğu bu etkinlikte katılımcıların hepsi, sınıftaki diğer tüm öğrencilerin ise büyük bir çoğunluğu kareyi seçmiştir. Ancak, bu durumun, öğrencilerin ilkokul bilgilerinden kaynaklı olabileceği de düşünülebilir. Etkinlik sürecinde katılımcıların alanı, şekli kaplayan birimkarelerin sayısı olarak kavramsallaştırmalarında literatürde bahsedilen durumlara benzer sonuçlar elde edilmiştir. Örneğin Ö2, üçgen şeklinin de üçgenle kaplanacağı çıkarımında bulunmuştur. Ayrıca Ö4, alanı birimkare ile ölçmeye çalışmasına rağmen ölçüm sonucunu uzunluk ölçme birimi kullanarak ifade etmiş ve bir boyutta ele almıştır. Süreç içerisinde ise iki boyutlu yapılanmayı gerçekleştirmiştir.

Katılımcıların, kavramı oluştururken gerçekleştirdikleri zihinsel yapı ve mekanizmaların benzer olduğu görülmüştür. Kavramsallaştırma sürecinin eylem aşamasında, katılımcıların verilen şekli kareyle sistemli ve kolayca kapladıkları görülmüştür. Birim olarak kareyi seçen katılımcılar, kaplarken boşluk kalmamasına ve sistemli olmasına özen göstermişler ve alan niteliği ile birim kavramını ilişkilendirerek eylemi içselleştirmiştir.

Katılımcılara ölçek olarak karenin yanında farklı büyüklüklerde seçenek olarak sunulan üçgenler ile şeklin tam kaplandığını gözlemleyen katılımcılar, kendi seçimleriyle diğer ölçekler arasında karşılaştırma yapıp karenin alan ölçmede birim olmasına anlam yüklemişlerdir. Böylece birimkare kavramı ile şekil arasında koordinasyon gerçekleştirilmiştir.

Süreç aşamasında olan katılımcılardan birimkarenin alanına 1 birimkare anlamı yükleyen katılımcılar, şekli birimkareler ile boşluk kalmadan sistemli bir şekilde kaplayarak şekli kaplayan birimkarelerin sayısının şeklin alanını verdiğini kapsüllemişlerdir. Böylece üç katılımcının ilk etkinlikten sonra, diğer bir katılımcının süreç içerisinde alan kavramını nesne düzeyinde kavramsallaştırdığı görülmüştür. Sadece bir katılımcı güçlü bir koordinasyon kuramadığı için süreç aşamasında kalmıştır.

5.1.2. Dikdörtgenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Bu çalışmada dikdörtgensel bölgenin tekrarlı birim dizilerinden oluşan yapısını ve iki boyutlu uzamsal yapılanmayı desteklemek amacıyla, bir bölgeyi örten birimkare dizisi verilmiştir. Eylem aşamasında birimkare dizisi yinelenerek dikdörtgensel bölge kaplanmıştır. Etkinlikte her bir yineleme sıra sayısı şeklinde ele alınmakta olup katılımcılar, sıra sayısı arttığından dizideki birimkare sayısı kadar alanın arttığını örnek vererek açıklamışlardır. Dizideki birimkare sayısı arttığında da sıra sayısı kadar alanın etkilediğini saptamışlardır. Böylece beş katılımcı da eylem içselleştirilmiştir.

Süreç aşamasında, katılımcılar bir sıradaki birimkare sayısı ve sıra sayısından faydalanarak dikdörtgeni oluşturan birimkare sayısına ulaşmışlardır. Tüm katılımcılar sıra sayısı ile bir sıradaki birimkare sayısını koordine ederek bunların çarpımının dikdörtgeni oluşturan birimkare sayısını verdiğini yapılandırmışlardır. Böylece katılımcıların alan ölçümünü gerçekleştirdikleri düşünülmektedir. Ancak, alanı kolayca ölçmelerine rağmen açıklamakta zorlanmışlardır. Bu durum alan ölçmede kapsüllemenin kolay olmadığını göstermektedir. Bir sıradaki birimkare sayısına bakarak boy uzunluğunu, sıra sayısına bakarak en uzunluğunu elde edip birimkare ile dikdörtgenin boyutları arasındaki ilişkiyi kuran katılımcılar, boy (bir sıradaki birim kare sayısı) ile en (sıra sayısı) uzunluğunun çarpımın dikdörtgenin alanı vermesini kapsülleyip dikdörtgenin alanını "en uzunluğu × boy uzunluğu" olarak genellemişlerdir. Böylece üç katılımcı bu soyutlama mekanizmasını oluşturabilmiştir. Diğer iki katılımlardan biri (Ö1) bir sıradaki birimkare sayısından (sıra sayısından) dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirleyememiştir. Dolayısıyla boyutları ilişkilendirerek alan bağıntısına ulaşamamıştır. Diğer katılımcı ise (Ö2) dikdörtgenin en uzunluğunu genişliği, boyu uzunluğunu da boyu olacak şekilde bir kavram imajına sahiptir. Bu durum etkinlikte verilenlerin tam tersidir. Bu yüzden bilişsel bir çatışma yaşayarak boyutlar arasındaki ilişkiyi anlayamadığı ve klinik görüşmelerde alanı "en uzunluğu × boy uzunluğu" şeklinde açıklamasına rağmen kavramsal olarak oluşturamadığı düşünülmektedir.

Alan formülü nesnesine ulaşan üç katılımcıdan biri (Ö5), boyut ilişkisini rahatlıkla kurmuş ve alan nesnesine ulaşmıştır. Bir katılımcı (Ö3), önce dikdörtgenin içine birimkareleri sıralar halinde yerleştirmiş ve birimkarelerden faydalanarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirlemiştir. En ve boy uzunluğunun çarpımını yaparak alanı hesaplamıştır. Alan bağıntısı nesnesine ulaşan bu katılımcı Outhred ve Mitchelmore (2000)'un bahsettiği alan formülünün gelişimsel ilişkisiyle paralellik göstermektedir. Diğer katılımcı (Ö4) ise, kareleri sıralar halinde oluşturmadan dikdörtgenin çarpımsal yapısını düşünerek alan formülünü oluşturmuştur. Bu katılımcının alan nesnesine ulaştığı düşünülmüş olsa da, alan nesnesi ile süreç arasında bir aşama olmadığı varsayılarak bu sonuca varılmıştır. Yapılan çalışmalar (Arnon vd., 2014; Dubinsky vd., 2013; Oktaç ve Çetin, 2016), öğrencilerin süreç aşamasından nesne aşamasına geçerken zorlandığını ve araştırmacıların bunu tanımlamakta zorlandıklarını ifade etmekte, bu durumu süreç ile nesne arasında "bütünlük (totality)" şeklinde bir zihinsel aşama olabileceğinden bahsetmektedir. Ö4 göz önünde tutulduğunda bu durum ile araştırmacıların fikri örtüşmektedir. Yani yapılan çalışmada Ö4'ün durumunun APOS Teorik çerçevesinin önerilen bütünlük aşamasını destekler nitelikte olduğunu düşündürmektedir. Ayrıca bu katılımcının boyut ilişkisini zayıf kurduğu da düşünülmektedir.

Dikdörtgenin alan ölçümünü birimkarelerle yapan katılımcılardan ikisinin dış uyaranlara ihtiyaç duyduğu saptanmış ve ön bilgilerindeki eksiklikten dolayı bu katılımcıların süreç aşamasında kaldığı düşünülmüştür. Diğer üç katılımcı ise genelledikleri formülü nesne haline getirdikleri düşünülmektedir. Katılımcıların nesne düzeyinde kavramsallaştırmaya sahip olabilmeleri için ulaşılan nesnenin başka kavramların oluşumunda kullanılması gerekir (Arnon vd., 2014; Oktaç ve Çetin, 2016). Daha sonraki öğretim kademelerinde dikdörtgenin alan formülünü oluşturma sürecinde kullanılmasıyla nesneleşme süreci tamamlanacağı öngörülmektedir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin karelerden oluşmuş bir sırayı, çoğaltılabilen tek bir sıra olarak düşünemedikleri görülmüştür (Battista, 2004; Van De Walle, 2019). Bu çalışmada öğrencilerin kavramsallaştırma sürecinde sistemli sayma becerileri gerçekleştirdikleri saptanarak tasarlanan öğretim ortamı sayesinde daha önce görülen hataların birçoğunun önüne geçildiği düşünülmektedir. Bu bakımdan yapılan çalışmanın sonuçları dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında hazırlanan (GeoGebra) etkinliklerinin alan ölçme öğretimi üzerinde pozitif etkisini savunan çalışmaları destekler niteliktedir (Zengin, 2019).

5.1.3. Dikdörtgenin Özel Bir Durumu Olan Karenin Alan Formülünün Yapılandırılma Süreci

Dikdörtgenin özel bir durumu olan karenin alan formülünün kavramsallaştırılma sürecinde, iki katılımcı (Ö5, Ö4), dikdörtgenin alan formülünü kapsülünden çıkarmışlar ve karenin bütün kenar uzunlukları eşit olması bilgisiyle en ile boy uzunluğunun eşitliğinden faydalanarak birimkare dizisi ile karesel bölgenin alanı arasında koordinasyon gerçekleştirmiştir. Bu katılımcılar iki kenar uzunluğunun çarpımını kapsülleyerek alan nesnesine ulaşmıştır. Dikdörtgenin alan formülünü kavramsallaştırma sürecinde süreç aşamasında kalan diğer iki katılımcı (Ö2, Ö1), alan ölçümünü çarpma işlemi ile ilişkilendirerek alan formülünü ezberlemişlerdir. Bu katılımcılar, boyut ilişkisini kuramadıkları için alan formülünün nesnesine ulaşamadıkları tespit edilmiş sadece karenin kenar uzunluklarının eşitliğini göz önünde bulundurarak iki kenar uzunluğunun eşitliğinden faydalanma stratejisini kullanarak birimkare dizisi ile karenin alanı arasında koordinasyon gerçekleştirmiştir. Bu katılımcılar iki kenar uzunluğunun çarpımını kapsülleyerek karenin alan ölçümünü gerçekleştirmiştir. Burada buldukları alan ölçümlerinin doğru olmasına rağmen birimin yanlış olduğu da tespit edilmiştir. Alanı "cm" ile ifade eden katılımcının (Ö1), alan-uzunluk geçişlerinde zorlandıkları görülmektedir. Diğer taraftan diğer katılımcı (Ö3) ise dikdörtgenin alan bağıntısı nesnesini kapsülünden çıkararak alan formülünü oluşturmak için kurduğu koordinasyondan aynı yoldan geri dönme yapmış, karenin alan formülü nesnesine ulaşmıştır.

Süreç, birden fazla yolla elde edilebilir. İki sürecin koordine edilmesiyle veya sürecin ters çevrilmesiyle yeni süreç elde edilir (Oktaç ve Çetin, 2016). Alanı verilen bir karenin kenar uzunluğu belirlenirken alan bağıntısını kavramsallaştırma sürecinin ters çevrilmesini gerektirmektedir. Üç katılımcı (Ö5, Ö2, Ö1) karenin alan bağıntısının sürecini tersine çevirerek kenar uzunluğunu bulmuştur. "hangi sayıyı kendisi ile çarparsam verilen sayı elde edilir?" düşünme stratejisini geliştiren katılımcılar (Ö5, Ö1) düşüncesini "? x ? = verilen sayı" şeklinde modelleyerek kenar uzunluğunun ölçüsünü bulmuştur. Diğer iki katılımcı (Ö4, Ö3), "neyin karesi verilen sayı eder" düşünme stratejisini geliştirerek istenen yanıtı vermiştir. Burada Ö3, bu süreçte koordinasyonu gerçekleştirdiği aynı yoldan, Ö4 ise kavramsallaştırma sürecinde kullandığı koordinasyondan farklı bir yoldan geri dönerek kenar uzunluğuna ulaşmıştır.

Burada dikkat çekici olarak iki katılımcının (Ö3, Ö1), kenar uzunluğunu nasıl buldukları sorulduğunda verilen sayıyı 2'ye bölerek yanıtını vermiştir. Ö3'ün alan bağıntısını üslü sayılardan faydalanarak oluşturduğu için aynı koordinasyondan geri dönerek ulaştığı düşünüldüğünde, buradaki tersine çevirmede bölme, karesel sayıdaki 2 den dolayı "2'ye bölme' olarak görünmüş olabilir. Fakat Ö3'ün, bu noktada bir işlem olmadığının farkına vararak (8.sınıfta öğreneceği karekök işlemi) alanı verilen şeklin kenarını bulurken "Hangi sayının karesi verilen sayıdır" stratejisini anladığı söylenebilir.

Carpenter ve diğerleri (1988), bir karenin alanını bulurken bir kenarın uzunluğu göz önüne alındığında öğrencilerin çoğunun karenin kenarlarının eşit olduğunu bilmelerine rağmen karenin alan formülü konusundaki bilgilerini sadece öğrencilerin %13'ü çok az uygulayarak ifade etmiştir. Yapılan bu çalışmada ise katılımcıların çoğu (dikdörtgenin alan formülü nesnesine ulaşanlar) karede iki kenar uzunluğunun çarpımının (bir kenar uzunluğunun karesi) karenin alanı verdiğini kapsüllemiş, karenin alan formülü nesnesine ulaşmıştır. Bu durum tasarlanan öğretim ortamının, dikdörtgenin alan formülünün karenin alan formülüne genellemesine katkı sağladığını düşündürmektedir.

5.2. Öneriler

Çalışmanın öğretim ortamının alan kavramının örtme, ölçülebilir olma ve sürekli olma niteliklerinin farkındalığını desteklemesine rağmen, önbilgilerin eksikliği ya da yanlışlığı nedeniyle alanın sadece ölçülebilirlik niteliğinin farkına varılması sonucu düşünüldüğünde, bu kavramın öğretim sürecinden önce veya süreç içerisinde bu eksikliklerin giderilmesinin gerekliliği önemlidir. Alanın örtme özelliğinin daha iyi kazandırılması için dinamik matematik yazılımıyla hazırlanacak daha fazla etkinliğin etkili olacağı söylenebilir. Böylece ilkokul düzeyinde kazandırılmamış alan korunumu, ortaokul için temel teşkil eden bu sınıf seviyesinde giderilebilir. MEB öğretim kazanımlarında olmayan bu kazanımın alan ve alan formülü kavramları için kritik olduğu görülmüştür. Alan ölçmeye uzunluk ölçmenin temel teşkil ettiği ve ilişkilendirmede önemli olduğu düşünüldüğünde, dinamik matematik yazılımı destekli alan ölçme etkinlikleri gibi dinamik matematik yazılımı destekli uzunluk ölçme etkinliklerinin hazırlanmasının gerek boyut kavramının öğretiminde gerekse dolaylı olarak alan öğretimine hizmette önemli katkı sağlayacağı söylenebilir. Alan kavram öğretimi ilkokul 3.sınıf seviyesinde başlamakta ve alan kavramının temelleri bu seviyede atılmaktadır. Dolayısıyla, araştırmacılar dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında alan kavram oluşumunu ilkokul düzeyinde inceleyebilir.

Bu çalışmada salgın süreci göz önünde tutularak dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamı, bilgisayarın öğretici rolünden faydalanarak oluşturulmuştur. Öğrencilerin ekran başında kalma sürelerine dikkat edilerek öğretim ortamı tasarlanmıştır. Yüz yüze eğitime geçildiğinde bilgisayarın öğretilen rolüne göre öğretim ortamı oluşturulabilir. Böyle bir ortamda öğrenciler model tasarlayarak alan kavramı hakkında daha derin düşünebilir, daha fazla süre ve çaba harcamalarına karşın üst düzey düşünme becerilerini geliştirebilir. Öğrencilerin matematiksel görevi yerine getirirken hangi matematiksel bilgiyi nasıl kullanacağını değerlendirip ilişkili bilgileri yapılandırarak öğrenmesi sağlanabilir. Öğrenciler alan kavramını oluştururken bilişsel çelişki – uyumsama – özümseme - dengeleme süreçlerini yaşayarak anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirebilir. Öğrencilerin ele alınan konu ile ilgili etkinlik oluşturması sağlanarak eleştirel, yaratıcı ve karmaşık düşünme becerileri incelenebilir. Ayrıca alan kavramının sürekli yapısının nasıl oluştuğu detaylı olarak araştırılabilir.

APOS teorik çerçevesi, matematiksel kavramların nasıl oluştuğu veya öğrencilerin öğrenmiş oldukları kavramla ilgili zihinsel yapılarını incelediğinden, bir kavramın oluşumu için gerekli olan öğretim ortamının tasarlanmasını da sağlamaktadır. . Bu çalışmada dikdörtgenin alan kavramı için genetik bir çözümleme oluşturulmuş ve süreçlerin derinlemesine incelenerek öğretim sırasında hangi aşamalara dikkat edilmesi gerektiği tespit edilmeye çalışılmıştır. Genetik çözümlemede süreç ve nesne arasındaki tanımlanamayan boşluğun bütünlük aşaması ile doldurulabileceği çalışma sonucuna göre söylenebilir ve bu boşluğun bütünlük aşaması ile doldurulabileceğini araştıran farklı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, bu genetik çözümlemelerin farklı teorik çerçevelere göre incelenmesi ve farklılıkların tespit edilerek alan kavramının öğretiminin alana önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi*: *APOS teorisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education.* New York: Springer.

Asiala, M., Brown, A, DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1997). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. Schoenfeld & Dubinsky (Eds.), *Research in Colllegiate Mathematics Education II, CBMS Issues in Mathematics Education* (pp. 1-32). Providence: American Mathematical Society.

Asiala, M., Brown, A., Kleiman, J., & Mathews, D. (1998). The development of students' understanding of permutations and symmetries. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3*(1), 13-43.

Ayers, T., Davis, G., Dubinsky, E., & Lewin, P. (1988). Computer experiences in learning composition of functions. Journal for Research in Mathematics Education, 19(3), 246-259.

Balacheff, N., & Kaput, J. J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. In *International handbook of mathematics education* (pp. 469-501). Dordrecht, Springer.

Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 185-204.

Bingölbali, E. (2016).Kavram tanımı ve kavram imajı. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 101-114). Ankara: Pegem Akademi.

Bussi, M. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. *Handbook of international research in mathematics education*. 746.

Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Brown, C. A., Kouba, V. L., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Results of the fourth NAEP assessment of mathematics: Trends and conclusions. *The Arithmetic Teacher*, *36*(4), 38-41.

Cornu, B., & Dubinsky, E. (1989). Using a cognitive theory to design educational software. Education and Computing, 5(1-2), 73-80.

Creswell, J., & Miller, D. (2000). Getting good qualitative data to improve. *Theory İnto Practice*, *39*(3), 124-130.

Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (M. Bütün ve S. B. Demir (çev.)), Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.

Çetin, İ. (2009). Students' understanding of limit concept: An APOS perspective (Yayımlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Deniz, Ö. (2014). *8. Sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğim kavramı oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Doğan, M. (2013). Bir dinamik matematik yazılımı: Geocebir (GeoGebra). M. Doğan, E. Karakırık (Ed.). *Matematik Eğitimde Teknoloji Kullanımı,* (s.125-195). Ankara: Nobel Yayın

Dubinsky, E. (1991). Constructive aspects of reflective abstraction in advanced mathematics. In L. P. Steffe (Eds.), *Epistemological Foundations of Mathematical Experience* (pp. 160-202). New York: Springer.

Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Eds.), Advanced mathematical thinking (pp. 95-126). Dordrecht: Springer.

Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching And Learning of Mathematics at University Level: An ICME Study* (pp. 275-282). Dordrecht: Springer.

Dubinsky, E., Arnon, I., & Weller, K. (2013). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: The case of $0,\overline{9}$ and 1. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 13*(3), 232-258.

Dündar, M. (2019). Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin prizmanın hacmi kavramını oluşturma süreçleri. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.

Erdem, Ç. E. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi.* (Yayınlanmamış doktora tezi). Adıyaman Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. D. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods.* Newbury Park, CA: Sage.

Günhan, B. C., & Açan, H. (2016). Dinamik geometri yazılımı kullanımının geometri başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(1), 1-23.

Gürbüz, K., M. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Gürefe, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33(2)*, 417-438.

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2008). *Geogebra resmi kullanım kılavuzu* M.Doğan & E. Karakırık (çev.), Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *27*(3), 126-131.

Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*(1), 55-72.

Hoyles, C. (1997). The curricular shaping of students' approaches to proof. *For The Learning of Mathematics, 17*(1), 7-16.

Jonassen, D. H. (2006). *Modeling with technology: Mindtools for conceptual change.* Prentice Hall.

Jonassen, D. H. (2000). *Computers as mindtools for schools.* Prentice Hall.

Kabaca, T. (2016).Matematik eğitiminde teknoloji kullanımına dair teorik yaklaşımlar. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.). *Matematik Eğitiminde Teoriler*, (s.819-836). Ankara: Pegem Akademi.

Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y., & Bulut, M. (2011). Matematik öğretmenlerinin Avrasya GeoGebra toplantısı kapsamında dinamik matematik yazılımı GeoGebra ile tanıştırılması ve GeoGebra hakkındaki görüşleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *1*(2), 148-165.

Kabaca, T., & Tarhan, V. (2013). Dinamik matematik yazılımı kullanımının lise öğrencilerinin matematik hakkındaki inançlarına etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *4*(1), 32-47.

Kamii, C., & Kysh, J. (2006). The difficulty of "length× width": Is a square the unit of measurement?. *The Journal of Mathematical Behavior, 25*(2), 105-115.

Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 515–556). New York: Macmillan.

Kar, T., & Öçal, M. F., (2019). *İlköğretimde teknoloji destekli ölçme öğretimi.* Ankara: Pegem Akademi.

Karadöl, D. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 6.sınıf alan ölçme konusunun öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 275-304). Brill Sense.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Establishing trustworthiness. *Naturalistic İnquiry, 289*(331), 289-327.

MEB, (2018). *Ortaokul Matematik Öğretim Programı,* Ankara.

Mariotti, M.-A. (2006). New artefacts and the mediation of mathematical meanings. In C. Hoyles, J.-b. Lagrange, L. H. Son, & N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth Study Conference of the ınternational commission on mathematical ınstruction* (pp. 378–385). Hanoi Institute of Technology and Didirem Université Paris 7.

Mitchelmore, M. (2002). *The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge*. Paper presented at the Proceeding of The East Asia 124 Regional Conference on Mathematics Education (2 nd) and The Southeast Asian Conference on Mathematics Education, Singapore.

McPhail, D. (2007). *Area: The big cover-up* (unpublished doctoral dissertation). University of western Sydney, Sydney.

Merriam, S. B. (1988). Case study research in education: A qualitative approach. Eğitimde vaka çalışması araştırması: Nitel bir yaklaşım. San Francisco: Josse-Bass.

Merriam, S. B. (1998).*Qualitative research and case study applications in education*.San Francisco: Josse-Bass.

Mulenga, E. M., & Marbán, J. M. (2020). Is COVID-19 the gateway for digital learning in mathematics education? *Contemporary Educational Technology*, *12*(2), 269. https://doi.org/10.30935/cedtech/7949

Nagle, C., Martínez-Planell, R., & Moore-Russo, D. (2019). Using APOS theory as a framework for considering slope understanding. *The Journal of Mathematical Behavior,54,* 100684.

Nitabach, E., & Lehrer, R. (1996). Research into practice: Developing spatial sense through area measurement. *Teaching Children Mathematics*, *2*(8), 473-476.

Ocakbaşı, E. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında 8.sınıf öğrencilerinin karekök kavramını oluşturma süreçleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.

Oktaç, A., & Çetin, İ. (2016). APOS teorisi ve matematiksel kavramların öğrenimi. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler*, (s.163-181). Ankara: Pegem Akademi.

Olive, J., Makar, K., Hoyos, V., Kor, L. K., Kosheleva, O., & Sträßer, R. (2009). Mathematical knowledge and practices resulting from access to digital technologies. In *Mathematics education and technology-rethinking the terrain* (pp. 133-177). Boston, Springer.

Olkun, S., Celebi, O., Fidan, E., Engin, O., & Gokgun, C. (2014). The meaning of unit square and area formula for Turkish students. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29(1),* 180-195.

Olkun, S., & Toluk, Z. (2003). *Ilkogretimde etkinlik temelli matematik ögretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Outhred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education. 31*(2), 144-167.

Öçal, M. F. & Şimşek, M. (2016). Matematik Öğretmen Adaylarının Geometer's Sketchpad ile Problem Çözme Süreçleri: Ayna Problemi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 5*(2), 577-597

Öçal, M. F., & Şimşek, M. (2017). Pergel-çizgeç ve Geogebra inşaları üzerine:Öğretmenlerin geometrik inşa süreçleri ve görüşleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *37*(1), 219-262.

Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child* (Trans. D. Coltman). Orion

Piaget, J. (1973). *The child and reality: Problems of genetic psychology* (Trans. Arnold Rosin). Grossman.

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction.* R. L. Campbell (Ed.). Psychology Press.

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez & P. Boero. (Eds.*), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present, and future* (pp. 205–235). Rotterdam: Sense Publishers.

Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista Latinoamericana De İnvestigación en Matemática Educativa, 13*(1), 89-112.

Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 472-494.

Skiff, S. (1953). Concept formation and education. Peabody *Journal of Education, 30*(5), 296-299.

Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Psychology Press

Stewart, C. J. & Cash, W. B. (1985). İnterviewing: Principles and Practices (4.ed.). Dubeque, IO: Wm. C. Brown Pub.

Şefik, Ö. (2017). *Öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını anlamalarının APOS teorisi ile analizi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Şişman, G. T., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *Ilkogretim Online*, *8*(1), 243-253.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151–169.

Taylor, R. (Ed.). (1980). *The computer in the school: Tutor, Tool, Tutee* (s. 1-10). New York: Teachers College Press.

Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2010). Geometrical representations in the learning of two-variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, *73*(1), 3-19.

Tomooğlu, Ö. (2017). *6.sınıf öğrencilerine alan ölçme konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi), Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (Çev. Ed: Prof. Dr. Soner Durmuş) (7.bs.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293–305.

Von Glasersfeld, E. (1991). Abstraction, re-presentation, and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach. *In Epistemological foundations of mathematical experience* (pp. 45-67). New York: Springer.

Yiğit, M. (2014). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının açı kavramlarının incelenmesi. Matematik Meraklısı, 11 (3), 707-736.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. bs.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, Z. (2016). *"Alan ölçme" öğretiminde basamaklı öğretim yönteminin etkisinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü* (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Zembat, İ. Ö. (2015). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları. E. Bingölbali, Özmantar, M. F. (Ed.). *İlköğretimde Karşılaşılan Kavram Yanılgıları*, (s. 127-154). Ankara: Pegem Akademi.

Zembat, İ. Ö. (2016). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.). *Matematik Eğitiminde Teoriler*, (s. 447- 457). Ankara: Pegem Akademi.

Zengin, A. (2019). *Geogebra destekli öğretimin 6.sınıf öğrencilerinin alan ve hacim ölçme konularındakicakademik başarılarına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.

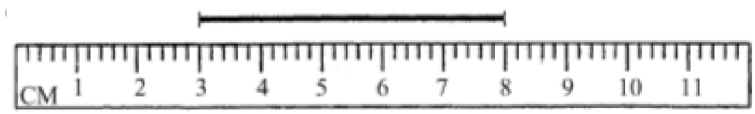
EKLER

Ek 1: Dikdörtgenin Alanı Belirtke Tablosu ve Hazırbulunuşluk Testi

Düzey / Kazanım	Bilgi	Kavrama	Uygulama	Analiz	Sentez	Toplam
3.3.3.1. Şekillerin alanını standart olmayan uygun malzeme ile kaplar ve ölçer.				10. ve 11.soru		2
4.3.1.2. Uzunluk ölçme birimleri arasındaki ilişkileri açıklar ve birbiri cinsinden yazar.		1.soru	2.soru			2
4.3.1.4. Uzunluk ölçme birimlerinin kullanıldığı en çok üç işlem gerektiren problemleri çözer.			3.soru			1
4.3.3.1. Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirler		12.soru	13.soru	14. 15. ve 17. soru		5
4.3.3.2.Kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirir.				16.soru	18. ve 19.soru	3
5.1.2.10. Bir doğal sayının karesini ve küpünü üslü ifade olarak gösterir ve değerini hesaplar	4.soru		5. ve 6.soru			3
5.2.3.3. Üçgen ve dörtgenlerin çevre uzunluklarını hesaplar, verilen bir çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturur.			7.soru	8. ve 9.soru		3
Toplam	1	2	6	8	2	19

HAZIRBULUNUŞLUK TESTİ

1.



Yukarıdaki cetvel üzerinde gösterilen doğru parçasının uzunluğu kaç cm'dir? Nedenini açıklayınız.

2.

Aşağıdaki ifadelerde parantez içine ifade doğru ise " D", yanlış ise " Y" yazınız. Yanlış olanların doğrusunu yazarak nedenini açıklayınız.

( ) 3200 cm = 32 m

( ) 600 dm =6 m

( ) 47 km = 4700 cm

( ) 22000 mm =22 m

3.

Hatice'nin boyunun uzunluğu 1 m 62 cm'dir. Kardeşinin boyunun uzunluğu, Hatice'den 40 mm kısadır.

Buna göre, Hatice ile kardeşinin boy uzunlukları toplamı kaç cm'dir? Hesaplayınız.

4.

3^2 ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 x 2

B) 2 x 2 x 2

C) 3 x 3

D) 3 + 2

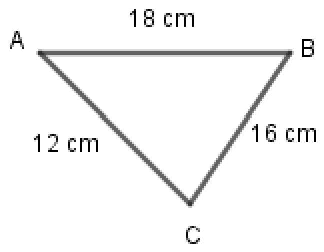
5.

$4^2 – 2^2$ işleminin sonucunu hesaplayınız.

6.

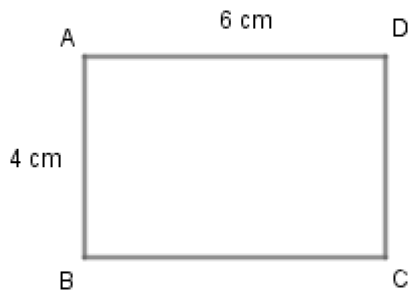
$\square^2$ = 64 olduğuna göre $\square$ kaçtır? Neden?

7.



Yukarıdaki üçgenin çevre uzunluğunu hesaplayınız.

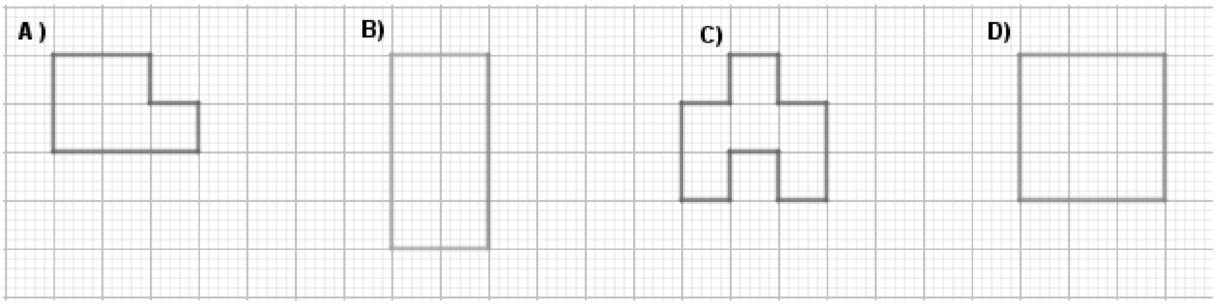
8.



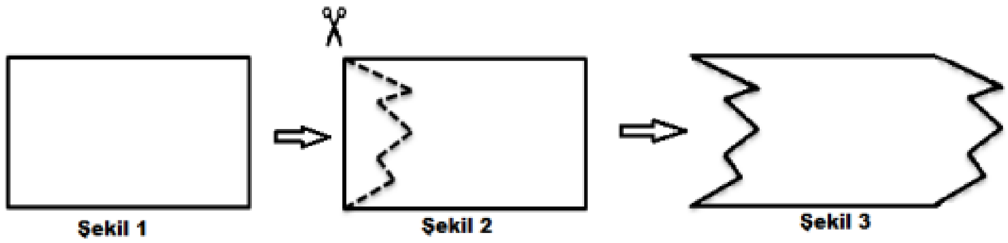
Yukarıdaki dikdörtgenin çevre uzunluğunu hesaplayınız.

9.

Aşağıdaki kareli kâğıtta verilen şekillerin hangisinin çevre uzunluğu diğerlerinden fazladır? Bulduğunuz sonucun nedenini açıklayınız.



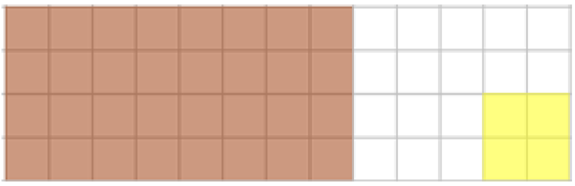
10.



Yasemin Şekil 1'de verilen dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdı, Şekil 2'de gösterildiği gibi kesmiştir. Daha sonra kesilen parçayı alıp dikdörtgenin sağına ekleyerek Şekil 3'ü oluşturmuştur.

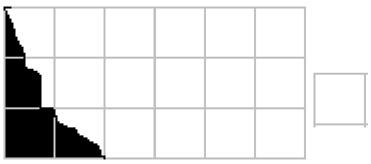
Sizce Şekil 1'deki dikdörtgen Şekil 3'deki hale dönüştüğünde alanı nasıl değişir? Neden? Açıklayınız.

11.



Yukarıdaki kahverengi beton zemin, sarı fayanslarla kaplanacaktır.
Buna göre bu iş için kaç tane fayans kullanılmalıdır? Açıklayınız.

12.

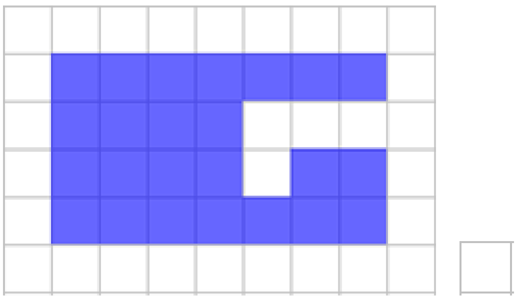


→ 1 birimkare

Yiğit not tuttuğu defterinden bir parçayı şekildeki gibi yırtmıştır.

Sizce, taralı olarak gösterilen bu yırtılan parçanın alanı yaklaşık kaç birimkaredir? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

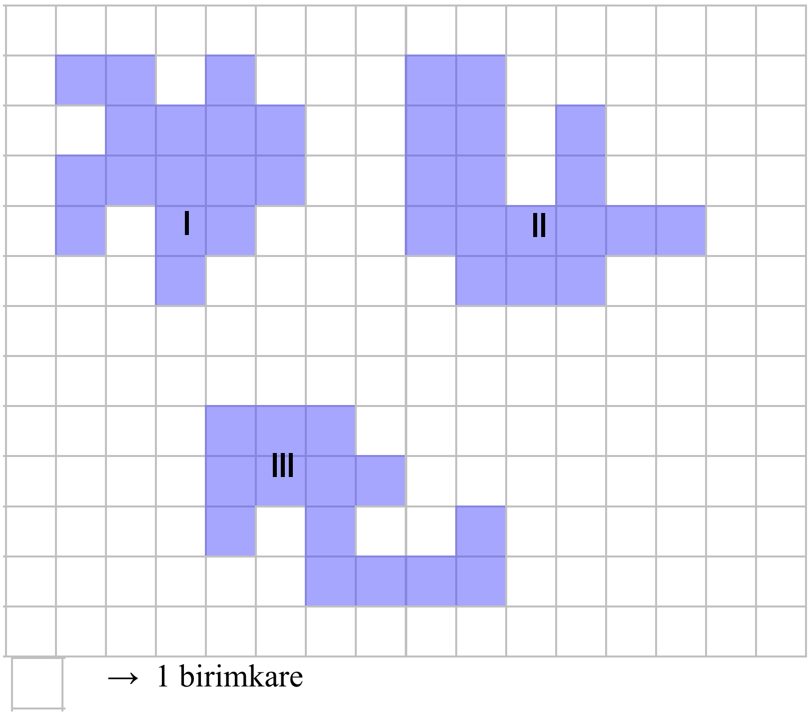
13.



→ 1 birimkare

Kareli kâğıtta verilen mavi şeklin alanı kaç birimkaredir? Bulduğunuz sonucun nedenini açıklayınız.

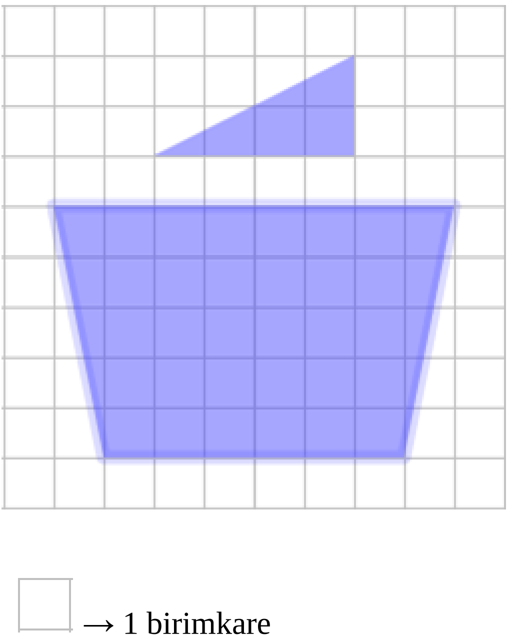
14.



→ 1 birimkare

Kareli kâğıttaki üzerinde isimleri yazılı şekillerin alanlarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız. Neden bu şekilde sıraladığınızı açıklayınız.

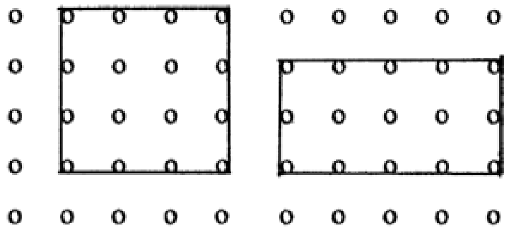
15.



→ 1 birimkare

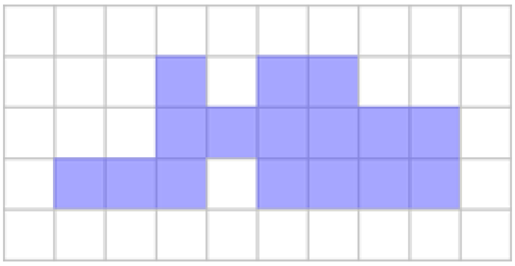
Yukarıda kareli kâğıtta verilen boyalı şekillerin alanları toplamı kaç birimkaredir? Neden?

16.



Yukarıda geometri tahtasında verilen kapalı bölgeler çikolata olsaydı, çikolata seven biri olarak hangisini seçerdiniz? Neden?

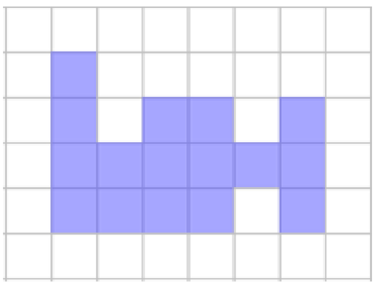
17.



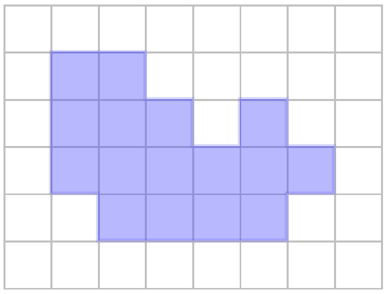

→ 1 birimkare

Aşağıdaki şekillerden hangisinin yukarıda verilen şekille çevre uzunluğu aynı, alanı farklıdır? Bulduğunuz sonucun nedenini açıklayınız.

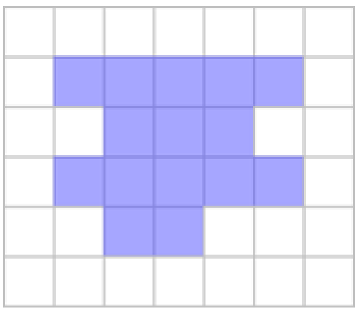
A)



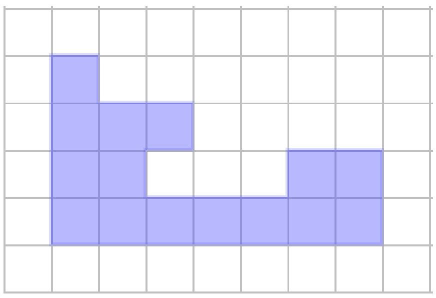
B)



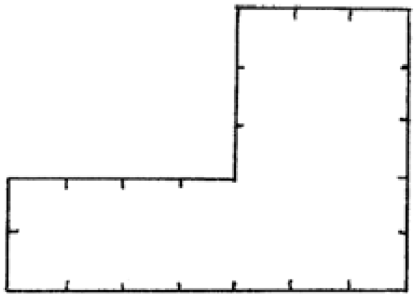
C)



D)

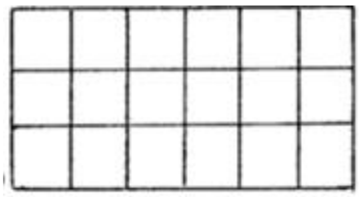


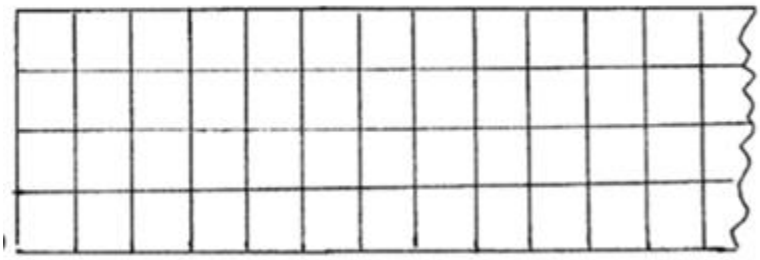
18.



Yandaki şeklin alanı ne kadardır? Sonucu nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

19.





Yukarıdaki dikdörtgenin alanı ile aynı alana sahip şekli, dikdörtgenin altındaki şeridin ucundan <u>tek</u> ve <u>düz</u> bir çizgi halinde keserek elde ediniz. Nasıl elde edersiniz? Neden böyle kestiğinizi açıklayınız. (Şeridin dikdörtgenden daha geniş olduğuna dikkat ediniz)

Ek 2: Görüşme Formu

1.Klinik Görüşme Soruları

- İlk derste yaptığımız etkinliği hatırlayınız, etkinlikte neler yapmıştınız, neler düşünmüştünüz? Neyi buldunuz? Nasıl buldunuz? Neden öyle olduğunu düşünmüştünüz?
- Şekli ne ile kapladınız? Neden? Nasıl?
- Şekli kaplayan birimkare neyi ifade etmektedir?

2.Klinik Görüşme Soruları

- 2. dersteki ilk etkinliği açıklayınız. ‘’sıra sayısı” kaydırıcısını hareket ettirdiğinizde görüntüye ne oldu? Nasıl oldu?
- “bir sıradaki kare sayısı” kaydırıcısını hareket ettirdiğimizde ne oldu? Nasıl oldu?
- Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?
- Sonuçta bulduğumuz kavramı açıklayabilir misiniz?
- Dikdörtgenin alan formülü nedir? Nasıl bulmuştunuz?

3.Klinik Görüşme Soruları

- Kenar uzunluğu 6 cm olan bir karenin alanını nasıl hesaplarsınız? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor? Açıklayınız.
- Alanı 64 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğunu nasıl hesaplarsınız? Bulduğunuz sonuç neyi ifade ediyor?

Ek 3: Etkinlik Kağıdı

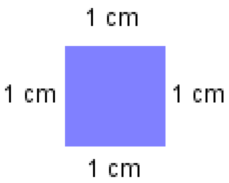
Ders 1

ETKİNLİK1. Etkinliğimizin amacı verilen şeklin alanını(kapladığı yeri) bulmaktır.

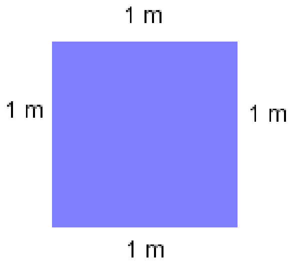
- Ölçeklerden birini seçerek şeklin alanını hesaplayınız.
- Nasıl yaptığınızı not alınız, hep birlikte tartışalım.

https://www.geogebra.org/classic/h8xxey97

Bilgi Köşesi



Bir kenar uzunluğu 1 cm olan karesel bölgenin alanı 1 santimetrekare olup kısaca ***1 cm^2*** şeklinde yazılır.

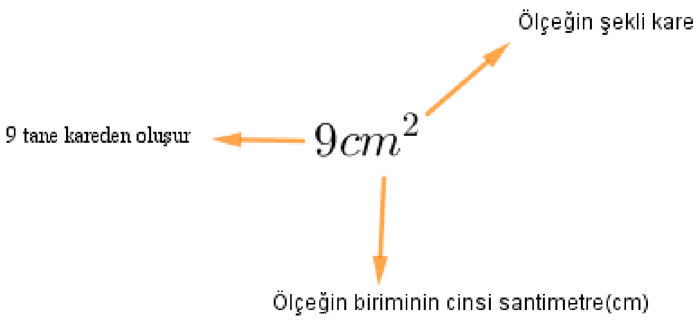


Bir kenar uzunluğu 1 m olan karesel bölgenin alanı 1 metrekare olup kısaca **1 m^2** şeklinde yazılır.

Örnek

9 cm^2 anlamını inceleyelim.

Çözüm

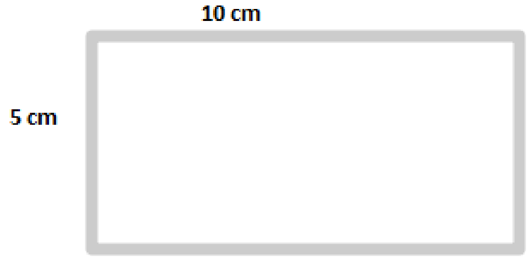


Ödev

- https://www.geogebra.org/classic/uahuev2y
- https://www.geogebra.org/classic/nf2mmjyb
- https://www.geogebra.org/classic/awkvtyqe

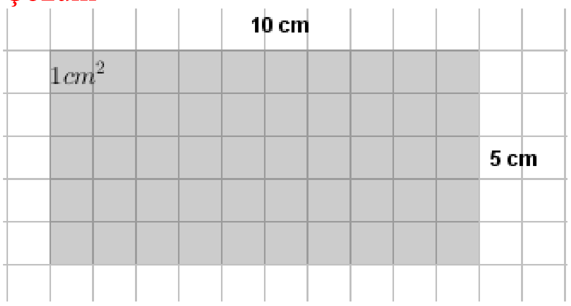
Ders 2

Örnek



Dikdörtgensel bölgenin yüzey alanını hesaplayalım.

Çözüm



Dikdörtgensel bölgenin yüzey alanını 1 cm^2 lik bölgelere ayırdığımızda 50 tane 1 cm^2 lik karesel bölge ederiz
Alan= 50 cm^2

ETKİNLİK2. Etkinliğimizin amacı dikdörtgenin alanını oluşturmaktır.

- "Sıra sayısı" kaydırıcısını hareket ettirin. Görüntüye ne oldu?
- "Bir sıradaki birimkare sayısı" kaydırıcısını hareket ettirin. Görüntüye ne oldu?
- Kare sayısının dikdörtgenin alanı ile ilişkisi nedir?
- Kareleri saymadan kare sayısını bulmanın bir yolu var mıdır?
- Dikdörtgenin alan formülü hakkında tahmin yapabilir misiniz? Nedenini açıklayınız.

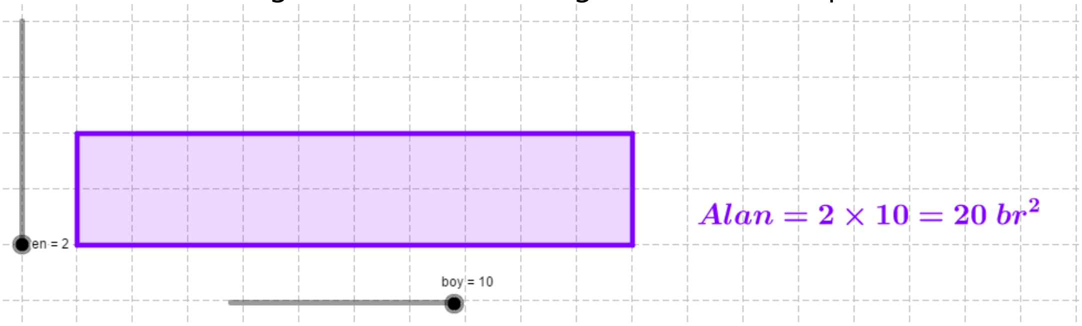
https://www.geogebra.org/m/ttreaknd

Bilgi Köşesi

Dikdörtgenin alanı, dikdörtgeni kaplayan toplam birimkare sayısına eşittir.

Dikdörtgenin alanı = Sıra sayısı × bir sıradaki birimkare sayısı

ETKİNLİK3. Etkinliğimizin amacı dikdörtgenin alanını hesaplamaktır.



- "En" hareket ettirmek için kaydırıcıyı hareket ettirin. En uzunluğu değiştiği zaman bölgeye ne oldu?
- "Boy" hareket ettirmek için kaydırıcıyı hareket ettirin. Boy uzunluğu değiştiği zaman bölgeye ne oldu?
- Alan ile en ve boy uzunluğu arasındaki ilişki nedir?

https://www.geogebra.org/m/xah7bx5d

Bilgi Köşesi

Dikdörtgenin alanı, en uzunluğu ile boy uzunluğunun çarpımına eşittir.

Dikdörtgenin alanı= en x boy

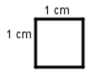
Ödev

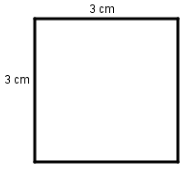
https://www.geogebra.org/m/aay8tsyh

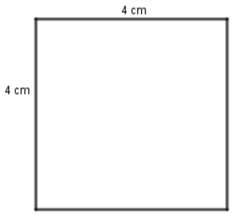
Ders 3

ÖRNEK

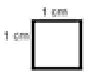
Aşağıda verilen karelerin alanlarını bulalım.



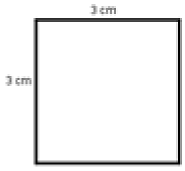




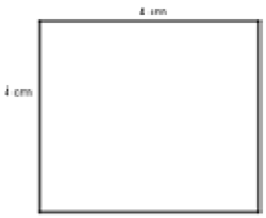
Çözüm



$A = 1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$



$A = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$

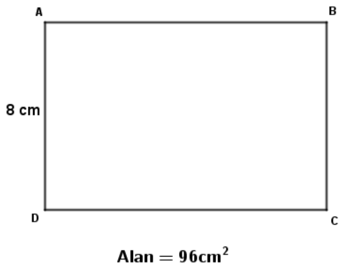


$A = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

Bilgi Köşesi

Kare, dikdörtgenin özel bir durumudur. Karenin alanı da tıpkı dikdörtgenin alanı gibi hesaplanır.

Örnek



IABI uzunluğu kaç cm'dir?

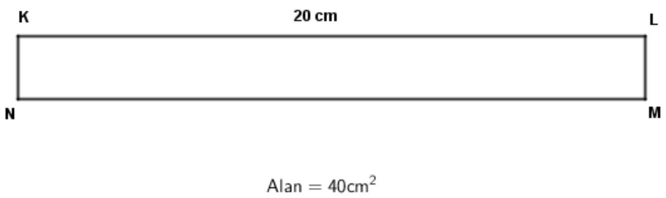
Çözüm

Alan = $|AD|$ x $|AB|$

96 = 8 x $|AB|$

$|AB|$ = 96: 8 = 12 cm'dir.

Örnek



$|LM|$ kaç cm'dir?

Çözüm

Alan = $|LM|$ x $|KL|$

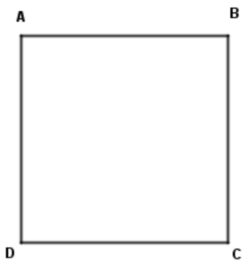
40 = $|LM|$ x 20

$|LM|$ = 40: 20 = 2 cm'dir.

Örnek

Alanı 49 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğunu bulalım.

Çözüm



Alan = $|AD|$ x $|AB|$
Alan = $|AB|$ x $|AB|$
Alan = $|AB|^2$
49 doğal sayısı 7'nin karesi olduğundan $|AB|$ = 7 m olmalıdır.

Alanı 49 m^2 olan karenin bir kenar uzunluğu 7 metredir.

Ek 4: Etik kurul kararı ve MEB izni

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURUL KARARLARI

KARAR TARİHİ	TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI
05.02.2020	1	2020/44

KARAR NO: 2020/44

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Fatma AĞAÇDİKEN' in Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmanlığında "5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Bigisayar Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu" isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem, bilgisayar ortamında test uygulaması, video/film kaydı ve ses kaydı çalışmalarını içeren 3482 sayılı dilekçesi okunarak görüşüldü.

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans öğrencisi Fatma AĞAÇDİKEN'in Dr. Öğretim Üyesi Rezan YILMAZ danışmanlığında "5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Bigisayar Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu" isimli yüksek lisans tezine ilişkin mülakat, gözlem, bilgisayar ortamında test uygulaması, video/film kaydı ve ses kaydı çalışmalarının kabulüne oy birliği ile karar verildi.

PP5.1.FR.0011, R0, Mayıs 2019

Sayfa 1 / 1

T.C.
SAMSUN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 27485554-605.01-E.7302536 01.06.2020
Konu : Fatma AĞAÇDİKEN'in
Uygulama İzni Hk.

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a)Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.02-1563890 sayılı Genelgesi,
b) Ondokuz Mayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 12/05/2020 tarih ve 72975315-100-E.8583 sayılı yazısı.

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı yüksek lisans programı öğrencisi Fatma AĞAÇDİKEN İlimiz 17 İlçesinde bulunan özel ortaokul resmi ortaokul resmi İmam -Hatip Ortaokulu öğrencilerine yönelik "5.Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Bilgisayar Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri :Dikdörtgen Durumu " başlıklı tez çalışması yapmak istediğine ilişkin ilgi (b) yazı ve ekleri, ilgi (a) genelgeye göre incelenmiş ve komisyon tarafından uygun görülmüştür.

Söz konusu çalışmanın komisyon kararı doğrultusunda, uygulama sorularını çalışmayı yapan kişi tarafından raporlanarak, Müdürlüğümüz Ar-Ge Birimine gönderilmesine dikkat edilerek, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, duyurusu ve denetimi ilçe millî eğitim müdürlüğünüz tarafından gerçekleştirilmek üzere okul müdürlüğü sorumluluğunda, eğitim-öğretimi aksatmadan gönüllülük esasına bağlı olarak yapılmasının sağlanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Coşkun ESEN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Ekler :
1- İlgi (b) dilekçe ve ekleri (20 sayfa)
2-29/05/2020 tarihli komisyon kararı (1 sayfa)

DAĞITIM:
Gereği:
17 İlçe Kaymakamlığına
(İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü)

Bilgi:
Ondokuzmayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Adres : Atatürk Blv. Yeni Hükümet Konağı Kat:3
Elektronik Ağ http://samsun.meb.gov.tr
e-posta: samsunmem@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: S.SUZUKİ Yuksekoğretim ve Yurtdışı Şubesi
Tel: 0 (362) 435 80 63 (340)
Faks: (0 362) 43248 54

ÖZ GEÇMİŞ

Fotoğraf

Fatma Ağaçdiken, 09.03.1990 tarihinde Samsun'da doğdu. Sinop Anadolu Öğretmen Lisesi'ni bitirdikten sonra Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nden 2012 yılında mezun oldu. Mezuniyetinden bu yana öğretmen olarak görev yapmakta, orta derecede İngilizce bilmektedir.

İletişim Bilgileri

E mail : fadik_90_55@hotmail.com

Telefon : 5442414022

ORCID ID: 0000-0002-3243-6330